

1)

## 측방유입량을 고려한 낙동강 유역의 머스킹검 매개변수 추정

### The estimation of parameter using muskingum model in nak-dong river basin incorporating lateral inflow

정찬용\*, 정영훈\*\*, 김형섭\*\*\*, 정성원\*\*\*\*, 정관수\*\*\*\*\*

Chan Yong Jung, Young Hun Jung, Hyoung Seop Kim, Sung Won Jung, Kwan Sue Jung

#### 요 지

수문학적 하도추적법의 하나인 Muskingum 모형은 미·육군공병단(U.S. Army Corps of Engineers)에 의해서 미국 Ohio 주의 Muskingum 유역에 홍수조절계획으로 처음 사용되었으며 모형의 구조 및 입력자료의 단순성에 비하여 비교적 우수한 결과를 모의할 수 있는 것으로 알려져 있다. 1938년 McCarthy에 의해서 개발되었고 구간내 총저류량은 prism 저류와 wedge 저류로 구분하여 prism 저류는 유출량에 wedge 저류는 유입량과 유출량의 차에 직접 비례한다는 가정하에 추적식을 개발하였다. 이후 지속적인 연구가 이뤄져 1985년 O'Donnel은 측방유입량(lateral inflow)을 상류단의 유입량에 비례하는 형태로 3-매개변수 muskingum 모형을 제안하여 추적계수의 결정을 선형대수(linear algebra)에서 동차(homogeneous)연립방정식 해를 구하는 Cramer 법칙인 matrix 기법을 적용하였다. 본 연구에서는 홍수사상으로부터 측방유입량이 고려되고 추적계수 결정에 있어서 직접 계산이 가능한 O'Donnel(1985)이 제안한 3-매개변수 muskingum 모형을 적용하였다. 추적계수들의 결정은 직접 matrix 기법을 적용하였고 적용대상은 낙동강 유역의 낙동 지점을 상류단으로 구미 지점을 하류단으로 선정하였다. 홍수사상은 낙동강 유량측정 조사사업 2005년~2007년 보고서에 수록된 수문자료를 선정하여 관측치와 계산치를 비교하였고 홍수사상에 적용하여 수문곡선을 추정하였으며, 각각의 매개변수가 추적구간에 어떠한 영향을 미치는지 변수간의 관계를 분석하였다. 또한, 관측치와 계산치의 적합도 검증은 평균제곱근오차(root mean squar error; RMSE)와 모형 효율성 계수(model efficiency; ME)를 산정하여 분석하였으며, 하도 구간내 저류량은 대상구간에 대한 유입량과 유출량의 가중합에 비례한다는 선형 모형을 적용하였다.

**핵심용어** : Muskingum 모형, 하도추적, 측방유입량, 매개변수(K, x, a)

#### 1. 서 론

자연하도에서 홍수추적의 목적은 홍수과가 하천의 하류방향으로 진행함에 따라 구간내의 하도저류량이 시간적으로 어떻게 변화하는가를 추정하는 과정으로써 하천개수계획의 수립 및 각종 수공구조물의 기준수문량을 얻기 위함이다. 인류는 자연재해를 방지 및 감소하기 위해서 홍수조절용 댐이나 제방, 홍수방벽등의 축조 및 하천개수 등의 공학적 수단을 강구하게 되었다. 이러한 홍수조절을 위한 공학적 방법의 수행절차에 대한 평가 및 홍수의 전과양상에 대한 예측방법은 크게 수리학적 홍수추적(hydraulic routing)과 수문학적 홍수추적(hydrologic routing)으로 대별된다. 수리학적 홍수추적은 홍수과의 흐름을 수리학적으로 표시하는 부정부동류(unsteady nonuniform flow)의 지배방정식인 연속방정식 및 운동량방정식을 상류단과 하류단에서의

\* 유량조사사업단 연구원·E-mail : cyjung@kict.re.kr  
 \*\* 유량조사사업단 연구조사원·E-mail : wdifu042@kict.re.kr  
 \*\*\* 한국건설기술연구원 수문연구실 선임연구원·E-mail : hskim@kict.re.kr  
 \*\*\*\* 유량조사사업단 사업단장·E-mail : swjung@kict.re.kr  
 \*\*\*\*\* 충남대학교 토목공학과 교수·E-mail : ksjung@cnu.ac.kr

경계조건과 초기조건에 맞추어 수치해를 구하는 것으로 높은 정도는 기대되나 내부구간(grid)의 시간과 공간에 따른 수위, 조도, 단면등의 변화를 설정하여야 하므로 방대한 자료가 요구되고 계산이 복잡하여 전산시간이 긴 단점이 있다. 한편 수문학적 홍수추적은 홍수과의 연속방정식에 기초를 둔 저류방정식(storage equation)을 사용하는 근사해법이며 구간내에서의 구체적인 정보를 알 수 없는 단점이 있다. 따라서 수리학적 홍수추적을 미시적 추적이라 한다면 수문학적 홍수추적은 거시적 추적이라 할 수 있다. 대표적인 수문학적 하도홍수추적 방법에는 Kimura(1961)의 저류함수법(storage function method)과 McCarthy(1939)의 Muskingum 방법을 들 수 있는데 위의 방법은 측방유입량을 고려할 수 없다는 단점이 있다.

본 연구는 홍수사상으로부터 측방유입량(lateral inflow)이 고려되고 추적계수 결정에 있어서 직접 계산이 가능한 O'Donnel(1985)이 제안한 3-매개변수 Muskingum 모형을 실 유역에 적용하였다. 추적계수들의 결정은 직접 matrix기법을 적용하였으며 적용대상은 낙동강 유역의 낙동 지점을 상류단으로, 구미 지점을 하류단으로 선정하였다. 홍수사상은 2005년부터 2007년까지 발생된 수문자료를 선정하여 관측치와 계산치를 비교하였고 홍수시의 강우가 하도구간에 어떠한 영향이 미치는지 홍수사상을 적용하여 수문곡선을 추정하였으며, 각각의 매개변수가 추적구간에 어떠한 영향을 미치는지 변수간의 관계를 분석하였다. 또한, 관측치와 계산치의 적합도 검증은 평균제곱근 오차(root mean squar error; RMSE)와 모형 효율성 계수(model efficiency; ME)를 산정하여 모형의 적합도를 분석하였으며, 하도 구간 내 저류량은 대상구간에 대한 유입량과 유출량의 가중합에 비례한다는 선형모형을 적용하였고 추적기간  $\Delta t = 1$  로 추적하였다.

## 2. Muskingum 모형을 이용한 홍수추적

### 2.1 Muskingum 모형의 절차

자연하도 구간에 저류되는 하도 저류량은 구간의 유입량과 유출량에 의해 결정되며 자연하도의 수리특성에도 관계가 있는 것으로 알려져 있다.

$$S = xI + (1-x)O \quad (1)$$

여기서  $S$  : 저류량,  $I$  : 유입량,  $O$  : 유출량,  $x$  : 가중상수,  $a, c, m, n$  : 하도의 수리특성 상수

$$I = aI_1 + cI_2, \quad O = mO_1 + nO_2 \quad (2)$$

여기서  $a$ 와  $c$ 는 단면의 수심-유량 특성치들을 나타낸다. 그리고  $m$ 와  $n$ 은 수로 구간의 평균 수심-저류량 특성치들을 나타내며,  $I_1$ 와  $I_2$ 는 상하류 각 끝점에서의 수심에 관한 저류량이다. 위에 식(2)를 정리하면 식(3)을 얻을 수 있다.

$$I = aI_1 + cI_2, \quad O = mO_1 + nO_2 \quad (3)$$

$$S = xI + (1-x)O \quad (4)$$

$$S = KxI + (1-x)O, \quad \text{여기서, } K = \frac{b}{a} \cdot \frac{m}{n} \quad (5)$$

prismatic 직사각형 수로에서 유량이 Manning공식에 의할 때 수심의  $\frac{5}{3}$ 의 멱승을 가지고 변하고 저류량은 1승에 따라 변한다.

$$S = K[xI + (1-x)O] \quad (6)$$

여기서,  $K$ 는 시간차원을 가지는 저류상수(storage constant)이고  $x$ 는 가중계수(weighting factor)이며  $S$ 는 저류량(storage)이다.

$$prism \ storage = KO, \quad wedge \ storage = Kx(I-O), \quad total \ storage = KxI + (1-x)O \quad (7)$$

수문학적 홍수추적을 위한 기존 모형의 기본방정식은 저류방정식에 기초를 두고 있다.

$$I - O = \frac{dS}{dt} \quad (8)$$

식(8)과 식(7)을 이산화하면 식(9)과 같다.

$$I_1 = \frac{I_0}{2} e^{-\Delta t} - \frac{O_1}{2} e^{-\Delta t} + K(I_1 - I_0) + (1-x)(O_1 - O_0)$$

$$O_2 = \frac{I_1}{2K(1-x) + \Delta t} + \frac{I_0}{2K(1-x) + \Delta t} - \frac{(\Delta t - 2Kx)}{2K(1-x) + \Delta t} + \frac{(-\Delta t - 2Kx + 2K)O_1}{2K(1-x) + \Delta t}$$

$$\begin{aligned} O &= C_1 I + C_2 O + C_3 O \\ O &= C_1 I + C_2 O + C_3 O \end{aligned}$$

$$\vdots$$

$$Q_j + 1 = Q_j + 2 Q_j + 1 + Q_j \tag{9}$$

$$C_1 = \frac{\Delta t + 2Kx}{\Delta t + 2K(1-x)}, C_2 = \frac{\Delta t - 2Kx}{\Delta t + 2K(1-x)}, C_3 = \frac{-\Delta t + 2K(1-x)}{\Delta t + 2K(1-x)} = 1 - C_1 - C_2 \tag{10}$$

여기서,  $Q_1 + Q_2 + Q_3 = 1$ 이며 추적시간  $\Delta t$  는 수로구간을 통과하는 홍수파에 대한 유하시간보다 적어야 하므로 일반적으로 수로구간을 통과하는 홍수파 유하시간(travel time)의 약  $\frac{1}{2}$  -  $\frac{1}{3}$  을 선택한다.

## 2.2 측방유입량이 고려된 3-parameter Muskingum 모형

### 2.2.1 확장된 Muskingum 모형

측방유입량이 없다면 수로구간을 통하여 지나가는 홍수는 모든 시간에 대해서 식(11)과 같이 나타난다.

$$\int I dt = \int O dt \tag{11}$$

식(2.12)을 이산형으로 나타내면 식(12)과 같다.

$$\Sigma I = \Sigma O \tag{12}$$

이산형 자료를 이용하여 n개의 시간단계를 추적시간  $\Delta t$  에 대하여 식(9)을 적용하면 식(13)과 같다.

$$\begin{aligned} O &= C_1 I + C_2 O + C_3 O \\ O &= C_1 I + C_2 O + C_3 O \\ \vdots \\ Q_j + 1 &= C_1 I_j + C_2 I_j + 1 + C_3 O \\ \vdots \\ O + 1 &= C_1 I_n + C_2 I_n + 1 + C_3 O \end{aligned} \tag{13}$$

$$n + \Sigma 1 = C_1 \Sigma I + C_2 \Sigma O + \Sigma 1 + C_3 \Sigma O \tag{14}$$

식(14)에서 측방유입량이 없다면  $Q_1 + Q_2 + Q_3 = 1$  이 되며  $I, O$  의 합은 식(12)과 약간 다르게 나타난다. 만약에 홍수파가 진행하는 동안에 측방유입량이 있다면  $\Sigma O$  는  $\Sigma I$  보다 커진다.

$$\Sigma O = \gamma \Sigma I \tag{15}$$

여기서,  $\gamma$  는 증가인자(gain factor)이며 홍수사상에 따라 변한다. 식(14)에서 마지막 n+1의  $I$  와  $O$  의 값을 무시하고 식(15)을 대입하여 정리하면 식(16)과 같다(O'Donnell, 1985).

$$\gamma = Q_1 + Q_2 + Q_3 \tag{16}$$

### 2.2.2 측방유입모형

기존의 Muskingum 모형의 매개변수  $K, x$  에 변수  $\alpha$  를 추가하여 수로 구간으로 들어오는 측방 유입률( $\alpha$ ) 가 유입률( $I$ ) 에 직접적으로 비례한다고 가정한 간단한 모형으로 그림 3과 같다.

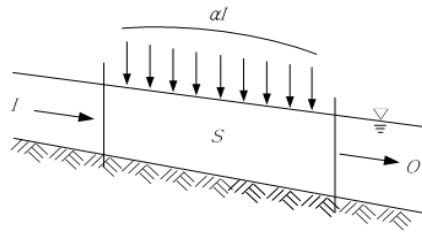


그림 1. 측방유입모형

식(8)과 식(7)의 연속방정식과 경험적인 저류방정식에 변수  $\alpha$ 를 추가해서 나타내면 식(17)과 같다.

$$I(1 + \alpha) = O + \frac{dS}{dt}, \quad S = K \left[ (1 + \alpha)I + (1 - x)O \right] \quad (17)$$

식(17)을 ②에 관하여 정리하고 시간간격  $\Delta t$ 에 대해서 연속적으로 표현하면 식(9)과 같은 유한차분식으로 식(18)같이 나타난다.

$$\eta + 1 \eta + 2 \eta + 1 \eta \quad (18)$$

계수  $\eta$  결정은 아래 식(20)으로 직접 결정했고 변수들 ( $K, x, \alpha$ )과 계수의 관계는 식(19)와 같다.

$$K = \Delta t \frac{d1 + d2 + d3}{(1-d3)(d1 + d2)}, \quad x = \frac{d1 + d2 + d3}{d1 + d2 + d3}, \quad \alpha = \frac{d1 + d2 + d3 - 1}{1-d3} \quad (19)$$

$$d1 = (1 + \alpha) \frac{\Delta t + 2Kx}{\Delta t + 2K(1-x)} = (1 + \alpha) C1, \quad d2 = (1 + \alpha) \frac{\Delta t - 2Kx}{\Delta t + 2K(1-x)} = (1 + \alpha) C2$$

$$d3 = \frac{-\Delta t + 2Kx}{\Delta t + 2K(1-x)} = C3 \quad (20)$$

### 3. 대상유역 선정

#### 3.1 대상지점의 현황

낙동 수위관측소는 경북 상주시 낙동면 낙단교에 교량부착식으로 위치하고 있다. 수준거표 표고는 EL. 46.863m, 계획홍수위는 EL. 44.230m, 계획홍수량은 12,580m<sup>3</sup>/s이고, 유역면적은 9,369.0km<sup>2</sup>로 낙동강 전 유역면적의 약 40%를 차지하고 있다. 또한 유로연장은 269.3km, 하상경사는 약 1/4,400이다.

구미 수위관측소는 경북 구미시 임수동 구미대교에 교량부착식으로 위치하고 있다. 수위표 영점표고는 EL. 23.784m이고 낙동강 본류 수원으로부터 303.2km 지점에 위치하며 유역면적은 10,886.1km<sup>2</sup>로서 낙동강 전 유역면적의 약 46%를 차지하며, 하상구배는 1/4,000, 하폭은 600m 이다.

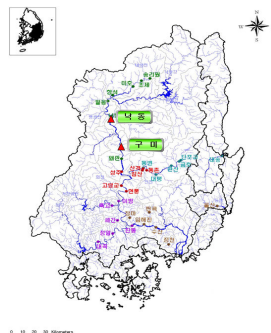


그림 2. 추적구간(낙동-구미)

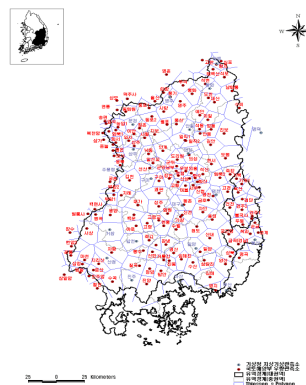


그림 3. 우량관측소 현황

표 1. 관측소별 유역평균우량 산정을 위한 우량관측소 현황

지 점	우량관측소(관할 기관 *)
낙 동	봉화(기), 안동(기), 영주(기), 상주(기), 문경(기), 의성(기)
구 미	봉화(기), 안동(기), 영주(기), 상주(기), 문경(기), 의성(기), 구미(기)

### 3.2 호우사상 선정

표 2. 주요 호우사상에 대한 첨두유량과 지체시간 비교

호우사상	첨두유량(cms)		지체시간 (hr)	비고
	낙 동	구 미		
2005. 6. 27 ~ 2005. 7. 27	2,771.36	4,345.49	6	
2005. 8. 10 ~ 2005. 8. 17	693.54	1,065.93	7	
2005. 8. 18 ~ 2005. 8. 29	1,123.70	2,134.33	5	
2005. 9. 21 ~ 2005. 9. 29	555.01	867.46	7	
2006. 7. 8 ~ 2006. 8. 8	6,889.43	8,236.11	7	

## 4. 모형의 적용

### 4.1 추적매개변수 산정

표 3. 매개변수 추정결과

호우사상	평균강우량(mm)		K (hr)	x	α	RMSE	ME	지체시간 (hr)		첨두유량(cms)	
	낙동	구미						관측	추적	관측	추적
2005. 6. 27 ~ 2005. 7. 27	323.8	324.1	9.736	-0.030	0.875	38.703	0.997	6	6	4,345.49	4,363.42
2005. 8. 10 ~ 2005. 8. 17	62.0	58.8	7.420	0.344	0.533	13.416	0.997	7	7	1,065.93	1,059.45
2005. 8. 18 ~ 2005. 8. 29	115.6	119.3	5.972	0.077	0.901	28.674	0.996	5	5	2,134.33	2,127.39
2005. 9. 21 ~ 2005. 9. 29	72.3	69.5	8.133	0.136	0.536	10.813	0.997	7	7	867.46	861.78
2006. 7. 8 ~ 2006. 8. 8	610.7	603.3	6.620	-0.263	0.108	73.957	0.998	7	8	8,236.11	8,112.42
평 균	236.9	235.0	7.576	0.053	0.591	33.113	0.997	6	7	3,329.86	3,304.89

### 4.2 모형적용 결과

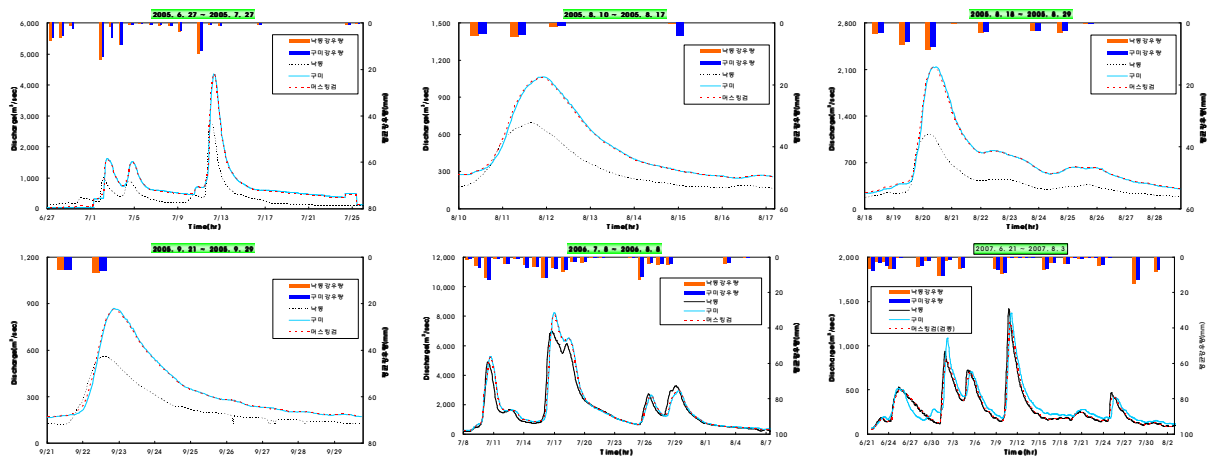


그림 4. 주요 호우사상의 추적수문곡선

### 4.3 모형의 적합도 검증

모형의 적합도를 검증하기 위하여 평균제곱근오차(RMSE)와 모형효율성계수(ME)를 산정하였다. 평균제곱근오차는 비선형 유출모형의 수행능력을 평가하기 위해 Wood(1974)가 수문곡선 비교의 기준으로 채택했으며

이 지표는 자료수에 무관하고 해석하고자 하는 변량과 같은 차원을 갖는 모형수행 결과 평균적으로 어느 정도의 유량만큼 오차가 발생하는지를 나타내는 일종의 평균치라고 할 수 있다. 모형효율성계수는 Nash와 Sutcliffe(1970)가 제안한 통계적 기준으로 편의를 줄일 수 있는 무차원 계수이다. 모의된 수문곡선이 실측 수문곡선과 잘 일치할수록 1에 가까워진다. 이 값이 음수(-)이면 실측값의 평균을 사용하는 것이 모형에 의해 예측된 값을 이용하는 것보다 낫다는 의미이다.

#### 4.4 매개변수 적용

산정된 3-매개변수의 적정성을 판단하기 위하여 2005~2006년에 추정된 머스킹검 매개변수를 이용하여 2007년 주요 호우사상에 적용하였다(그림 4. 참조).

표 5. 적용 결과

일 시	지체시간(hr)		첨두유량(cms)		RMSE	ME
	관측	추적	관측	추적		
2007. 6. 21 ~ 2007. 8. 3	8	5	1,084.59	842.71	60.71	0.915

#### 5. 결론

본 연구에서는 기존의 2-매개변수 muskingum 모형에 기초를 둔 새로운 매개변수  $\alpha$  를 도입하여 3-매개변수 muskingum 홍수추적방법을 낙동강 유역의 낙동 지점을 상류단으로 구미 지점을 하류단으로 선정하여 하도구간에 대한 홍수추적을 수행하였다. 수행방법은 기왕자료(I/O)를 이용하여 matrix기법으로 매개변수를 산정하고 하도구간에 대한 특성치를 알아내기 위해서 매개변수와 관계를 규명하고자 하였다. 분석 결과 지체 시간과 첨두유량이 관측치와 약간 차이를 보이고 있으나 비교적 모의가 적정하게 된 것으로 판단된다. 추후 지속적인 연구와 분석, 유량조사가 수행되어 상류단의 유입수문곡선으로부터 실시간으로 하류의 유출량을 예측할 수 있을 것으로 판단된다.

#### 참 고 문 헌

1. 강인주(1989), "측방 유입수를 고려한 자연 하도의 Muskingum 홍수추적", 석사학위논문, 고려대학교
2. 김주철(1998), "Muskingum 및 역추적법을 이용한 미계측 유역의 수문곡선 작성", 석사학위논문, 충남대학교
3. 김주철, 윤여진, 김재한, 정관수(2001), "머스킹검 모형 추적계수 추정에 관한 연구", 한국수자원학회발표회 논문집(1), pp. 182-187
4. 김주철, 윤여진, 김재한, 정관수(2002), "확장형 Muskingum모형을 이용한 미계측 수문곡선의 유도", 대한토목학회발표회논문집(3), pp. 33-36
5. 윤용남(2002), "공업수문학", 청문각, pp. 315-342
6. 윤태훈(2001), "응용수문학", 청문각, pp. 445-454
7. 장재혁(2002), "분포형 강우-유출 모형을 이용한 하천 유출량 추정에 관한 연구", 석사학위논문, 인하대학교
8. 정찬용(2005), "측방 유입량을 고려한 Muskingum 모형의 매개변수 추정", 석사학위논문, 충남대학교
9. Chow V. T, Open Channel Hydraulics, pp. 604-607
10. O'Donnel. T.(1985), " A direct three-parameter Muskingum procedure incorporating lateral inflow", Hydrological Science, Vol.30 No.4, pp. 479-496
11. O'Donnel. T., Pearson C. P., Woods, R. A.(1988), "Improved fitting for three parameter Muskingum procedure", ASCE, Vol.114 No.5, pp. 516-528