

# 웨이블릿 변환을 이용한 TOC와 유출량 자료 분석

## Data Analysis for TOC and Discharge by using Wavelet Transform

박성천\*, 조동진\*\*, 진영훈\*\*\*, 김동렬\*\*\*\*

Sung Chun Park, Dong Jin Cho, Young Hoon Jin, Dong Ryeol Kim

### 요 지

홍수와 가뭄, 수질오염 등의 피해에 대한 대책과 보다 효율적인 수자원 관리를 위해서 원자료에 대한 분석이 선행되어야 한다. 따라서 본 연구에서는 나주지점을 대상으로 하여 총유기탄소(Total Organic Carbon: TOC) 자료와 유출량 자료를 수집하였으며, 각 자료에 대하여 상세한 주기성분을 파악하기 위하여 웨이블릿 변환을 적용하였다. 대상지점으로 선정한 나주지점은 전라남도 나주시 나주대교 상류에 위치하고 있으며, 유역면적이 2,0587.2km<sup>2</sup>이며, 유로 연장은 65.5km이다. 유출량과 수질자료의 주기성 분석을 위해 유기물의 양을 나타내는 수질지표인 TOC와 나주수위관측소에서 관측된 2003년~2004년의 시수위자료를 유출량으로 환산한 값을 사용하였으며, 이 자료의 상세한 주기성 파악을 위해 웨이블릿 변환을 사용하였다.

일반적으로 주기성을 파악하기 위하여 푸리에 변환을 사용하지만, 푸리에 변환은 시간정보와 주파수를 동시에 파악할 수 없을 뿐만 아니라, 자료에 불연속성과 고주파수 성분이 포함될 경우 분석이 난이하다. 이러한 푸리에 변환의 단점을 보완한 것이 웨이블릿 변환이며, 푸리에 변환보다 계산속도가 빠르다. 또한 주어진 자료에 대하여 시간과 주파수 영역에서 동시에 파악하는 것이 가능하며, 불규칙한 자료를 평탄하게 함으로서 보다 상세한 주기성을 찾아낼 수 있다. 따라서 본 연구에서 추출한 각 자료의 상세 주기성분들은 향후 수자원 관리를 위한 기초자료로 활용될 수 있을 것으로 기대된다.

**핵심용어 : 웨이블릿 변환, 주기성, 총유기탄소(Total Organic Carbon: TOC), 유출량**

## 1. 서 론

일반적으로 하천의 수질지표로서 BOD와 COD가 가장 많이 사용을 하고 있다. 그러나 BOD는 측정시간이 오래 걸리며 정확도가 낮고, COD는 측정하는 방법에 따라 결과 값이 달라지는 단점이 있다. 반면에 총유기탄소(Total Organic Carbon: TOC)는 측정시간이 짧아 연속적인 수질자료를 확보할 수 있으며, 산소요구량으로부터 추정하지 않으므로 보다 객관적인 수치를 나타낼 수 있다. 이러한 TOC와 유출량의 시계열 분석을 수행함으로써 수질과 유량의 주기성 파악 및 변화를 예측하는 것은 각 자료에 대한 본질적인 거동을 파악하는 데 기본적인 정보를 제공할 수 있다고 판단된다.

시계열 분석은 일반적으로 자료의 주기성 및 변화 예측을 하기 위하여 사용되어지며, 그 방법에는 이동평균법, 푸리에 변환(Fourier transform), 웨이블릿 변환(Wavelet transform) 등의 방법

\* 정회원 · 동신대학교 토목공학과 교수 · E-mail : [psc@dsu.ac.kr](mailto:psc@dsu.ac.kr)

\*\* 정회원 · 동신대학교 토목공학과 석사과정 · E-mail : [one1945@naver.com](mailto:one1945@naver.com)

\*\*\* 정회원 · 동신대학교 토목공학과 연구원 · E-mail : [nmdrjin@gmail.com](mailto:nmdrjin@gmail.com)

\*\*\*\* 비회원 · 국토해양부 익산지방국토관리청 · E-mail : [kdr86@moct.go.kr](mailto:kdr86@moct.go.kr)

이 사용된다. 이동평균법은 가장 일반적으로 사용되어지는 평활화 방법으로서 간편하게 할 수 있는 장점이 있으나 빈번하게 발생하는 자료를 현저하게 감쇠시키는 경향이 있다. 푸리에 변환은 시간영역을 주파수영역으로 변환하여 분석하는 방법이다. 이 방법은 시간영역과 주파수영역에서 동시에 분석이 어려우며, 자료에 불연속성과 고주파수가 포함되어있을 경우 분석이 어렵다는 단점이 있다. 시간영역의 분석을 보완한 국소푸리에 변환의 경우에는 시간영역이 유동적이지 못하다는 단점이 있다. 이러한 푸리에 변환의 단점을 보완한 방법이 웨이블릿 변환이다. 웨이블릿 변환은 시간영역과 주파수영역에서 동시에 분석이 가능하며, 푸리에 변환 보다 계산이 빠르다.

따라서 본 연구에서는 영산강의 주요지점인 나주지점에서의 TOC와 유출량을 웨이블릿 변환을 이용하여 시계열 분석을 함으로서 각각의 주기성을 파악하고자 한다.

## 2. 본 론

### 2.1 연속형 웨이블릿 변환(Continuous Wavelet Transform: CWT)

시계열의 성분을 파악하기 위해 일반적으로 사용되어진 푸리에 변환의 단점인 자료에 대한 시간영역에서의 분석이 어렵다는 점을 보완한 방법이 웨이블릿 변환이다. 웨이블릿 변환은 푸리에 변환에 비하여 계산속도가 빠르며, 주어진 신호에 대한 시간과 주파수 영역에서의 유연한 분해가 가능하다. 이러한 웨이블릿 변환은 기저 함수가 정해진 것이 아니며 기저함수가 될 수 있는 조건이 정해져있다. 식 1은 기저함수의 스케일과 천이를 나타내며 여기서  $a$ 는 스케일을 결정하는 값이고,  $b$ 는 함수를 얼마나 이동시킬 것인가를 결정하는 값이다.

$$\Psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad a, b \in R \quad (\text{식 1})$$

기저 함수가 될 수 있는 함수  $\Psi(t)$ 의 스케일과 천이를 통해서 웨이블릿 변환을 수행한다. 웨이블릿의 기저함수로 사용되는  $\Psi(t)$ 를 모(mother)웨이블릿 함수라고 하며 다음 식 2과 식 7의 두 가지 조건을 만족시키면 모웨이블릿 함수가 될 수 있다.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi(t) dt = 0 \quad (\text{식 2})$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(t)|^2 dt < \infty \quad (\text{식 3})$$

연속적인 신호의 웨이블릿변환(continuous wavelet transform, CWT)은 식(8)과 같이 정의되며 그것의 역 변환은 식 (9)와 같이 정의 된다.

$$W(a,b) = \int_{-\infty}^{\infty} X(t) \Psi_{a,b}^*(t) dt \quad (\text{식 4})$$

$$X(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|a|^2} W(a,b) \Psi_{a,b}(t) da db \quad (\text{식 5})$$

$$C = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\Psi(w)|^2}{|w|} dw \quad (\text{식 6})$$

여기서  $X(t)$ 는 원자료이며,  $W(a,b)$ 는 에너지 스펙트럼이다.  $\Psi^*$ 는  $\Psi$ 의 켈레복소수(complex conjugate)를 의미한다.

웨이블릿 변환 방법은 모웨이블릿 함수를 통하여 스펙트럼을 추정하기 때문에 원시계열로 다시 재구성이 가능하다. 또한 웨이블릿 변환을 통하여 주기 및 시간에 따라 보다 효과적으로 스펙트럼을 검토할 수 있는 방법이 있다. 즉 주기 및 시간에 따라 각각의 스펙트럼을 평균하는 것이

다. 먼저 주기에 대해서 평균값을 식으로 나타내면 다음과 같으며, 일반적으로 Global Wavelet Power(GWP)라 한다.

$$\overline{W_t^2}(s) = \frac{1}{T} \sum_{n=0}^{T-1} |W_t(s)|^2 \quad (\text{식 7})$$

## 2.2 대상지역 및 자료

본 연구 대상지점인 나주는 우리나라 5대강의 하나인 영산강의 주요지점이다. 영산강은 북위 34° 40' 16" ~ 35° 29' 01", 동경 126° 26' 12" ~ 127° 06' 07"에 위치하고 있으며, 나주지점은 나주시 남산동의 나주대교(북위 35° 01' 52", 126° 44' 03") 상류우안에 위치하고 있다. 나주 지점에서의 유역면적은 2,058.72km<sup>2</sup>이며, 유로연장은 65.5km이다.

유량은 표 1의 수위유량관계곡선을 사용하여 2003 ~ 2004년 동안의 일 유출량 값을 산정하였다. TOC 자료는 유량자료와 동일한 기간인 2003 ~ 2004년 동안의 일 TOC 자료를 사용하였다. 그림 2와 그림 3은 정규화를 마친 유출량과 TOC의 시계열자료이다. TOC와 유출량의 분석을 위해 사용된 웨이블릿은 연속형 웨이블릿이며, 모(mother)함수는 일반적으로 가장 많이 사용하는 Morlet 함수를 적용하여 분석하였다.

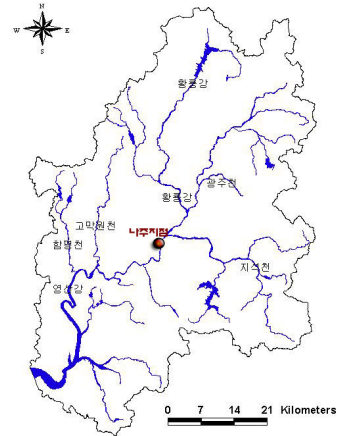


그림 1. 영산강유역

표 1. 수위유량관계곡선

년도	수위	수위유량관계곡선식
2003년	0.32 ≤ h ≤ 5.97	$Q = 69.270(h - 0.10995)^{1.96169}$
2004년	0.32 ≤ h ≤ 10.2	$Q = 73.169(h + 0.0653)^{2.0049}$

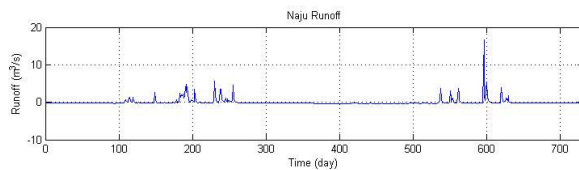


그림 2. 유출량 시계열자료

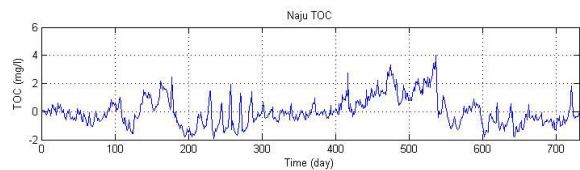


그림 3. TOC 시계열자료

## 2.3 결과

유출량과 TOC는 2003 ~ 2004년 동안의 일 자료로서 731일간의 자료를 사용하여 분석하였다. 그림 4와 그림 5는 웨이블릿 분석결과이며, 웨이블릿 스펙트럼과 GWP를 함께 도시하였다. 웨이블릿 스펙트럼에서 검은 실선으로 둘러 쌓여 있는 부분의 신뢰구간이 95%이상의 부분을 나타낸다. 실선 아래 부분은 Cone of Influence(COI)가 발생하는 부분이다. 따라서 실선 아래 부분은 분석에서 제외된다. GWP는 스케일별 평균을 의미하며, 점선은 95%의 신뢰도를 나타내어 신뢰도가 높은 구간을 쉽게 판단 할 수 있다.

유출량의 웨이블릿 변환의 결과는 그림 4에서 128일과 256일 사이에서 강한 스펙트럼이 보였다. 그러나 통계적 유의성을 갖는 부분은 점선의 윗부분인 2일에서 8일 사이의 구간에서 나타났으

며, 약 7일의 주기성을 갖는다. TOC의 경우 GWP에서는 256일 전·후에서 가장 강한 스펙트럼과 95%이상의 신뢰도를 얻었으나 웨이블릿 스펙트럼에서 실선 아래 부분에 해당하므로 분석에 적용하지 않는 구간이다. 따라서 187일 전·후에서 가장 신뢰할 수 있는 구간임을 알 수 있으며, 약 66일의 주기에서도 신뢰할 수 있는 결과를 나타내었다.

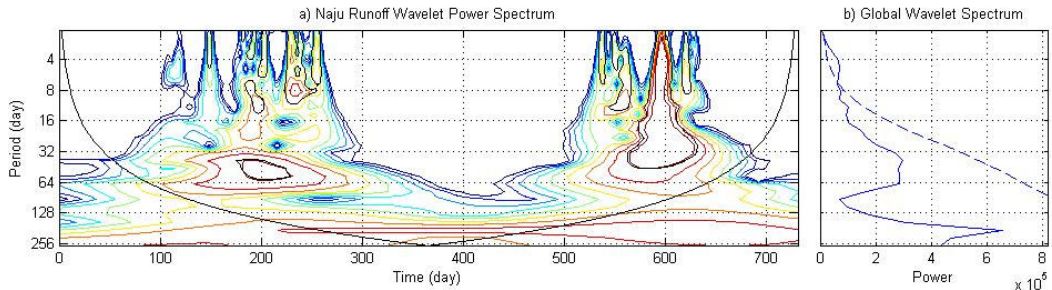


그림 4. 일 유출량의 웨이블릿 변환 분석 결과

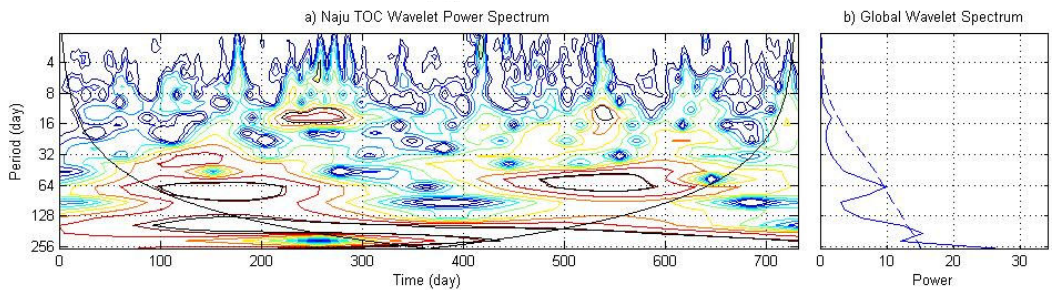


그림 5. TOC의 웨이블릿 변환 분석 결과

### 3. 결론

본 연구는 나주지점에서의 유출량과 TOC의 시계열 자료를 주기성 및 경향성을 파악하였다. 적용 방법으로써 연속형 웨이블릿을 사용하였으며, 사용된 웨이블릿 함수는 Morlet를 사용하였다. 분석 결과 나주지점의 유출량에 대해서는 7일 주기성을 갖는 유의할 만한 결과를 보였으며, 반면 TOC의 경우 187일에 가장 신뢰할 수 있는 주기성이 나타났다.

### 참고문헌

1. 권현한, 문영일(2005) Wavelet Transform을 이용한 수문시계열 분석, 대한수자원학회 논문집, 제38권 제6호, pp.439-448
2. 오창열(2007). 비선형 동역학과 인공신경망 이론을 이용한 유출량 및 수질예측에 관한 연구, 박사학위논문, 동신대학교
3. 진영훈, 박성천(2006). 실시간 TOC 자료의 장·단기 성분의 검출을 위한 이산형 웨이블릿 변환의 적용, 한국환경과학회지 제 15권 제9호.
4. 진영훈, 박성천, 이연길(2005). 수문시계열의 장·단기 성분 추출을 위한 웨이블릿 변환의 적용, 대한토목학회 논문집, 제25권 제6B호, pp.493-499
- 5 Torrence C, Compo GP.(1998). A Practical Guide to Wavelet Analysis, Bulletin of the American meteorological Society, vol.79, NO.1, pp.61-78