

격자 구성에 따른 만곡수로의 흐름특성 분석

An Analysis of the Flow Characteristics in Meandering Channels Due to Constructed Grid

박성수*, 유제선**, 조용식***

Seong Soo Park, Je seon Yoo, Yong-Sik Cho

요 지

본 연구에서는 유한요소 모델인 RMA-2를 이용하여 격자의 구성방법에 따른 만곡수로에서의 흐름특성분석을 비교하였다. 수치모의는 격자구성에 따라 균일격자망의 모형과 타원형 편미분 방정식을 이용한 모형에 대하여 실시하였다. 균일 격자망의 모형은 직선부에서는 가로세로비율에 따라 직사각형 격자를 구성하였고 곡선부에서는 곡률구간을 일정한 각도로 나누어 구성하였으며, 타원형 편미분 방정식을 이용한 모형은 격자간의 직교성을 만족하도록 구성하였다. 본 연구의 수치모의는 Shukry(1950)의 180° 만곡수로실험과 동일한 조건으로 실시하였으며 각 지점에서의 합성 유속분포를 실험값과 비교하였다. 실험결과, 만곡부에서 타원형 편미분 방정식을 이용한 모형의 수치모의 결과는 균일격자를 이용한 모형에 비해 실험값과 잘 일치함을 알 수 있었다.

핵심용어 : RMA-2, 만곡수로, 타원형 편미분 방정식, 균일격자망, 사행도

1. 서 론

실제 자연상태의 하천은 끊임없는 하도의 변화에 따라 여러 규모의 사행하천이 존재한다. 사행하천은 원심력 및 2차류 흐름 등의 영향으로 인해 매우 복잡한 흐름을 보이게 되는데, 만곡수로에서의 흐름구조를 밝힘으로써 유선 변경, 침식 및 홍수의 피해예방 등의 설계 및 연구에 유용하게 사용될 수 있다. 본 연구에서는 만곡수로와 같은 복잡한 지형을 타원형 편미분 방정식의 해를 이용한 격자 생성기법을 이용하여 만곡부에서 부드러운 격자를 생성하였다. 생성된 모형은 균일 격자생성모형과 실험값을 비교하여 그 정확성을 검증하였다. 만곡수로 흐름에 대한 실험실 자료는 Shukry(1950)의 180° 만곡수로 실험값을 이용하였으며, 수치모의를 위해 사용된 모델은 국내에서 가장 널리 사용되고 있는 RMA-2를 사용하였다.

2. 모형의 기본이론

RMA2는 2차원 수심 평균한 유한요소 수리동역학적 수치모델(WES, 1996; King, 1997)로서 상류(sub-critical) 및 자유수면 흐름의 수위와 수평 방향의 2차원 유속 성분을 계산한다. 마찰력은

* 정회원 · 한양대학교 토목공학과 석사과정 · E-mail : reibun@hanyang.ac.kr

** 한양대학교 토목공학과 박사 후 연구원 · E-mail : jaeson.yoo@hotmail.com

*** 정회원 · 교신저자 · 한양대학교 토목공학과 교수 · E-mail : ysc59@hanyang.ac.kr

Manning 방정식의 조도계수나 Chezy 방정식의 평균유속계수로 계산되며 정상류 뿐만 아니라 부정류에서도 모의가 가능하다. 모형의 지배방정식은 연속방정식과 Navier-Stokes 방정식을 수심 적분한 식으로서, 다음과 같다.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + h\left(\frac{\partial u}{\partial X} + \frac{\partial v}{\partial Y}\right) + u\frac{\partial h}{\partial X} + v\frac{\partial h}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$h\frac{\partial u}{\partial t} + hu\frac{\partial u}{\partial X} + hv\frac{\partial u}{\partial Y} - \frac{h}{\rho}(E_{xx}\frac{\partial^2 u}{\partial X^2} + E_{xy}\frac{\partial^2 u}{\partial Y^2}) + gh\left(\frac{\partial a}{\partial X} + \frac{\partial h}{\partial X}\right) + \frac{gun^2}{C^2} + (u^2 + v^2)^{1/2} - \zeta V_a^2 \cos\psi + 2h\omega v \sin\phi = 0 \quad (2)$$

$$h\frac{\partial v}{\partial t} + hu\frac{\partial v}{\partial X} + hv\frac{\partial v}{\partial Y} - \frac{h}{\rho}(E_{xy}\frac{\partial^2 v}{\partial X^2} + E_{yy}\frac{\partial^2 v}{\partial Y^2}) + gh\left(\frac{\partial a}{\partial Y} + \frac{\partial h}{\partial Y}\right) + \frac{gv^2}{C^2} + (u^2 + v^2)^{1/2} - \zeta V_a^2 \cos\psi + 2h\omega v \sin\phi = 0 \quad (3)$$

여기서, u, v 는 x, y 방향의 수심평균 유속이며, a 는 하상표고, E 는 확산계수, n 은 Manning 조도계수이며, C 는 Chezy 계수, V_a 는 풍속을 나타낸다. 수치기법으로는 가중잔차 Galerkin법을 사용하며 해를 구하기 위해서 완전 음해법을 사용한다. 반복 계산법으로는 각 시간단계에서의 비선형 연립방정식을 Newton-Raphson 반복법을 사용하여 계산한다.

3. 격자구성 방법

Elliptic type equation을 이용하여 적절한 형상의 격자를 구축하는 것은 다음과 같이 계산 영역 좌표인 (ξ, η) 에 대한 두 개의 Laplace 방정식을 풀어야 한다. 즉,

$$\xi_{xx} + \xi_{yy} = 0 \quad (4)$$

$$\eta_{xx} + \eta_{yy} = 0 \quad (5)$$

식 (4)~(5)를 이용하여 문제를 해결하려면 가상의 좌표인 $\xi - \eta$ 좌표계에서 계산해야 하는 어려움이 있다. 이러한 해법은 실용적이지 않으며 매우 어렵다. 그러므로 chain-rule을 이용하여 식 (4)~(5)를 식 (6)~(7)과 같이 변환하여 문제를 접근한다.

$$ax_{\xi\xi} - 2bx_{\xi\eta} + cx_{\eta\eta} = 0 \quad (6)$$

$$ay_{\xi\xi} - 2by_{\xi\eta} + cy_{\eta\eta} = 0 \quad (7)$$

여기서 계수 a, b, c 는 각 격자에서의 계수로서 식 (8)~(10)과 같다.

$$a = x_{\eta}^2 + y_{\eta}^2 \quad (8)$$

$$b = x_{\xi}x_{\eta} + y_{\xi}y_{\eta} \quad (9)$$

$$c = x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2 \quad (10)$$

위의 계수들은 중앙차분법을 적용한 Gauss-Seidal method의 반복계산법을 이용하여 풀게 되며 적절한 격자계를 구성하게 된다.

4. 수치모의 및 결과

본 연구의 수치모의 결과를 비교하기 위하여 사용된 Shukry(1950)의 180°만곡수로 실험은 수로의 폭이 0.3m, 길이가 약 3.5m 인 철재수로이고 만곡부의 곡률반경은 0.15m이다. 본 수치모의에서는 Shukry의 실험조건과 동일하게 하기 위해 상류유량조건은 $0.0559 \text{ m}^3/\text{s}$, 하류수심조건은 0.294 m 를 사용하였다. Manning 조도계수는 0.010으로 사용하였으며 와점성계수는 Peclet Number를 사용하여 $3 \text{ N}\cdot\text{sec}/\text{m}^3$ 을 사용하였다.

실험의 재현을 위해 그림 1과 같이 균일 격자망과 타원형 격자망으로 구성하여 수치모의를 실시하였다. 균일 격자망을 이용한 방법은 수로의 직선부에서는 횡방향으로 5개의 격자를 구성하였고, 종방향으로는 10개의 격자망을 구성하였으며, 만곡구간에 대해서는 종방향으로 10°간격으로 총 18개의 격자를 구성하였다. 타원형 격자망을 이용한 방법에서의 총 격자개수는 균일 격자망의 방법과 동일하며 그림과 같이 종방향과 횡방향의 직선이 내측을 제외하고는 직교성을 만족하는 격자망으로 구성하였다. 제일 내측의 격자는 만곡부가 시작되는 지점에서의 격자간 간격이 일정하지 않아 비직교성을 나타낸 것으로 보인다. 또한, 타원형 격자방법은 그 특성에 따라 곡률이 발생하는 중심쪽으로 격자선들이 모이는 특성을 나타내고 있다.

그림 2는 각 구간에 대한 합성유속을 만곡부의 접근유속(0.778 m/s)에 대한 백분율로 나누어 실험 데이터와 비교한 것이다. $\theta=135^\circ$ 의 실험값에서 만곡부위 내측의 유속이 급격하게 줄어드는 것을 알 수 있다. 이러한 현상은 흐름특성이 급격히 변하는 지형이므로 수치모의 결과와 잘 맞지 않는 것으로 나타난다. 하지만, 각 구간에 따른 합성유속을 비교해 본 결과, 수치모의 결과는 실험값과 비교적 정확함을 알 수 있으며, 격자망에 따른 수치모의결과는 타원형 격자에서의 결과가 균일격자망을 이용한 결과보다 내·외측에서의 유속변화의 특성을 더욱 잘 반영함을 알 수 있다.

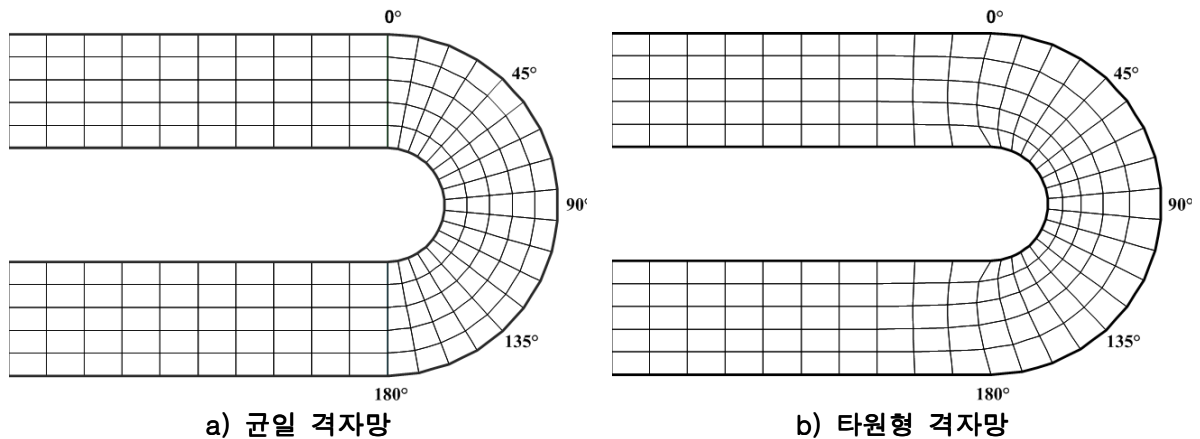


그림 1. 실험에 사용된 격자망

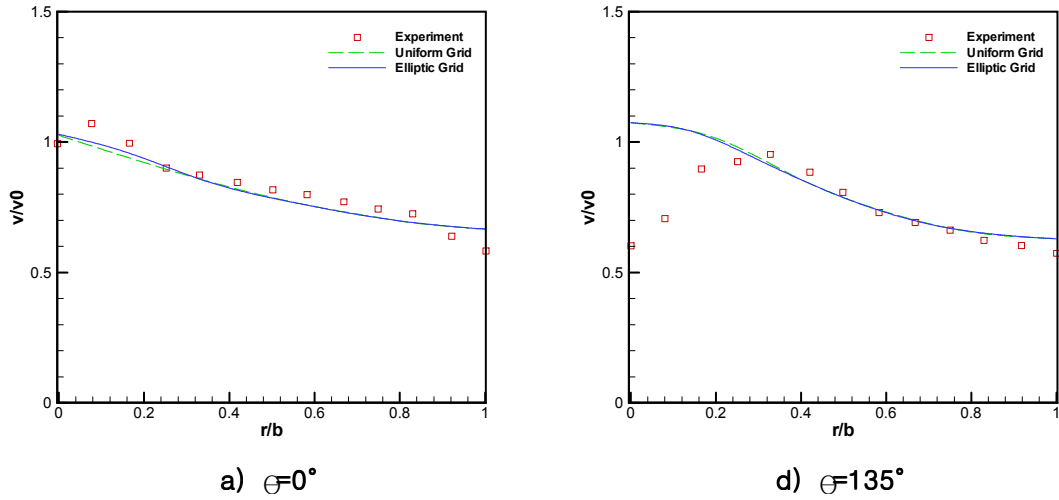


그림 2. 만곡수로흐름의 합성유속 분포 비교

5. 결론

본 연구에서는 2차원 천수방정식을 사용하는 RMA2를 사용하여 균일 격자망과 타원형 격자망을 사용하여 Shukry의 180°만곡수로에서의 수치모의를 실시하였다. 그 결과, 급격하게 변하는 지점에서의 유속분포는 균일격자망을 이용한 지형에서는 횡방향에 따라 선형적인 결과를 나타내었으나 타원형 격자망을 이용하였을 경우에는 지형의 변화를 고려한 유속분포의 특성이 잘 나타남을 알 수 있었다.

감 사 의 글

본 연구는 국토해양부 해양수산연구개발사업(지진해일에 의한 동해 연안항 및 무역항 설계해면 산출)의 연구비 지원으로 수행되었으며 이에 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. Shukry, A.(1950). Flow around bands in an open flume, Transactions, ASCE, VOL.115, pp. 713-727.
2. Kim, C.W., Lee, B.H., Cho, Y.S. and Yoon T.H.(2001). A two dimensional finite volume model in nonorthogonal coordinate system, Water Engineering Research, Vol.2, No.3, pp. 151-160.
3. U.S army Corps of Engineers. RMA-2 WES Version 4.3 User's Manual, 1997. 3.