

# 교각의 2차원 수치모의하는 방법에 관한 연구

## Study on the Methods for 2D Numerical Modeling of the Bridge Pier

김태범\*, 최병웅\*\*, 강형식\*\*\*, 최성욱\*\*\*\*

Tae Beom Kim, Byungwoong Choi, Hyeongsik Kang, Sung-Uk Choi

### 요 지

하천 개수나 치수를 위한 기초 연구의 일환으로 수치모형을 이용한 검증 및 예측 과정이 요구되어 왔고, 고전적인 수치모의 방법으로 결과 산출이 용이한 1차원 모형을 적용시켜 왔다. 1차원 모형의 경우 모의영역을 쉽게 넓힐 수 있고, 입력 자료가 간단하다는 장점이 있지만, 수직적이고 수평적인 흐름특성 변화 및 난류구조를 보이는 3차원적인 자연하천 흐름을 종방향의 1차원적인 모의 결과를 이용하여 평가한다는 점에서 비현실적이다. 하천을 가로질러 교각이나 보와 같은 구조물이 위치하고 있거나, 좌우 비대칭적인 형상의 수로를 모의할 경우 흐름특성의 공간적인 분포는 단순한 단면 평균적인 개념으로는 설명되기 힘들다. 최근에는 비로소 수공학 관련 실무자들에 의해서 최소한 2차원 수치모형을 기본적인 평가법으로 도입해야 한다는 분위기가 감지되고 있으며, 일반적으로 한강과 같은 대하천을 모의할 경우, 대다수의 실무자들과 연구자들이 축척을 문제 삼아 수로 내부에 위치한 교각을 생략하여 2차원 모의를 수행하기도 한다. 따라서 본 연구에서는 수로 내부에 위치한 교각을 2차원 모의하는 방법에 대한 비교평가를 수행하고자 한다.

동일한 격자를 이용하여 교각을 고려하지 않았을 경우와 교각 형상을 모의 영역에서 삭제하여 경계처리를 하였을 경우, 마지막으로 교각이 위치하고 있는 영역에 항력을 적용하였을 경우에 대해서 비교평가한다. 이를 위하여 2차원 천수방정식을 흐름방정식으로 하는 유한요소모형을 구축하였으며, 모형의 검증을 위해 교각이 수로에 위치할 경우에 대한 실내 실험 자료와 비교한다. 또한 검증된 모형을 이용하여 교각이 포함된 한강의 일부 구간을 선정하여, 교각 모의 방법에 대한 비교평가를 수행한다.

본 연구에서 구축된 자료 및 제시된 수치모형은 하천복원, 치수관리 측면에서 매우 유용하게 사용될 것으로 기대된다.

**핵심용어 : 2차원, 수치모의, 교각, 유한요소**

### 1. 서 론

교각주변의 흐름에 관한 연구는 하천수리학 분야에서 중요한 문제들의 하나이며, 교각주변의 세굴과 관련된 이동상 연구에 앞서서 행해야한 연구과제 중의 하나이기도 하다. 하천 흐름을 모의하기 위한 고전적인 1차원 수치모의는 수직적이고 수평적인 흐름특성 변화 및 난류구조를 보이는 3차원적인 자연하천 흐름을 단지 종방향의 1차원 결과를 나타내기 때문에, 흐름특성의 공간적인 분포를 설명하기 힘들다. 정확한 모의결과를 산출하기 위한 3차원 모형의 적용은 시간적으로나 비용면에서 아직까지 비효율적이며, 모의구간이 길어질수록 적용하기 힘들다. 1차원 모형과 3차원

\* 정회원 · 연세대학교 사회환경시스템공학부 박사후연구원 · Email : geo108@naver.com

\*\* 정회원 · 연세대학교 사회환경시스템공학부 석사과정 · Email : bw628@yonsei.ac.kr

\*\*\* 정회원 · 연세대학교 사회환경시스템공학부 연구교수 · Email : kanghs@yonsei.ac.kr

\*\*\*\* 정회원 · 연세대학교 사회환경시스템공학부 교수 · Email : schoi@yonsei.ac.kr

모형의 단점을 보완하기 위해서 최근에는 자연하천의 흐름특성을 규명하기 위한 도구로써 2차원 수치모형의 사용이 증가하고 있는 추세이다. 하지만 대하천이나 중소하천을 2차원 모의할 경우 축척을 문제삼아 수로내부에 위치한 교각과 같은 구조물의 영향을 무시할만하다고 가정하고 있다. 따라서 본 연구에서는 수로 내부에 위치한 교각을 2차원 모의하는 방법에 대한 비교평가를 수행하고자 한다. 이를 위하여 본 연구에서는 천수방정식을 이용한 2차원 유한요소모형을 구축하였으며, 구축된 모형의 검증을 위해서 수로 중심에 원통이 위치하는 경우에 대한 실내 실험 자료와 비교한다. 검증된 모형을 이용하여 교각이 포함된 한강의 일부 구간을 선정하여, 교각을 고려하지 않았을 경우와 교각 형상을 모의 영역에서 삭제하여 경계처리를 하였을 경우, 마지막으로 교각이 위치하고 있는 영역에 항력을 적용하였을 경우에 대해서 비교평가한다.

## 2. 지배방정식

본 연구에서는 천수방정식을 지배방정식으로 사용하였으며, 식 (1)~(3)과 같다.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial q}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{p^2}{h} + \frac{gh^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{pq}{h} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( 2\nu_t \frac{\partial p}{\partial x} \right) \\ - \frac{\partial}{\partial y} \left[ \nu_t \left( \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial q}{\partial x} \right) \right] + gh \frac{\partial z_b}{\partial x} + \frac{gn^2}{h^{7/3}} p \sqrt{p^2 + q^2} = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{pq}{h} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{q^2}{h} + \frac{gh^2}{2} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left[ \nu_t \left( \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial q}{\partial x} \right) \right] \\ - \frac{\partial}{\partial y} \left( 2\nu_t \frac{\partial q}{\partial y} \right) + gh \frac{\partial z_b}{\partial y} + \frac{gn^2}{h^{7/3}} q \sqrt{p^2 + q^2} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

여기서  $p = hu$ ,  $q = hv$ 의 관계에 있으며,  $p$ ,  $q$ 는  $x$ ,  $y$  방향의 단위 폭 당 유량성분,  $h$ 는 수심,  $u$ ,  $v$ 는  $x$ ,  $y$ 방향의 수심평균 유속성분이다. 그리고  $t$ 는 시간,  $g$ 는 중력가속도,  $z_b$ 는 하상고, 그리고  $n$ 은 Manning의 조도계수이다. 식 (2)와 (3)은 보존형태의 방정식이고, 이를 비보존형태의 방정식으로 나타내고 하나의 행렬식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \bar{A} \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + \bar{B} \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{D}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{D}_y}{\partial y} + \bar{F} = \bar{0} \quad (4)$$

$$\bar{U}^T = (h \ p \ q) \quad (5)$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ gh - \frac{p^2}{h^2} & 2\frac{p}{h} & 0 \\ -\frac{pq}{h^2} & \frac{q}{h} & \frac{p}{h} \end{bmatrix} \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -\frac{pq}{h^2} & \frac{q}{h} & \frac{p}{h} \\ gh - \frac{q^2}{h^2} & 0 & 2\frac{q}{h} \end{bmatrix} \quad \bar{D}_x = \begin{bmatrix} 0 \\ 2\nu_t \frac{\partial p}{\partial x} \\ \nu_t \left( \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial q}{\partial x} \right) \end{bmatrix} \quad (6), \quad (7),$$

(8)

$$\bar{D}_y = \begin{bmatrix} 0 \\ \nu_t \left( \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial q}{\partial x} \right) \\ 2\nu_t \frac{\partial q}{\partial y} \end{bmatrix} \quad \bar{F} = \begin{bmatrix} 0 \\ gh \frac{\partial z_b}{\partial x} + \frac{gn^2}{h^{7/3}} p \sqrt{p^2 + q^2} \\ gh \frac{\partial z_b}{\partial y} + \frac{gn^2}{h^{7/3}} q \sqrt{p^2 + q^2} \end{bmatrix} \quad (9), \quad (10)$$

여기서  $\bar{A}$ 와  $\bar{B}$ 는 이송행렬이다. 유한요소법을 이용한 수치해를 구하기 위해서 식(4)에 가중 잔차

법을 적용하며 식 (11)과 같다.

$$\int_{\Omega} N_i^* \left( \frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \bar{A} \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + \bar{B} \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{D}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{D}_y}{\partial y} + \bar{F} \right) d\Omega = 0 \quad (11)$$

여기서  $N_i^*$ 는  $i$  번째 절점에 해당하는 가중함수이다. 천수방정식의 해를 구하기 위한 SU/PG 기법에서의 가중함수는 다음과 같다.

$$N_i^* = N_i + \omega \Delta x \frac{\partial N_i}{\partial x} \bar{W}_x + \omega \Delta y \frac{\partial N_i}{\partial y} \bar{W}_y \quad (12)$$

여기서  $\bar{W}_x$ ,  $\bar{W}_y$ 는  $x$ ,  $y$  방향의 상향가중행렬이고,  $\omega$ 는 상향 계수이다.  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ 는 Katopodes (1984)가 제안한 아래와 같은 표현식을 적용시켰다.

$$\Delta x = 2 \sqrt{\left( \frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 + \left( \frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2}, \quad \Delta y = 2 \sqrt{\left( \frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2} \quad (13a, b)$$

여기서  $\xi$ ,  $\eta$ 는 수치적분을 위한 Gauss 구적법을 수행하기 위해서 변환된 정규화 좌표계에서의 좌표축이다. Hughes와 Mallet (1986)은 다차원 이송·확산계에 대해서 이송행렬 제공의 합의 제공근으로 이송행렬을 나눠줌으로써 만족할만한 상향가중행렬을 얻었고, Ghanem (1995)은 이 방법을 적용시켜 식(14)와 같은 가중행렬을 제안하였으며, 이를 2D CDG 기법이라 명명하였다.

$$\bar{W}_x = \frac{\bar{A}}{\sqrt{A^2 + B^2}}, \quad \bar{W}_y = \frac{\bar{B}}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad (14a, b)$$

### 3. 모형의 검증

개발된 모형의 교각주위의 흐름특성 해석 적용성을 판별하기 위해 Yulistiyanto 등 (1998)의 실내실험 자료를 이용하여 검증을 실시하였다. 폭 2 m, 길이 4 m, 경사 0.000625의 직사각형 수로 중심에 직경 0.22 m의 원통이 위치하고 있으며, 조도계수 0.012, 상류 유입유량 0.248 cms, 하류단 수위 0.185 m를 적용하였다. 그림 1은 수로 중심을 따른 무차원 수위변화를 나타내며, 그림 2는 수위 평면분포도이다. 원통 전면부에서의 선수파 (bow wave)가 정확히 모의되고 있으며, 교각 후면에서의 수위 회복 경향도 잘 나타내고 있다. 그러나, 실측자료와 비교할 때, 원통 측면을 따른 수위 하강이 과대평가되고 있으며, 원통 후면의 측벽에서의 수위상승이 과대평가되고 있다. 이는 원통 측면에서의 유속이 과대산정되기 때문으로 추측된다. 그림 3은 원통 주변의 유속벡터를 보이고 있다. 원통 주변에서 흐름이 가속됨을 보이고 있으며, 원통의 영향으로 인한 난류후류 (turbulent wake)도 나타나고 있다. 그러나 Yulistiyanto 등 (1998)에 따른 후류의 길이 (1.3×원통 직경)에 비해 1.4 배 정도 확장되어 있다.

### 4. 모형의 적용

개발된 모형의 검증을 통해서 교각 주변의 흐름특성 해석이 합리적이라고 판단되었으며, 따라서 개발된 모형을 잠실지구 주변의 한강 주수로에 적용하였다. 모의 구간은 올림픽대교부터 영동대교 하류구간까지 약 5.3 km 구간이며, 상·하류단 경계조건으로 계획홍수량 37,000 cms와 계획홍수위 17.12 m를, 그리고 조도계수는 0.03을 적용하였다 (건설교통부, 2002). 모의 영역 내부에는 잠실철교, 잠실대교, 청담대교, 영동대교가 위치하고 있으며, 교각을 내부경계로 설정하였을 경우, 교각의 내부경계를 삭제하고 내부 요소로 설정하였을 경우, 그리고 교각이 위치한 요소에 항력을 적용시켰을 경우 총 세 가지에 대해서 4시간 동안 모의하였다.

그림 4~6은 각각의 경우에 대한 수위분포와 유속분포를 나타내고 있다. 그림 4의 내부경계 처리시 결과는 그림 5의 내부요소 처리시의 결과는 확연히 다르게 나타나고 있으며, 그림 6의 항력 처리를 하였을 경우와 유사한 경향을 나타내고 있다. 교각을 고려하지 않을 경우 내부경계 처리 결과나 항력처리 결과에 비해서 수심은 과소평가되며, 유속의 분포도 매우 단순한 반면에, 교각을 고려할 경우, 교각을 경계로 수위가 상승하며 교각에 의한 유속분포가 확연히 차이를 보이고 있다. 일반적으로 2차원 수치모형을 실제 적용함에 있어서 수로 폭에 비해서 교각의 직경이 무시할 만큼 작다고 가정하여 수로 내부에 존재하는 교각을 고려하지 않고 수치모의하기도 하지만, 본 적용을 통해서, 교각을 내부경계로 처리하거나 항력처리함으로써 더욱 합리적인 수치모의 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 천수방정식을 지배방정식으로 하는 수평 2차원 유한요소모형을 구축한 후, 수로 중심에 원통이 존재할 경우의 실내실험자료를 이용하여 모형을 검증하였으며, 한강 잠실지구 주수로에 적용을 하였다. 본 모형의 실제 적용을 통해서, 하천의 축척에 상관없이 수로 내부의 교각을 무시하지 않고 내부경계나 항력 등과 같은 방법을 통해서 교각이 흐름특성에 미치는 영향을 고려함으로써 더욱 합리적인 수치모의 결과를 얻을 수 있음을 알았다.

#### 감사의 글

본 연구는 수자원의 지속적 확보기술개발 사업단의 21세기 프론티어 연구개발 사업의 일환(과제명: RAMS 개발, 과제번호: 2-3-3)으로 수행되었습니다.

#### 참 고 문 헌

- 건설교통부 (2002). “한강 하천정비기본계획(보완) (팔당댐 ~ 하구).”
- Ghanem, A.H.M. (1995). *Two-dimensional finite element modeling of flow in aquatic habitats*. Ph.D. dissertation, University of Alberta, Edmonton, Alberta.
- Hughes, T.J.R. and Mallet, M. (1986). A new finite element formulation for computational fluid dynamics: III. The generalized streamline operator for multidimensional advective-diffusive systems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 58, No. 3, pp. 305-328.
- Katopodes, N.D. (1984) wo-dimensional surges and shocks in open channels. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 110, No. 6, pp. 794-812.
- Yulistiyanto, B., Zech, Y. and Graf, W.H. (1998). Flow around a cylinder: Shallow-water modeling with diffusion-dispersion. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 124, No. 4, pp. 419-429.

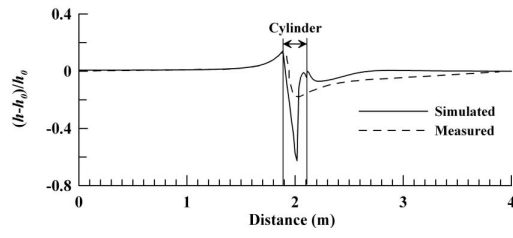


그림 1. 수로 중심 및 원통 측면에서의 수위변화

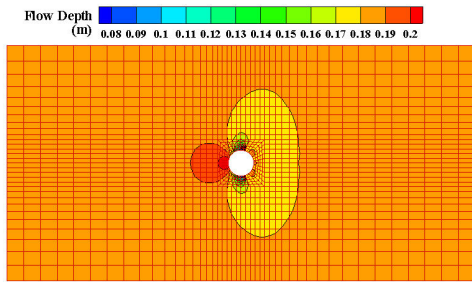


그림 2. 수위분포

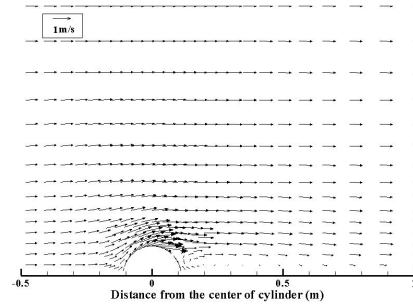
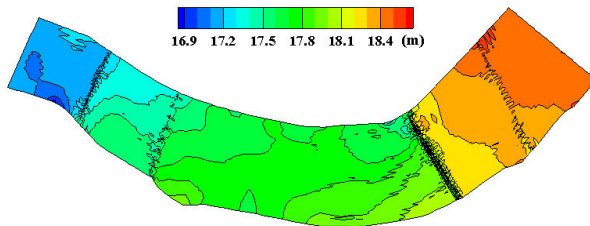
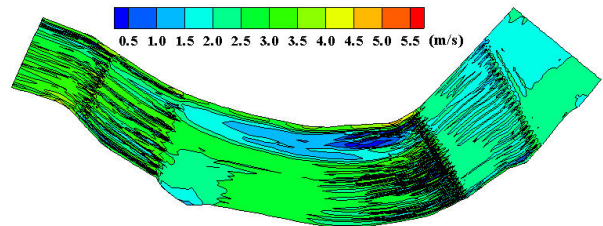


그림 3. 원통 주위의 유속벡터

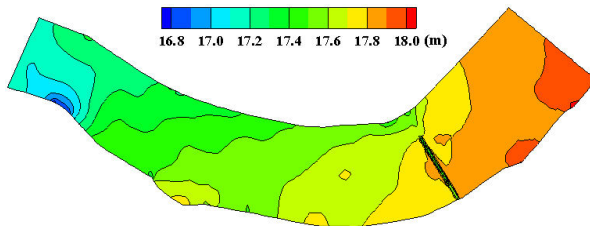


(a) 수위분포

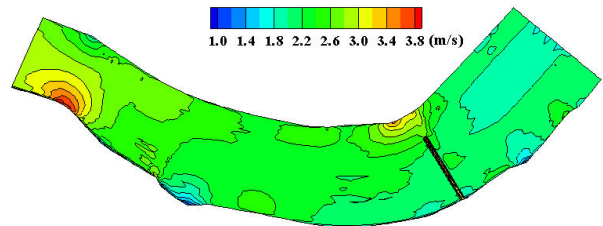


(b) 유속분포

그림 4. 교각을 내부경계 처리하였을 경우

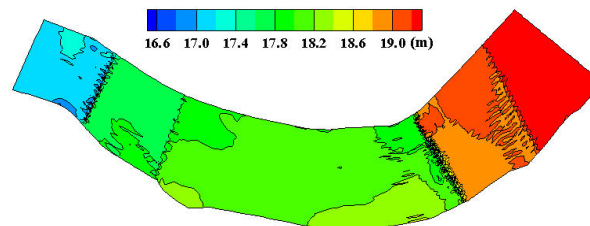


(a) 수위분포

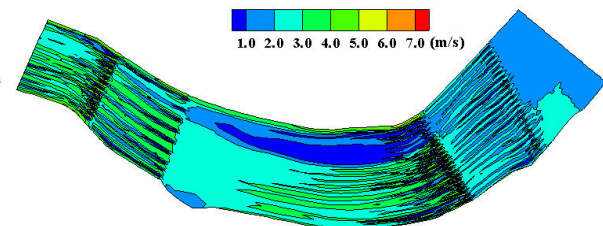


(b) 유속분포

그림 5. 교각을 고려하지 않고, 내부요소로 처리하였을 경우



(a) 수위분포



(b) 유속분포

그림 6. 교각을 항력 처리하였을 경우