

2차원 수치해석을 위한 범용 Mesh Generator의 개발(IV)

Development of Mesh Generator for 2D Hydraulic Analysis(IV)

고태진*, 김유진**, 장형상***, 김홍식****

Tae Jin Goh, Eugene Kim, Hyung Sang Jang, Hong Sik Kim

요 지

하천의 2차원 흐름 해석, 유사이동 해석, 오염확산 해석을 위한 유체의 수치해석법에는 유한요소법, 유한차분법, 유한차분법의 변형인 유한체적법, 경계적분법 등이 있다. 유체에 대한 수치해석 기법으로 전통적으로 가장 많이 사용되고 있는 방법은 유한차분법이지만, 비구조적 요소망(unstructured mesh)을 이용하여 복잡한 형상을 표현하기가 상대적으로 용이한 유한요소법이 다양한 형태의 하천 해석에는 더욱 적합할 것이다.

본 연구에서는 비구조적 요소망을 advanced front method를 이용하여 생성해 보았다. Advanced front method는 해석하고자 하는 영역에 적절한 절점들을 생성한 후 삼각 요소망을 구성하는 grid based advanced front method와 절점들을 생성하지 않고 해석 영역에 삼각 요소를 바로 구성하는 element based advanced front method로 나눌 수 있다. Grid based advanced front method에서 해석 영역에 적절한 절점을 생성하는 방법으로는 일반적인 격자 구조의 절점 생성 방법을 적용하였으며 경계와의 거리가 가까운 절점은 생성되지 않으며, 삼각 요소를 구성할 때에는 두 개의 인접 절점을 비교하여 최적의 삼각 요소를 구성하게 된다. 단 두 개의 인접 절점만을 비교함으로써 비교적 빠른 시간 안에 최적의 삼각 요소망을 구성할 수 있다. 삼각 요소망을 생성한 후에는 Laplacian smoothing을 이용하여 삼각 요소망의 형질을 개선하였다. Element based advanced front method는 외부 경계에서부터 시작된 Front가 내부 영역으로 확대되어지며 각 Front에서 적절한 절점을 직접 생성하여 바로 삼각 요소를 구성하게 된다. Front에서 생성된 절점은 인접 절점들이 있는지 검색하여 인접 절점이 있다면 생성된 절점은 삭제되어지며 인접 절점이 삼각 요소를 위한 나머지 한 점으로 채택되어진다. Front는 외부 경계와 교차되어지지 않아야 하며 또한 연속된 Front를 효율적으로 관리하기 위해 list 자료 구조를 활용하였다.

핵심용어 : 유한요소, 수치해석, GUI, Mesh, FEM

1. 서론

하천의 2차원 흐름 해석, 유사이동 해석, 오염확산 해석을 위한 유체의 수치해석법은 다양한 방법이 존재하지만 보통 사용되는 방법들은 유한요소법, 유한차분법, 유한차분법의 변형인 유한체적법, 경계적분법등이 있다. 유체에 대한 수치해석 기법으로 전통적으로 가장 많이 사용되고 있는

* 정회원 · (주)웹솔루스 시스템사업부 과장 · E-mail : tjgoh@websolus.co.kr
** 정회원 · (주)웹솔루스 시스템사업부 부장 · E-mail : icepc@websolus.co.kr
*** 정회원 · (주)웹솔루스 시스템사업부 과장 · E-mail : hsjang@websolus.co.kr
**** 정회원 · (주)웹솔루스 이사 공학박사 · E-mail : hotae@websolus.co.kr

방법은 유한차분법으로 정렬된 요소망을 이용하여 흐름을 지배하는 Navier-Stokes 방정식을 푼다. 그러나 유한차분법은 구조적 요소망(structured mesh)을 구성하여야 한다는 전제조건으로 인하여 복잡한 형상의 하천의 경우 요소망 구성에 많은 시간을 소모하게 된다. 이에 비하여 유한요소법은 복잡한 형상을 표현하기가 상대적으로 매우 간단하여 다양한 하천의 해석에 쉽게 이용할 수 있으며, 비구조적 요소망(unstructured mesh)을 이용하여 적응적 요소망을 간단하게 생성할 수 있다.

본 연구에서는 비구조적 요소망을 advanced front method를 이용하여 생성해 보았다. Advanced front method는 해석하고자 하는 영역에 적절한 절점들을 생성한 후, 삼각 요소망을 구성하는 grid based advanced front method와 절점들을 생성하지 않고 해석 영역에 삼각 요소를 바로 구성하는 element based advanced front method로 나눌 수 있다.

2. Grid Based Advancing Front Method

2.1 절점의 생성

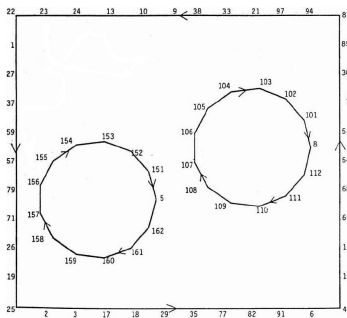


그림 1. 해석 영역의 구성

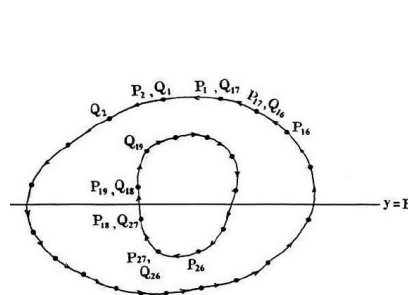


그림 2. 교차점의 계산

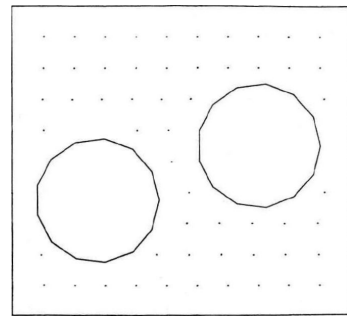


그림 3. 절점의 구성

절점을 생성하기 위한 해석 영역은 그림 1과 같이 방향성을 가지고 구성된다. 해석 영역이 구성되어 지면 해석 영역의 y_{min} , y_{max} 를 계산하고 이 y_{min} , y_{max} 사이를 가로지르는 가상의 수평선을 일정 간격(요소 크기)으로 위치한다. 가상의 수평선과 경계와의 교차점을 찾아 두 교차점 사이에 요소 크기 간격의 절점을 위치시킨다. 그림 2와 같이 가상의 수평선의 y 값을 H 라 하면 다음의 식 1, 2의 경우에 교차가 이루어지며, 식 3으로 간단하게 경계와의 교차점을 계산할 수 있다.

$$(Y_1 - H)(Y_2 - H) < 0 \quad (1)$$

$$(Y_1 - H)(Y_2 - H) = 0 \text{ and } (H > Y_1 \text{ or } H > Y_2) \quad (2)$$

$$C = \left(X_1 + \frac{(H - Y_1)(X_2 - X_1)}{(Y_2 - Y_1)} H \right) \quad (3)$$

(여기서, $X_1 = X(P_i)$, $Y_1 = Y(P_i)$, $X_2 = X(Q_i)$, $Y_2 = Y(Q_i)$, $C =$ 교차점)

가상의 수평선과의 교차점이 계산되어지면 각 교차점 사이에 일정 간격의 절점을 생성한다. 단, 절점과 경계와의 간격이 요소크기를 D 라 할 때 $0.7D$ 이하이면 해당 절점은 생성하지 않는다.

2.2 삼각 요소의 구성

절점 구성이 끝나게 되면 삼각 요소를 구성할 수 있다. 삼각 요소 구성은 그림 4와 같이 외부 경계에서부터 시작 하게 되는데, 외부 경계의 연속된 두 점을 시작 Front로 설정하고 삼각 요소를 구성한다. 삼각 요소를 구성하면서 계속 새로운 Front가 생성되게 되면 점차 해석 영역의 내부로 삼각 요소를 채우게 된다. 내부 영역이 구성됨에 따라 Front는 감소하게 되며 Front의 수가 0이 되었을 때 전체 영역에 삼각 요소망이 구성된다. 그림 4에서처럼 삼각 요소를 구성함에 있어 Front(AB)에서 최적의 절점 C를 찾는 방법은 그림 6과 식 4, 5에서 설명하고 있다. C_1, C_2 가 비교 대상이 되는 절점이라고 하면 $\alpha_1 \lambda_1 > \alpha_2 \lambda_2$ 일 때 C_1 이 선택된다.

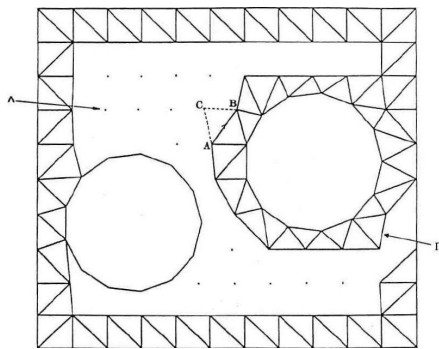


그림 4. 외부 경계에서의 삼각망

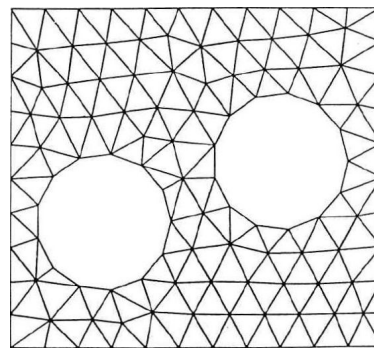


그림 5. 내부 영역에서의 삼각망

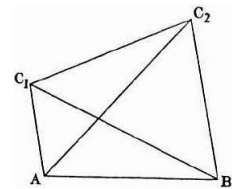


그림 6. 절점 C

$$\alpha_1 = \frac{\Delta ABC_1}{AB^2 + BC_1^2 + C_1A^2}, \quad \beta_1 = \frac{\Delta C_1BC_2}{C_1B^2 + BC_2^2 + C_1C_2^2}, \quad \partial_1 = \frac{\Delta AC_1C_2}{AC_1^2 + C_1C_2^2 + C_2A^2} \quad (4)$$

$$\lambda_1 = \max(\beta_1, \partial_1)$$

$$\alpha_2 = \frac{\Delta ABC_2}{AB^2 + BC_2^2 + C_2A^2}, \quad \beta_2 = \frac{\Delta C_2BC_1}{C_2B^2 + BC_1^2 + C_1C_2^2} = -\beta_1, \quad \partial_2 = \frac{\Delta AC_2C_1}{AC_2^2 + C_2C_1^2 + C_1A^2} = -\partial_1 \quad (5)$$

$$\lambda_2 = \max(\beta_2, \partial_2)$$

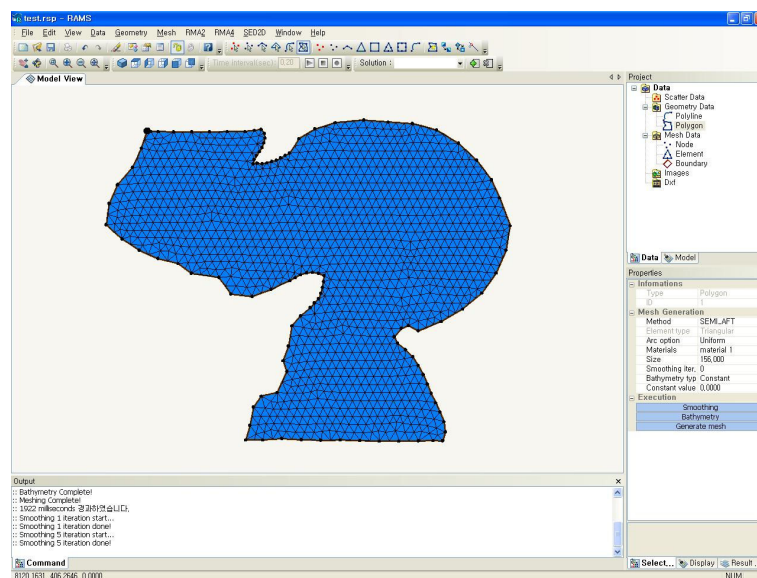


그림 7. RAMS에서의 삼각망 구성 결과(SEMI AFT)

3. Element Based Advanced Front Method

3.1 절점의 생성

그림 1과 같이 해석 영역이 구성되어지면 1→27 : Front1, 27→37 : Front2 등과 같이 Front가 외부 경계에서 구성되어진다. Front(AB)가 구성되어지면 나머지 절점(C)을 생성하게 된다. 절점 (C) 생성방법은 그림 8과 같이 정삼각형을 이루도록 한다. 또한 이렇게 생성된 절점은 C, C' 두 개의 절점이 생성되어지는데 이 두 개의 절점 중 내부에 있는 절점 C만 채택되어진다. 그림 1에서와 같이 해석 영역이 구성되어지면 언제나 절점 C는 Front의 왼쪽에 위치하게 된다.

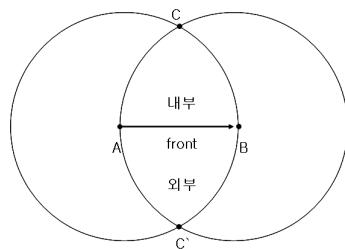


그림 8. 절점의 선택

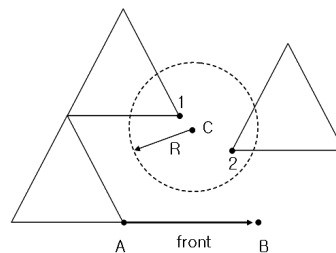


그림 9. 인접 절점의 구성

그림 9와 같이 절점 C에서 임의의 반지름 R을 기준으로 인접 절점들이 있는지 검사하게 되고 만약 인접 절점이 있다면 인접 절점들 중에서 삼각 요소를 이루게 될 절점 C가 선택되어진다. 절점 1과 2 중에서 절점 C를 선택하게 되는 기준은 가상의 삼각 요소를 이루었을 때 그 외접원의 반지름이 작은 Delaunay order에 따라 검사를 수행하여 다른 요소 또는 외부 경계와 교차가 없을 때 채택되어진다.

3.2 삼각 요소의 구성

그림 10과 같은 방법으로 Front가 외부에서부터 출발하여 내부로 전진하게 되면서 삼각 요소망이 구성 되어진다. 파란색으로 표시된 각 절점을 있는 선분이 Front 이다. 그림 10에서 알 수 있듯이 삼각 요소가 구성됨에 따라 Front가 생성되어지거나 삭제되어진다. 이 Front들은 list 자료구조로 관리되어지며 삽입과 삭제가 자유롭다. 더 이상 삼각 요소를 구성할 Front가 없다면 삼각 요소망 구성이 완성된 것이다.

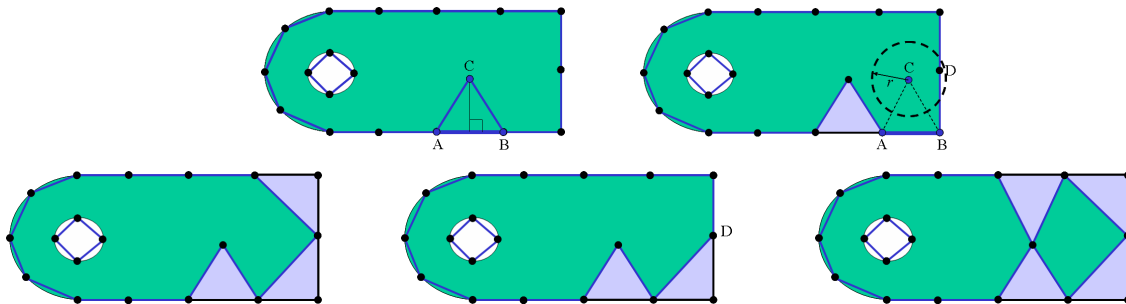


그림 10. 삼각 요소의 구성 순서

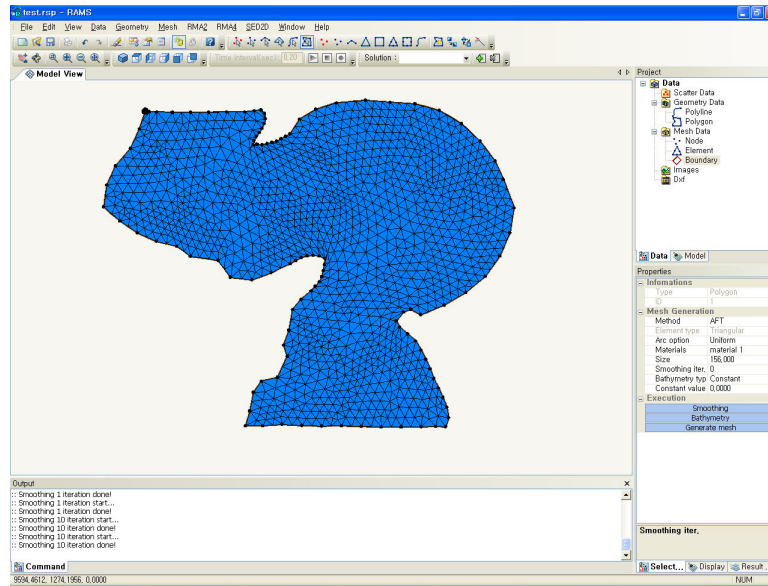


그림 11. RAMS에서의 삼각망 구성 결과(AFT)

4. 결론

형질이 우수한 비구조적 삼각 요소망을 생성하기 위해 Advanced Front Method의 두 방법인 Grid Based Advanced Front Method와 Element Based Advanced Front Method를 이용하여 Mesh Generator를 개발하였다. Grid Based Advanced Front Method는 보다 적절한 절점을 생성할 수 있었으며, 삼각 요소망 구성 속도의 향상도 이를 수 있었다. 또한, 인접 노드를 비교하여 최적의 삼각 요소를 구성함으로써 형질이 좋은 삼각 요소망을 얻을 수 있었다. Element Based Advanced Front Method를 통해서 외부 경계의 형태를 유지하는 삼각 요소망 구성을 할 수 있었으며, list 자료구조를 활용하여 Front 삽입과 삭제 속도를 향상시킬 수 있었다.

감 사 의 글

본 연구는 21세기 프론티어 연구개발사업인 수자원의 지속적 확보기술개발사업단의 연구비지원 (과제번호 : 2-3-2)에 의해 수행되었습니다

참 고 문 헌

1. EMRL (2003). Surface-water modeling system : Tutorials Version 8.1. Brigham Young University.
3. Thompson, J.F., Warsi, Z.U.Z., Mastin, C.W. (1985). Numerical grid generation, Foundation and applications, Elsevier Science Publishing Co.
4. Lo, S.H. (1985). "A New Mesh Generation Scheme For Arbitrary Planar Domains", International Journal For Numerical Methods in Engineering, John Wiley, Num 21, pp.1403-1426