

직사각형 개수로 흐름에서 횡방향 하상형상의 생성 메커니즘 분석

Numerical Investigations of Initiation mechanism of Longitudinal Bedforms in Open-Channel Flows

강형식¹⁾ · 최성욱²⁾

Kang, Hyeongsik · Choi, Sung-Uk

요 지

본 연구에서는 3차원 수치모의를 통하여 횡방향 하상형상 및 격자형 이차흐름 구조의 생성 메커니즘을 분석하였다. 이를 위해 곡선좌표계에서의 지배방정식을 구성하고, 난류 폐합을 위해 Speziale(1987)가 제안한 비등방성 $k-\epsilon$ 모형을 이용하였다. 또한 Exner 방정식을 이용하여 시간에 따른 하상변동을 예측하였다. 그 결과 바닥과 측벽 사이에서 발생하는 바닥 이차흐름의 하향류에 의해 측벽 부근부터 하상이 침식되고, 침식된 유사량은 이차흐름의 횡방향 유속에 의해 이동되어 퇴적되어, 결국 횡방향으로 연속적인 언덕 및 저면과 같은 하상형상이 생성되는 것으로 나타났다. 또한 시간에 따른 이차흐름 및 바닥 전단력, 하상고의 변화에 대해 살펴보았다.

핵심용어: 격자형 이차흐름, 횡방향 하상형상, 생성 메커니즘, 레이놀즈응력, Exner 방정식

1. 서론

직선 개수로 흐름에서 발생하는 이차흐름의 생성원인은 난류의 비등방성 및 불균질성과 관련이 있는 것으로 알려져 있다. 따라서 직선 수로에서 발생하는 이차흐름을 난류에 의한 이차흐름(turbulence-induced secondary currents)이라 하는데, 이는 단면 형상의 비대칭성, 자유수면 효과, 바닥 거칠기의 불균일성 등에 따라 다양한 형태의 이차흐름이 존재하게 된다.

본 연구에서는 횡방향으로 언덕(ridge) 및 저면(trough)이 반복되는 하상형상을 갖는 직선 개수로 흐름에서의 이차흐름에 초점을 맞추었다. 이와 같은 이차흐름 구조는 언덕에서 상향류가 발생되고 저면에서는 하향류가 발생되어 한 쌍의渦가 형성되는데 이를 격자형 이차흐름(cellular secondary currents)라 한다. 이와 같은 격자형 이차흐름은 폭이 넓은 수로라 할지라도 최대 유속이 자유수면 아래에 놓이게 되는 velocity dip 현상을 일으키는 원인이 된다. 이와 같은 격자형 이차흐름 구조에 대한 많은 현장 관측(Allen, 1984; Kinoshita, 1967 등) 및 실내실험 연구(Nezu와 Nakagawa, 1984; Muller와 Studerus, 1979; Wang과 Cheng, 2006)와 수치모의 연구(Ohmoto와

1) 정회원, 연세대학교 사회환경시스템공학부 연구교수 (kanghs@yonsei.ac.kr)

2) 정회원, 연세대학교 사회환경시스템공학부 교수 (schoi@yonsei.ac.kr)

Hayashi, 2003, Choi 등, 2008)가 있었다. 또한 이러한 격자형 이차흐름 구조 및 횡방향 하상형상의 생성 메커니즘에 대해 Nezu와Nakagawa(1984), Ikeda(1981), Colombini(1993) 등은 다양한 가능성을 제시하였지만, 아직까지 명확한 메커니즘이 알려져 있지 않은 상태이다.

본 연구의 목적은 3차원 수치모의를 통하여 횡방향 하상형상 및 격자형 이차흐름 구조의 생성 메커니즘을 분석하는 것이다. 이를 위해 곡선좌표계에서의 지배방정식을 구성하고, Speziale(1987)가 제안한 비등방성 k-ε모형을 이용하여 직사각형 개수로 흐름을 수치모의 하였다. 또한 Exner 방정식을 이용하여 시간에 따른 하상변동을 예측하고, 하상변동에 대한 이차흐름 및 바닥 전단력의 영향에 대해 고찰하였다.

2. 수치모형

하상형상을 갖는 개수로 흐름을 수치모의 하기 위해서는 다음과 같이 실제 물리적 공간에서의 좌표를 계산공간 좌표로 변화시켜야한다.

$$x = x \quad \xi = \xi(y, z) \quad \eta = \eta(y, z) \quad (1a, b, c)$$

여기서 (y, z) 는 물리적 공간에서의 횡방향(y)과 수직방향(z)으로의 좌표이고, (ξ, η) 는 계산 공간에서의 좌표, x 는 주흐름방향을 나타낸다. 따라서 레이놀즈수가 충분히 큰 등류 흐름인 경우 좌표 변환된 연속방정식 및 운동량 방정식은 다음과 같다.

연속방정식

$$\frac{1}{J} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (h_2 v^c) + \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 w^c) \right] = 0 \quad (2)$$

주흐름방향 운동량방정식

$$\frac{v^c}{h_1} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{w^c}{h_2} \frac{\partial u}{\partial \eta} = -g S_0 - \frac{1}{J} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (h_2 \overline{u'v^{c'}}) + \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 \overline{u'w^{c'}}) \right] \quad (3)$$

횡방향 및 수직방향 운동량방정식

$$\begin{aligned} \frac{v^c}{h_1} \frac{\partial v^c}{\partial \xi} + \frac{w^c}{h_2} \frac{\partial v^c}{\partial \eta} + \frac{v^c w^c}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{w^{c2}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} = -\frac{1}{\rho h_1} \frac{\partial p}{\partial \xi} \\ - \frac{1}{J} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (h_2 \overline{v^{c'2}}) + \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 \overline{v^{c'} w^{c'}}) \right] - \frac{v^{c'} w^{c'}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + \frac{w^{c'2}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{v^c}{h_1} \frac{\partial w^c}{\partial \xi} + \frac{w^c}{h_2} \frac{\partial w^c}{\partial \eta} + \frac{v^c w^c}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \xi} - \frac{v^{c2}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \eta} = -\frac{1}{\rho h_2} \frac{\partial p}{\partial \eta} \\ - \frac{1}{J} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (h_2 \overline{v^{c'} w^{c'}}) + \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 \overline{w^{c'2}}) \right] - \frac{v^{c'} w^{c'}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + \frac{v^{c'2}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 u, v^c, w^c 는 각각 계산공간에서의 주흐름방향, 횡방향 및 수직방향으로의 시간평균된 유속, h_1 과 h_2 는 좌표축 변화 규모 계수(coordinate transformation scale factors), J 는 자코비안의 행렬식, p 는 시간평균된 압력, ρ 는 유체 밀도, g 는 중력가속도, $\overline{u_i^{c'} u_j^{c'}}$ 는 계산공간에서의 레이놀즈응력이다. 운동량 방정식에서 레이놀즈응력 항은 다음과 같이 Speziale(1987)가 제안한 비선형 k-ε

모형을 사용하였다.

$$-\overline{u_i u_j} = -\frac{2}{3} k \delta_{ij} + \frac{k^{5/2}}{\varepsilon} D_{ij} + C_D \frac{k^3}{\varepsilon^2} \left(D_{im} D_{mj} - \frac{1}{3} D_{mn} D_{nm} \delta_{ij} \right) + C_E \frac{k^3}{\varepsilon^2} \left(D_{ij} - \frac{1}{3} D_{mn} \delta_{ij} \right) \quad (6)$$

여기서 k 는 난류운동에너지, ε 은 k 의 소산률, C_D 와 C_E 는 모형상수로서 Speziale(1987)는 자유수면이 없는 내부흐름(internal flow)에서 $C_D = C_E = 1.68$ 을 제시하였다.

하상 변동을 수치모의 하기 위한 Exner 방정식은 다음과 같다.

$$(1-p') \frac{\partial z_n}{\partial t} = -\frac{\partial q_{b,y}}{\partial y} \quad (7)$$

여기서 q_b 는 소류사량으로서 Ashida와 Michiue(1972)공식을 이용하였다.

3. 계산 결과

수심 $H = 0.04$ m, 수로 폭 $B = 0.3$ m, 수로 폭-수심 비 $AR = 7.5$, 바닥 경사 $S = 0.00152$, 입자 크기 $D_s = 80 \mu$ 인 경우 시간에 따른 하상고 변화 및 이에 따른 이차흐름 분포 변화를 계산하였다. 그림 1은 시간에 따른 하상고의 변화와 이에 따른 주흐름방향 유속 및 이차흐름 구조의 변화를 보여준다. 그림 1에서 $t=0$ 인 경우를 살펴보면, 자유수면 이차흐름과 바닥 이차흐름이 존재하고 흐름 중앙 영역에서는 이차흐름의 영향이 없는 것을 확인할 수 있다. 또한 그림에서 주흐름방향으로의 유속 분포도를 보면, 측벽 근처에서 이차흐름의 영향으로 등유속선이 부풀어지는 현상이 나타나고 최대유속은 자유수면에서 발생하는 것을 볼 수 있다. 그림 1에서 시간 경과에 따른 하상고의 변화를 살펴보면, $t = 10$ sec인 경우 측벽 근처에서 발생하는 이차흐름의 강한 하향류에 의해 측벽과 바닥의 접합부에서부터 하상고가 저하되고, $0.05 \text{ m} < y < 0.1 \text{ m}$ 및 $0. \text{ m} < y < 0.15 \text{ m}$ 구간에서는 하상고가 상승되는 것으로 나타났다. 즉, 측벽 근처에서의 하향류에 의해 하상이 저하되고, 이차흐름의 횡방향 성분에 의해 침식된 하상토가 횡방향으로 이동되어 하상이 상승되는 것을 확인할 수 있다. $t = 50$ sec인 경우, 하상의 저하와 상승은 좀 더 뚜렷이 발생되고, $t = 100$ sec인 경우에는 수로 폭의 중심부에서도 하상이 상승되는 것으로 나타났다. 또한 시간에 따라 하상고가 변함에 따라 이차흐름 구조 역시 변화되는데, 그림을 살펴보면 $t = 150$ sec인 경우 흐름의 중앙부에서도 한 쌍의 이차흐름이 형성되는데, 이를 격자형 이차흐름(cellular secondary currents)라 한다.

그림 2는 시간에 따른 하상고 변화를 보여준다. 그림을 살펴보면 $y < 0.05$ m의 측벽 근처 영역서 하상이 저하되는데, $t = 50$ sec 이후에는 하상 저하가 더 이상 진행되지 않고 거의 일정해지는 것으로 나타났다. 또한 $y > 0.05$ m에서는 하상의 상승 및 저하가 반복적으로 발생하는 것을 볼 수 있다.

그림 3은 시간에 따른 전단응력 분포도이다. 초기 하상($t=0$)에서의 전단응력 분포를 살펴보면, 전단응력은 측벽에서부터 급격히 증가하다가 감소하여 $y = 0.08$ m 부근에서 국부 최소를 이루고 다시 증가하는 것을 볼 수 있다. 이와 같은 전단응력 분포도는 횡방향 하상형상을 발생시키는 주요 원인이 된다. 다시 말해서, 일반적으로 유사량은 전단응력에 비례하는데, 횡방향으로 전단응

력의 값이 증가한다는 것은 유사량의 경사($\partial q_b/\partial y$)가 증가함을 의미한다. 그러나 Exner 식에서 시간에 따른 하상고의 변화율은 $-\partial q_b/\partial y$ 과 동일하므로, 유사량 경사의 증가는 시간에 따라 하상고가 저하되는 결과를 보인다. 따라서 횡방향으로의 전단응력 경사가 증가 및 감소를 반복하기 때문에, 하상고 역시 횡방향으로 상승 및 저하를 반복하게 된다. 이와 같은 전단응력 분포는 시간에 따라 변화하고, $t = 200$ sec인 경우에는 전단응력의 국부 최소가 더 뚜렷이 보이고, 전단응력의 경사 역시 더 커지는 것을 확인할 수 있다.

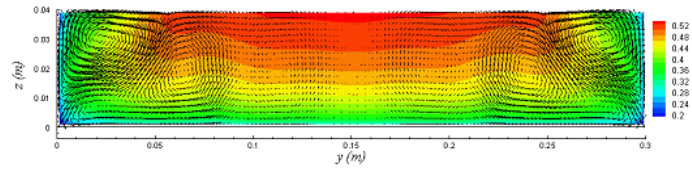
4. 결론

본 연구에서는 비선형 $k-\epsilon$ 모형을 이용하여 직사각형 개수로 흐름에서의 하상형상의 생성 메커니즘을 분석하였다. 이를 위해 곡선좌표계에서의 지배방정식을 유도하고, Exner 방정식을 이용하여 하상변동을 수치모의 하였다.

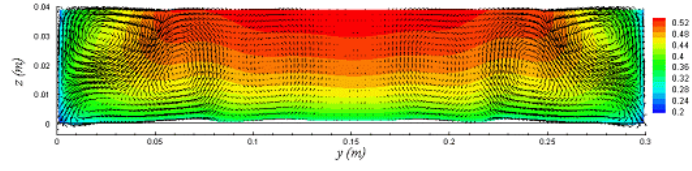
그 결과, 측벽 및 바닥 근처에서 발생하는 바닥 이차흐름의 강한 하향류에 의해 측벽 근처부터 하상이 침식되고, 침식된 유사량은 이차흐름의 횡방향 유속에 의해 전달되어 퇴적되는 것으로 확인되었다. 또한 시간이 지남에 따라 하상의 언덕과 저면이 반복되는 하상형상이 형성되고, 이에 따라 이차흐름 구조 역시 변화되는 것으로 나타났다. 하상형상의 생성에 대한 가장 중요한 요인은 측벽 근처에서 발생하는 하향류이고, 또한 바닥 전단응력의 횡방향 경사의 불균일성 역시 중요한 원인이 된다.

참고문헌

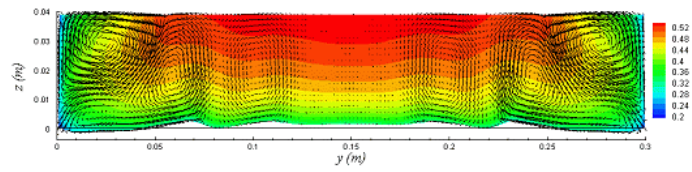
- Allen, J.R.L. (1984). *Sedimentary Structure*, vol. 2, Elsevier, New York, NY.
- Choi, S.-U., Park, M., and Kang, H. (2007). "Numerical simulations of cellular secondary currents and suspended sediment transport in open-channel flows over smooth-rough bed strips." *Journal of Hydraulic Research*, IAHR, 45(6), 829-840
- Colombini, M. (1993). "Turbulence-driven secondary flows and formation of sand ridges." *Journal of Fluid Mechanics*, 254, 701-719.
- Kinoshita, R. (1967). "An analysis of the movement of flood waters by aerial photography; concerning characteristics of turbulence and surface flow." *Photographic Surveying*, 6, 1-17 (in Japanese).
- Muller, A. and Studerus, X. (1979). "Secondary flow in an open-channel." *Proceedings of 18th IAHR congress*, Cagliari, 3, 19-24.
- Nezu, I. and Nakagawa, H. (1984). "Cellular secondary currents in straight conduit." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 110(2), 173-193.
- Wang, Z.-Q. And Cheng, N.-S. (2006). "Time-mean structure of secondary flows in open channel with longitudinal bedforms" *Advances in Water Resources*, 29, 1634-1649.



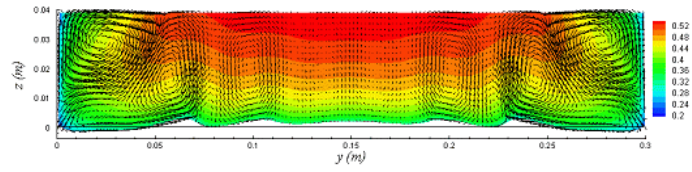
(a) $t = 0$



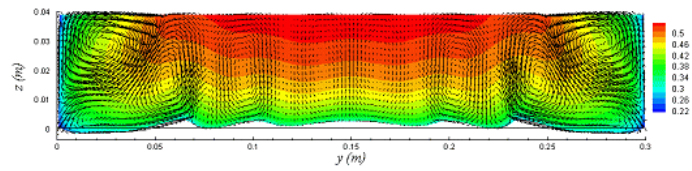
(b) $t = 10 \text{ sec}$



(c) $t = 50 \text{ sec}$



(d) $t = 100 \text{ sec}$



(e) $t = 150 \text{ sec}$

그림 1. 시간에 따른 하상고 및 이차흐름 벡터도 변화

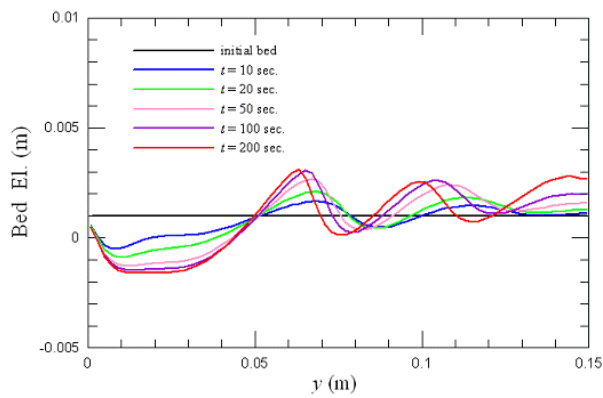


그림 2. 시간에 따른 하상고 변화

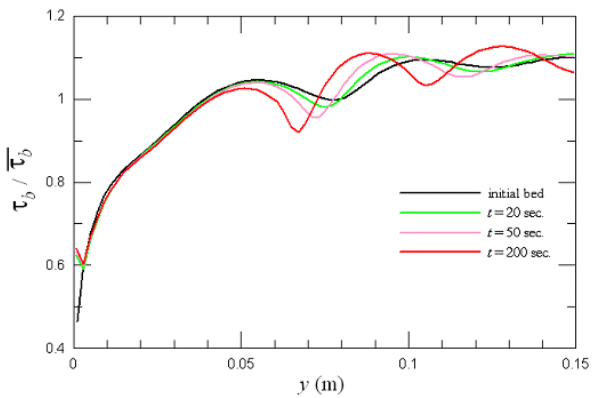


그림 3. 시간에 따른 바닥 전단응력 변화