AC 전기철도 급전선 선로정수 산정시 Carson 모델 적용 검토 Applicability Study of the Carson Model for the calculation of the series inductance of the power feeding lines in AC traction system

정상기*

권삼영**

창상훈**

장동욱**

Sang-Gi Chung

Sam-Young Kwon

Sang-Hoon Chang

Dong-Uk Chang

ABSTRACT

In this paper, it is shown that Carson's equation can still be applied for the calculation of the series reactance of transmission lines with no ground return current as well as the one with ground return. It is proved in the following method. First two voltage drop equations for three-phase three wire transmission line are derived, one without considering ground return and the other using Carson's equation. The impedance matrix of the two equations are different from each other. But if we put the condition of zero ground current, $I_a + I_b + I_c = 0$, those two equations becomes the identical equations. Therefore even a transmission line is not grounded, its line parameters can still be obtained using the Carson's equation. It has been confused whether or not Carson's equation can be used for an ungrounded system. It is because where ever Carson's equation is shown in the book, it also says that the system has ground return current paths as a premise. It is also verified with EMTP studies on the test circuit.

1. 서 론

본 논문에서는 전력 전송로의 선로정수 중 특히 직렬 리액턴스 L의 산정 방법에 대해 논의 한다. 전송로의 직렬 리액턴스 L의 산정 방법은 전송로에 대지가 포함될 경우와 포함 안 될 경우 그 계산 방법이 달라진다. 전자의 경우 그 산정 방법은 매우 일반화 되어 있고 대부분의 전력공학 서적에 잘 설명되어 있다. 후자의 경우는 Carson에 의해 1923년 발표된 논문에서 '대지를 귀로로 하는 전송로의 리액턴스산정 방법'이 제시되었으며, 이 방법은 그 후 약간의 변형된 형태로 현재까지 대지가 포함된 전송로의리액턴스 산정 방법의 기본이 되고 있다.[1] 현재 전력 계통의 해석에 흔히 사용되는 EMTP나 MatLab사의 SymPower 모듈에서는 전송로의 선로정수를 구할 때 Carson 모델을 이용한다. 그러나 한편으로는전기철도의 급전시스템과 같이 전송로에 대지가 포함되어 있지 않을 경우, Carson 모델을 이용한 리액턴스 계산 방법은 적절하지 않다고 판단하기도 한다.[2] 이러한 혼동은 Carson의 전송로 모델이 대지로의 전류 귀환을 전제로 하고 있기 때문이다. 본 논문에서는 Carson의 전송로 모델이 대지를 귀로로 포함하고 있음에도 불구하고 대지를 귀로로 하지 않는 전송로에서도 그대로 적용될 수 있음을 수식으로증명하고 EMTP를 이용한 모의를 통해 확인하였다.

E-mail: sgchung@krri.re.kr

TEL: (031) 460-5733 FAX: (031) 460-5459 ** 정회원, 한국철도기술연구원, 집전전력연구실

^{*} 정회원, 한국철도기술연구원, 집전전력연구실, 수석연구원

증명의 방법은 다음과 같이 수행하였다. 3상 3선식 전송로에 대하여 위의 2가지 방법을 적용하여 계통의 전압 강하식을 각각 구하였다. 전압 강하식에 나오는 임피던스 매트릭스는 물론 서로 상이하게 된다. 그러나 이 서로 다른 2 가지 전압 강하식에 대지에 흐르는 전류가 제로라는 조건을 부여하면 이 2가지 식은 동일한 결과를 가져오는 것을 수식으로 보여준다. 실제로 3상 3선식 전송로에만 적용되는 것이 아니고 임의의 N상 N선식 에도 동일하게 적용될 수 있다.

2. 본 문

2.1 전송로의 자기 및 상호 인덕턴스

전송로의 인덕턴스 계산 방법은 매우 일반화 되어 있으므로 여기서는 그 결과만 인용한다. 그림 1과 같이 M개 도체로 구성된 전송로에 있어서 임의의 도체 k와 쇄교되는 자속은 Φ_k 는 식(1)과 같으며 도체 k의 자기 인덕턴스 L_{kk} 및 도체 m 사이의 상호 인덕턴스 L_{km} 은 각각 식(2) 및 식(3)과 같이 된다.[3]

$$\Phi_{k} = 2 \times 10^{-7} \left(I_{1} \ln \frac{1}{D_{k1}} + \cdot \cdot \cdot + I_{M} \ln \frac{1}{D_{kM}} \right)
+ I_{k} \ln \frac{1}{D_{kk}} + \cdot \cdot \cdot + I_{M} \ln \frac{1}{D_{kM}} \right)
= 2 \times 10^{-7} \sum_{m=1}^{M} I_{m} \ln \frac{1}{D_{km}} \quad Wb - t/m$$

$$L_{kk} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{1}{D_{kk}}$$
 -----(2)

$$L_{km} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{1}{D_{km}}$$
 -----(3)

위 식에서 D_{kk} 는 k 도체의 자기 GMR(self geometric mean radius)이며 도체 k의 반경이 r인 경우 $D_{kk}=e^{-1/4}r=0.7788r$ 과 같이 계산되며, D_{km} 은 k 도체와 m 도체 사이의 거리이다.

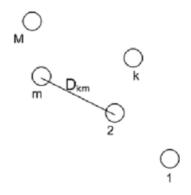


그림 1. M개 도체의 전송로

2.2 3상 3선식 전송로의 자기 및 상호 인덕턴스

그림 2, 3에서 나타내는 3상 3선식 전송로에서 식 (2) 및 (3)을 이용하여 인덕턴스 매트릭스를 구하고 전압강하 식을 구하면 각각 식 (4) 및 (5)와 같다.

$$L = 2 \times 10^{-7} \begin{bmatrix} \ln \frac{1}{D_{aa}} \ln \frac{1}{D_{ab}} \ln \frac{1}{D_{ac}} \\ \ln \frac{1}{D_{ab}} \ln \frac{1}{D_{bc}} \ln \frac{1}{D_{bc}} \\ \ln \frac{1}{D_{ac}} \ln \frac{1}{D_{bc}} \ln \frac{1}{D_{cc}} \end{bmatrix}$$
-----(4)

$$\begin{bmatrix} V_{a} - V_{a'} \\ V_{b} - V_{b'} \\ V_{c} - V_{c'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{a} + k \ln \frac{1}{D_{aa}} & k \ln \frac{1}{D_{ab}} & k \ln \frac{1}{D_{ac}} \\ k \ln \frac{1}{D_{ab}} & R_{b} + k \ln \frac{1}{D_{bb}} & k \ln \frac{1}{D_{bc}} \\ k \ln \frac{1}{D_{ac}} & k \ln \frac{1}{D_{bc}} & R_{c} + k \ln \frac{1}{D_{cc}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a} \\ I_{b} \\ I_{c} \end{bmatrix}$$
(5)

여기서 $k = jw \times 2 \times 10^{-7}$

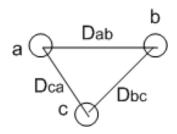


그림 2. 3상 3선식 전송로의 상간 거리

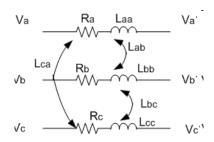


그림 3. 3상 3선식 전송로 자기 및 상호 인덕던스

2.3 대지를 귀로로 하는 전송로의 모델과 인덕턴스

1923년 Carson에 의해 발표된 대지를 귀로로 하는 가공선로의 임피던스에 관한 논문은 그 후 약간의 변형이 가해져 현재까지도 대지를 귀로로 하는 가공선로의 임피던스 산정 방법에 기초가 되고 있다.[1] 이 후 Wagner, Evans 에 의해서 Carson의 대지 귀로 선로는 가공선로로부터 D_{ad} 단위길이 만큼 아래 위치하고 자기 GMR이 1의 단위길이인 선로로 모델링 될 수 있다고 확인되었다.[1] 그림 4는 Wagner, Evans에 의해 작성된 Carson 선로의 모델이다. 그림 4로부터 식(6)이 작성된다. 식(6)의 임피던스 매트

릭스의 각 성분은 식(2) 및 (3)을 이용하여 계산되어 각각 식 (7)~(9)와 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} V_{aa'} \\ V_{dd'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_a - V_{a'} \\ V_d - V_{d'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa'} Z_{ad'} \\ Z_{ad'} Z_{dd'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ -I_a \end{bmatrix}$$
 ----(6)

여기서 식(13) 및 (14)에 의해

$$Z_{aa}' = R_a + k \ln \frac{1}{D_{aa}}$$
 ----(7)

$$Z_{dd}' = R_d + k \ln \frac{1}{D_{dd}}$$
 ----(8)

$$Z_{ad}' = k \ln \frac{1}{D_{ad}}$$
 ----(9)

 $k = jw \times 2 \times 10^{-7}$

한편 그림 (4)에서 $V_d=0$ 이고 $V_{a'}-V_{d'}=0$ 이므로 식(6)을 V_a 에 관해 풀면 식(10)과 같이 표현되며 대지를 귀로로 하는 전송로의 자기 임피던스 Z_{aa} 는 식(11)이 된다.

$$V_a = (Z_{aa}{}' + Z_{dd}{}' - 2Z_{ad}{}')I_a = Z_{aa}I_a \qquad ------(10)$$

$$\begin{split} Z_{aa} &= Z_{aa}' + Z_{dd}' - 2Z_{ad}' \\ &= (R_a + R_d) + k \ln \frac{D_{ad}^2}{D_{aa}D_{dd}} \\ &= (R_a + R_d) + k \ln \frac{D_e}{D_{aa}} \\ \end{split}$$

여기서 $D_e=rac{D_{ad}^2}{D_{dd}}$ 이다. D_e 의 값은 실측 시험에 의한 값으로서 식 (12)와 같이 대지의 저항률 및 전류 주파수의 함수이다. 또한 대지저항 R_d 는 식 (13)과 같으며 역시 실험에 구하여진 식이다.

$$D_e = 658.5 \sqrt{\rho/f} \text{ [m]} ------(12)$$

$$R_d = 9.869 \times 10^{-4} f \ [\Omega/km]$$
 -----(13)

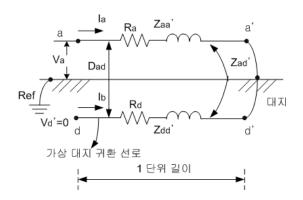


그림 4. 대지를 귀로로하는 전송로의 Carson 모델[1]

2.4 3상 3선식 전송로의 Carson 모델

3상 3선식 전송로는 정상상태에서 대지를 귀로로 하지 않지만 Carson 모델을 이용하여 자기 및 상호임피던스를 구했다. 3상 3선식 전송로의 Carson 모델은 그림 (5)와 같고 전압 강하식은 식(14)과 같이된다.

$$\begin{bmatrix} V_{aa'} \\ V_{bb'} \\ V_{cc'} \\ V_{dd'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_a - V_{a'} \\ V_b - V_{b'} \\ V_c - V_{c'} \\ V_d - V_{d'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa'} & Z_{ab'} & Z_{ac'} & Z_{ad'} \\ Z_{ab'} & Z_{bc'} & Z_{bc'} & Z_{bd'} \\ Z_{ac'} & Z_{ab'} & Z_{cc'} & Z_{cd'} \\ Z_{ad'} & Z_{bd'} & Z_{cd'} & Z_{dd'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_d \end{bmatrix}$$
 ------(14)

여기서 자기 임피던스는 식(7)의 형태를 갖으며 상호 임피던스는 식(9)의 형태를 갖는다.

또한 $I_d=-\left(I_a+I_b+I_c\right)$ 이고, 모델로부터 $V_{a'}-V_{d'}=0$, $V_{b'}-V_{d'}=0$, $V_{c'}-V_{d'}=0$, $V_d=0$ 이므로 식 (14)에서 $V_{dd'}$ 열을 소거하여 V_a , V_b 및 V_c 에 관해 풀면 각각 식 $(15)^\sim$ (27)과 같이 된다.

$$\begin{split} V_{a} &= V_{a} - (V_{a'} - V_{d'}) \\ &= (Z_{aa}' - 2Z_{ad}' + Z_{dd}')I_{a} \\ &+ (Z_{ab}' - Z_{ad}' - Z_{bd}' + Z_{dd}')I_{b} \\ &+ (Z_{ac}' - Z_{ad}' - Z_{cd}' + Z_{dd}')I_{c} \end{split}$$

$$V_{b} = V_{b} - (V_{b'} - V_{d'})$$

$$= (Z_{ab}' - Z_{bd}' + Z_{ad}' + Z_{dd}')I_{a}$$

$$+ (Z_{bb}' - 2Z_{bd}' + Z_{dd}')I_{b}$$

$$+ (Z_{bc}' - Z_{bd}' - Z_{cd}' + Z_{dd}')I_{c}$$

$$(16)$$

$$Z_{aa}' = R_a + k \ln \frac{1}{D_{aa}}$$

$$Z_{bb}' = R_b + k \ln \frac{1}{D_{bb}}$$
(18)

$$Z_{cc}' = R_c + k \ln \frac{1}{D_{cc}}$$
 -----(20)

$$Z_{dd}' = R_d + k \ln \frac{1}{D_{dd}}$$
 -----(21)

$$Z_{ab}' = k \ln \frac{1}{D_{ab}}$$
 ----(22)

$$Z_{ac}' = k \ln \frac{1}{D_{ac}}$$
 ----(23)

$$Z_{ad}' = k \ln \frac{1}{D_{ad}}$$
 -----(24)

$$Z_{bc}' = k \ln \frac{1}{D_{bc}}$$
 -----(25)

$$Z_{bd}' = k \ln \frac{1}{D_{bd}}$$
 -----(26)

$$Z_{cd}' = k \ln \frac{1}{D_{cd}}$$
 -----(27)

 $k = jw \times 2 \times 10^{-7}$

식(15)~(17)을 행렬식으로 정리하면 식 (28)이 된다. 식 (28)은 그림 2 및 3의 3상 3선식 전송로를 Carson 모델을 사용하여 얻은 전압 강하식이다.

$$\begin{bmatrix} V_{a} \\ V_{b} \\ V_{c} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} R_{a} + R_{d} & R_{d} & R_{d} \\ R_{d} & R_{b} + R_{d} & R_{d} \\ R_{d} & R_{d} & R_{c} + R_{d} \end{bmatrix} + k \begin{bmatrix} \ln \frac{D_{e}}{D_{aa}} \ln \frac{D_{e}}{D_{ab}} \ln \frac{D_{e}}{D_{ac}} \\ \ln \frac{D_{e}}{D_{ab}} \ln \frac{D_{e}}{D_{bc}} \ln \frac{D_{e}}{D_{bc}} \\ \ln \frac{D_{e}}{D_{ac}} \ln \frac{D_{e}}{D_{bc}} \ln \frac{D_{e}}{D_{cc}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a} \\ I_{b} \\ I_{c} \end{bmatrix}$$

$$(28)$$

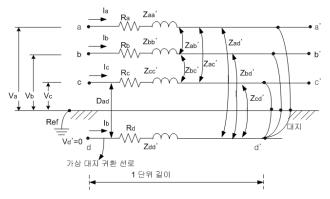


그림 5. 3상 3선식 전송로의 Carson 모델

2.5 귀환 전류가 대지를 통해 흐르는 경우(Carson Model)와 대지를 통하지 않는 경우의 비교

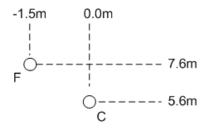
2.4절의 식(28)은 동일한 전송로를 대상으로 하나 대지를 귀로로 하지 않은 경우의 전압 강하식 식(5)와 상이하다. 따라서 AC 전기철도의 급전선로와 같이 대지를 귀로로 하지 않는 전송로 경우에는 선로 정수의 계산에 Carson 모델을 사용해서는 안 된다고 판단하기 쉽다[3]. 또한 대부분의 전력공학 책에서도 Carson의 모델을 설명할 때 대지를 귀로로 한다는 것을 명시하고 있어 독자들에게 혼동을 초래할 수 있다. 그러나 대지에 의해 전류가 귀환하지 않을 경우, 즉 $I_a+I_b+I_c=0$ 조건을 식(5)와 식(28)에 각각 적용하여 V_c 열을 소거하고 V_a 및 V_b 를 구하면 식(5)와 식(28)모두 식(29)과 같이 동일한 결과를 가져온다. 물론 지락사고 경우와 같이 $I_a+I_b+I_c\neq 0$ 경우에는 식(5)와 식(28)은 서로 상이한 결과를 가져오며이 경우 식(5)의 모의는 전송로와 대지사이의 상호임피던스가 고려되지 않았음으로 적절하지 않고 Carson 모델 즉 식(28)을 적용해야 한다. 결론적으로 전송로가 대지를 포한하던 안하던 상관없이 Carson 식을 적용할 수 있다. 이상에서는 3상 전송로의 경우를 예로 하여 대지를 귀로로 고려한 경우와 대지가 귀로가 아닌 경우를 비교하였지만 전송로 상의 수와 관계없이 대지가 귀로가 아닌 경우는 2모델 모두 동일한 결과를 가져온다.

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a + k \ln \frac{D_{ac}}{D_{aa}} & k \ln \frac{D_{ac}}{D_{ab}} \\ k \ln \frac{D_{bc}}{D_{ab}} & R_b + k \ln \frac{D_{bc}}{D_{bb}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \end{bmatrix}$$
 -----(29)

2.6 EMTP에 의한 검증

2.5 절에서는 2가지 모델 모두 대지를 통한 귀환전류가 없을 시 동일한 결과를 가져오는 것을 수식으로 보여 주었다. 이 절에서는 EMTP을 통해 2 가지 모델에 대해서 실제 모의 결과를 검토해 본다. 그림 6은 25kV 시험 급전선 모델이다. 편의상 급전선 1 도체, 전차선 1도체, 레일 1도체 만 모의하고 나머지 조가선 보호선 등은 고려하지 않았다. 급전선 외경은 1.6cm, dc 저항은 0.118 ohm/km, 전차선 외경은 1.549cm, dc 저항은 0.104 ohm/km, 레일의 등가 반경은 4.93cm, 저항은 0.0126 ohm/km이다. 이 급전선 로에 대지를 귀로로 하지 않는 모델 즉 식(5)에 의한 선로정수와 Carson 모델에 을 이용하여 구한 선로정수는 각각 그림 7 및 8과 같다. 이 2가지 선로정수를 갖는 급전선 모델을 작성하였다. 그림 9에서 'RL1' 및 RL3는 Carson 모델로부터 계산된 선로정수를 갖는 급전선로이며 'RL2' 및 RL\$는 식 (5)에 의해 계산된 선로정수를 갖는 급전선로이며 길이는 모두 1km 이다.. 이 2 급전선에 동일한 전원, 50kV 60 Hz AC 전원과 Auto Tr.,을 연결하고 전차선과 레일사이에 부하를 연결하여 EMTP-RV 모델을(그림 9) 작성하여 모의를 수행하였다. 모의 결과에 대해 RL1 및 RL2의 전압강하를 비교하였다. 그림 10은 RL1 및 RL2 전송로 전압강하를 보여준다. 그림에서 위의 3 그라프가 Carson 모델에 의한 선로정수를 갖는 전송로, 즉 RL1 a,b,c 상 각각의 전압강하이고 아래 3그라프는 식(5)에 의한 전송로 즉 RL2 각 상

의 전압강하이다. 위 그라프와 아래 그라프가 완전히 일치함을 볼 수 있다. 그림 10 에서 보는 바와 같이 서로 다른 임피던스 매트릭스를 갖는 전송로 RL1 과 RL2가 정확하게 동일한 전압강하 및 전류 값을 보여준다. 즉 대지전류가 흐르지 않는 한 2가지 모델은 동일한 특성을 보여준다.



RL coupled branch

| R | Ω 🔽 | | | Seq | uence Data 🗆 |
|-----------------------------------|------------|----------------|----------|----------|--------------|
| R | 1 | | 2 | 3 | |
| 1 | 0.118 | 0 | | 0 | |
| 2 | 0 | 0.1 | 104 | 0 | |
| 3 | 0 | 0 | | 0.0126 | |
| Make symmetric using upper matrix | | | | | |
| | make cymme | arc asing appe | THIGHT | | |
| | | L-1 mH | | Seq | uence Data 🗆 |
| L | | | | Seq | uence Data 🗆 |
| | | L-1 mH | <u> </u> | 1 | uence Data 🗆 |
| L 1 2 | ⊙L 0 | L-1 mH | 2 | 3 | uence Data 🗆 |
| L 1 2 3 | €L C | L-1 MH -0 | 2 | -0.39367 | uence Data 🗆 |

그림 7. 대지를 귀로로 하지 않은 모델에 의한 선로정수

RL coupled branch

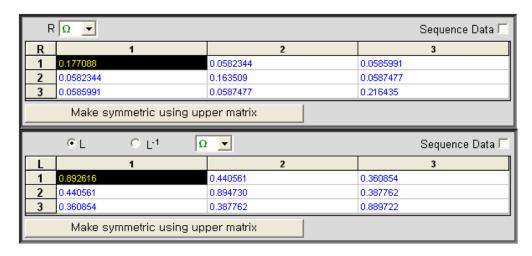


그림 8. Carson Model에 의한 선로정수

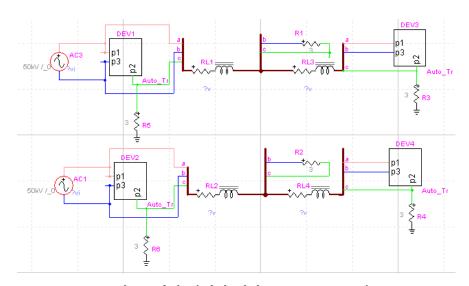


그림 9 2가지 방법에 의한 EMTP-RV 모델

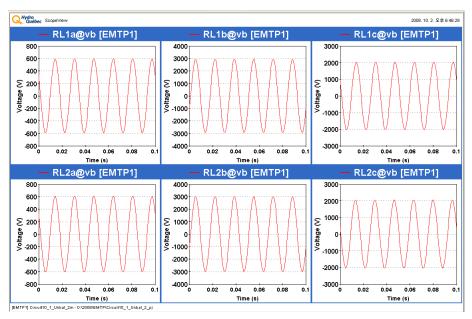


그림 10. 2 모델의 각 상 전압강하 비교

3. 결 론

대부분의 전력공학 서적에서 전력전송로의 직렬 리액턴스를 산정함에 있어서 Carson의 전송로 모델을 설명할 때는 대지를 귀로로 한다는 것이 항상 함께 기술되기 때문에, 대지를 귀로로 하지 않는 전송로의 선로정수를 계산할 때, Carson의 모델은 적합하지 않다고 판단되기 쉽다. 본 연구를 통해서 Carson의 모델은 대지의 귀환회로로 사용 여부에 관계없이 사용될 수 있다는 것이 수식 및 EMTP 모의 결과로 증명되었다. 따라서 AC 전기철도의 AT 혹은 BT 급전시스템처럼 귀환전류가 강제로 가공선로를 통해 흐르는 경우에도 Carson의 모델을 적용하는 것이 타당하다. 특히 지락사고전류의 계산 등 비정상 운전상태 하에서는 Carson의 모델을 반드시 적용하여야 한다.

참 고 문 헌

- 1. Paul M Anderson, 'Analysis of Faulted Power Systems', IEEE Press Power Systems Engineering Series, Chapter 4', Power Math Associates, Inc, 1995
- 2. 한국고속철도건설공단, '고속철도 연구보고서(전기분야) 페이지 49', 1996
- 3. Hadi Saadat, 'Power System Analysis 2nd Ed., Ch. 4.6', International Edition, Mc Graw Hill, 2004