

3차원 유한요소법을 이용한 강관합성 말뚝재료의 수평저항력 고찰

Study on lateral resistance of steel-concrete composite drilled shafts by using 3D FEM

이주형¹⁾, Juhyung Lee, 신휴성²⁾, Hysoung Shin, 최상호³⁾, Sangho Choi, 박재현²⁾, Jaehyun Park, 정문경⁴⁾, Moonkyung Chung, 콧기석⁴⁾, Kiseok Kwak

- 1) 한국건설기술연구원 국토지반연구부 연구원, Researcher, Geotechnical Engineering Research Dept., Korea Institute of Construction Technology
- 2) 한국건설기술연구원 국토지반연구부 선임연구원, Senior Researcher, Geotechnical Engineering Research Dept., Korea Institute of Construction Technology
- 3) 한국건설기술연구원 국토지반연구부 석사후연수생, Post-Master, Geotechnical Engineering Research Dept., Korea Institute of Construction Technology
- 4) 한국건설기술연구원 국토지반연구부 책임연구원, Research Fellow, Geotechnical Engineering Research Dept., Korea Institute of Construction Technology

SYNOPSIS : Steel-concrete composite columns are popular for superstructures of bridges, and the outside steel attached to the shaft increases the shaft resistance due to confining concrete. In this study, lateral resistance of steel-concrete composite drilled shafts was evaluated quantitatively based on numerical analysis when steel casings are used as structural elements like composite columns. Ultimate lateral resistance of composite drilled shafts with various diameters was numerically calculated through 3D finite element analysis. For that, elasto-plastic model with perfectly plasticity is involved to capture the ultimate load. A commercial FEM program, MIDAS-GTS, is used in this study. Real field conditions of the West Coast, Korea were considered to set up the ground conditions and pile lengths required for this parametric studies. Detailed characteristics of the stress and displacement distributions are evaluated for better understanding the mechanisms of the composite shaft behavior.

Keywords : numerical study, composite, drilled shafts, steel casing, lateral resistance

1. 서 론

국내에서 사용되는 기존 대구경 현장타설말뚝의 경우 강관 내부에 콘크리트 타설 후 케이싱을 제거하거나 케이싱을 남겨 두더라도 강관 케이싱의 지지력을 무시하고 설계하는 것이 일반적이었다. 그러나 미국의 AASHTO LRFD Bridge Specifications(2004)에서는 3mm 이상의 두께를 가진 강관을 영구 케이싱으로 사용할 경우 강관을 구조재로 보고 설계에 반영할 수 있으며, 부식에 의한 두께를 통제하여야 한다고 제안하고 있다. 강관합성 현장타설말뚝(steel-concrete composite drilled shafts)은 기존의 대구경 현장타설말뚝과 같은 굴착공법을 적용하며, 굴착시 공벽보호를 위해 사용되는 케이싱을 영구부재 즉, 구조재로 보고 강관 케이싱의 지지력을 설계에 반영하는 공법이다. 그림 1과 같이 횡방향 구속에 의해 3축 응력 상태에 놓인 콘크리트의 강도는 일반적으로 1축 압축 상태의 콘크리트 보다 상당히 큰 값을 갖는다는 것은 널리 알려져 있으며, 오래 전부터 이 부분에 대한 많은 연구 진행 및 실제 적용이

되어왔다(Scott et al., 1982; Mander et al., 1988(a); Mander et al., 1988(b)). 이러한 적용은 횡철근으로 보강된 콘크리트 기둥을 비롯하여, 강관으로 구속된 기둥(CFT : concrete filled steel tube) 등에 사용되어 왔다.

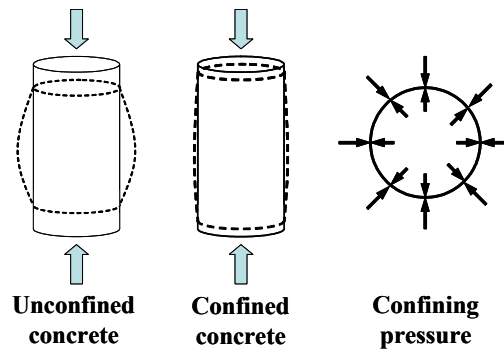


그림 1. 콘크리트 팽창에 의해 작용하는 구속압

강관합성 말뚝의 거동은 콘크리트와 강이라는 두 가지 이질적인 재료의 합성 또는 비합성 거동에 관련되어지므로 이를 예측하고 실험하는 것은 상당히 어렵다. 지금까지 대부분의 문헌들을 살펴보면 강부재의 내력과 콘크리트의 내력을 합산하여 강관합성 말뚝의 내력을 산정하는 것이 일반적인데 이는 강관의 구속효과 및 콘크리트와 강관의 합성거동으로 인한 내력의 증가를 고려하지 않는 비효율적인 방법이다. 따라서 본 연구에서는 강관합성 말뚝체 개발을 위한 기초연구로 수치해석 기법을 이용하여 강관에 의한 말뚝의 수평지지력 증진효과를 정량적으로 규명하고자 한다. 해상교량 기초로 사용되는 대구경 현장타설말뚝을 기본 모델로 설정하고 강관과 콘크리트에 대해 탄소성 해석을 실시하여 말뚝의 저항력을 산정하였다. 이를 통해 강관의 지지력 및 강관과 콘크리트의 일체화 거동이 말뚝의 지지력에 미치는 영향에 대해서 분석하였다. 일반적으로 말뚝의 지지력은 말뚝재료의 저항력과 지반의 지지력을 비교하여 작은 값으로 결정하게 되는데 본 연구에서는 말뚝과 지반의 상호거동을 무시한 말뚝재료의 성능비교에 초점을 두었다.

2. 수치해석방법

2.1 모델설정

그림 2는 본 해석에 사용된 해석모델의 종류 및 말뚝과 지반의 조건이다. 강관합성 말뚝의 성능을 극대화하기 위해서는 강관과 콘크리트의 재료적인 우수성뿐만 아니라 강관과 콘크리트의 완전한 합성거동이 중요하다. 콘크리트와 강관의 합성거동은 콘크리트와 강관의 경계면에서 수직 또는 수평방향으로 미끄러짐이 발생하지 않는 완전한 일체화 거동으로, 강관이 콘크리트말뚝의 일부분으로 작용하여 말뚝의 휨강성이 증가할 뿐 아니라 내하능력이 증가하여 횡방향 하중에 대한 저항력이 커지게 된다. 따라서 강관합성 말뚝에 사용된 강관의 지지력 및 강관과 콘크리트의 일체화 거동이 강관합성 말뚝의 지지력 증진효과에 미치는 영향을 각각 분석하기 위하여 다음과 같이 3가지의 해석모델을 선정하였다. 모델 1은 외부강관이 없는 일반적인 현장타설말뚝이며, 모델 2는 강관과 콘크리트 접촉면에서의 전단변형을 모사하기 위하여 강관-콘크리트 경계면에 접촉면 요소(interface element)를 삽입한 현장타설말뚝이다. 모델 3은 전단연결재나 폐합효과 등에 의해 콘크리트와 강관을 완전히 일체화시켜 구조적으로 합성거동을 하는 강관합성 현장타설말뚝이다. 모델 1, 2, 3의 다른 기하학적 조건은 모두 동일하다.

말뚝의 선단은 풍화암 10.0m 지점에 위치하는 것으로 가정하였으며, 강관은 국내의 일반적인 시공기준인 풍화암 1.0m 지점까지 근입되는 것으로 가정하였다. 말뚝의 직경은 1.0~4.0m 까지 다양하게 변화

시켜 해석을 실시하였으며, 각 직경별로 지반조건 및 말뚝의 길이는 동일하다. 본 해석에서는 무리말뚝에 의한 효과는 고려하지 않았으며, 단말뚝 해석을 통한 강관합성 현장타설말뚝의 거동특성을 분석하였다. 본 해석에 사용된 세부적인 말뚝의 재원 및 지반조건은 표 1과 같다.

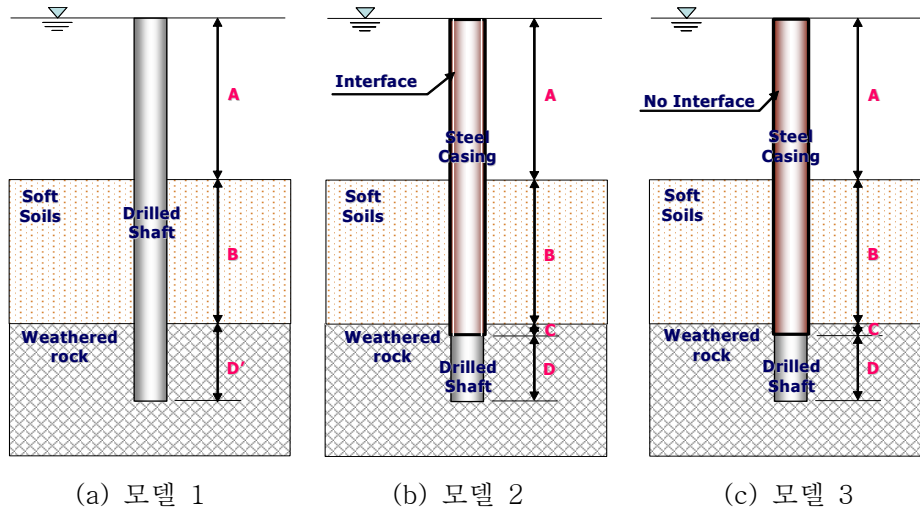


그림 2. 모델의 종류 및 말뚝과 지반의 모식도

표 1. 말뚝의 재원

| Case | 말뚝직경 (m) | 강관두께 (mm) | 말뚝의 길이 (m) | | | | |
|------|----------|-----------|------------|------|-----|-----|------|
| | | | A | B | C* | D | D' |
| 1 | 1.0 | 18 | 20.0 | 20.0 | 1.0 | 9.0 | 10.0 |
| 2 | 2.0 | 22 | | | | | |
| 3 | 3.0 | 26 | | | | | |
| 4 | 4.0 | 30 | | | | | |

[주] * 일반적인 국내 현장타설말뚝 시공기준 : 풍화암 1.0m 근입

해석모델의 지반조건은 국내에서 해상교량 건설이 많은 서해안 지역의 지층구성을 바탕으로 크게 2개의 층으로 구분하여 모델링하였다. 상부층은 점토, 실트, 모래, 풍화토 등으로 구성된 연약지반층(Soft soil)으로 하부층은 풍화암 및 연암 등으로 구성된 풍화암층(Weathered rock)으로 모사하였다. 말뚝과 지반의 경계조건은 수직방향에 대해서는 지반침하의 영향을 배제하기 위하여 말뚝 선단면의 축방향(z방향) 변위를 고정시켰으며, 수평방향에 대해서는 수평지반반력계수에 상응하는 탄성스프링 요소로 지반을 모사하여 하중에 대한 지반의 저항력을 반영하였다. 각 지층별 수평방향 지반반력계수는 현장 지반조사 자료를 토대로 대표값을 산정하여 모든 직경에 대하여 표 2와 같이 적용하였다.

표 2. 지층별 수평 지반반력계수

| 구분 | 지층두께 (m) | 수평 지반반력계수 (kN/m ³) |
|----------------|----------|--------------------------------|
| Soft soil | 20.0 | 15,000 |
| Weathered rock | 10.0 | 350,000 |

그림 2의 3가지의 해석모델에 대하여 강관과 콘크리트는 6개의 절점과 5개의 면으로 구성된 3차원 solid 요소(Prism element)로 요소망을 형성하였다. 모델 2에서 강관과 콘크리트 경계면에서의 접촉면 요소(interface element)는 4개의 절점과 4개의 선으로 구성된 2차원 plane 요소(Quadrilateral)로 요소망을 형성하였다. 본 해석은 궁극적으로 말뚝 파괴시 말뚝재료의 극한 저항력을 산정하기 위함이므로 말뚝에 사용된 강관과 콘크리트는 탄소성체로 가정하였다. 여기서, 강관은 von Mises의 항복기준을, 콘크리트는 Mohr-Coulomb의 항복기준을 따르는 것으로 가정하였다. 해석에 사용된 강관과 콘크리트의 요소 및 물성은 표 3과 같다.

표 3. 탄소성 해석을 위한 말뚝체의 요소 및 물성

| 구분 | 적용요소 | 탄성영역 | | | 소성영역 | |
|------|-------|---------------------------|------------|------|-----------------|---------|
| | | 단위중량 (kN/m ³) | 탄성계수 (MPa) | 포아송비 | | |
| 콘크리트 | solid | 22.75 | 26,300 | 0.20 | 점착력, c (kPa) | 5,913 |
| | | | | | 마찰각, ϕ (°) | 50 |
| 강관 | solid | 76.98 | 200,000 | 0.30 | 항복강도 (kPa) | 392,265 |

강관-콘크리트 접촉면 요소의 강성을 결정하기 위하여 강관과 콘크리트 접촉면의 전단강성을 다양하게 변화시켜 가며 사전 수치해석을 실시하였다(그림 3). 수직력에 대한 강성(수직강성; K_n)은 슬립 발생 시 강관과 콘크리트 접촉면에서 콘크리트의 수직방향 변위가 발생하지 않도록 하기 위하여 강관의 탄성계수 정도의 큰 값을 적용하였다. 전단마찰력에 대한 강성(전단강성; K_t)은 사전 수치해석 결과를 바탕으로 슬립 발생 시 콘크리트 요소의 변형이 발생하지 않는 최대의 전단강성($K_t=0.01K_n$)으로 적용하였다.

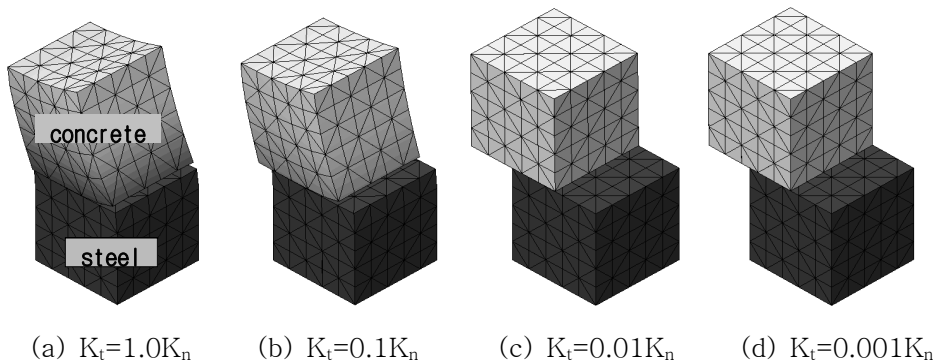


그림 3. 접촉면의 전단강성(K_t)변화에 따른 콘크리트 요소의 거동

2.2 해석방법

본 해석에서는 균말뚝 효과를 배제한 단일말뚝에 대한 저항력을 산정하였으며, 지반과 말뚝간의 상호 복잡한 메카니즘을 무시한 강관합성 말뚝재료 자체의 저항력 산정에 초점이 있다. 말뚝의 주면마찰력은 무시하였으며, 말뚝파괴 시 극한 저항력뿐만 아니라 국내 시방기준에 제시된 수평방향 허용 변위기준을 만족하는 허용 저항력을 산정하였다. 말뚝의 극한 저항력은 말뚝의 파괴시까지 하중을 단계적으로 증가시키면서 각 단계별 말뚝의 변위를 관찰하여 얻은 하중-변위 곡선으로부터 shape of curve 방법에 의하여 결정하였다. 국내 도로교설계기준(2001)에 따르면 말뚝의 수평방향 허용변위량은 말뚝 지름의 1% 이내로 하며, 지름이 1,500mm 이하인 말뚝은 1.5cm로 규정하고 있다. 따라서 수평방향에 대한 말뚝의 허용 저항력은 설계지반면에서 말뚝의 수평변위가 말뚝 직경의 1%가 될 때까지 하중을 단계적으로 증가시켜 최대가 되는 수평하중으로 결정하였다.

실제 해상의 현장타설말뚝의 경우 상부구조물에 의해 일정한 양의 수직하중을 받고 있는 상태에서 유수압이나 지진하중에 의해 불규칙하게 수평하중을 받는 조합하중의 조건이다. 따라서 말뚝에 작용하는 하중조합은 수직과 수평방향 하중이 동시에 작용하는 것으로 모사하였다. 이때 수직하중은 말뚝재료의 허용압축력으로 가정하고, 일정한 수직하중이 재하된 상태에서 수평방향 극한 저항력 및 허용 저항력을 산정하였다. 말뚝의 허용압축력 산정시 콘크리트의 허용응력은 50kg/cm^2 , 철근비 및 철근의 허용압축응력은 각각 1.5%, $1,600\text{kg/cm}^2$ 을 적용하였다. 수직하중은 말뚝 두부에 등분포 하중으로, 수평하중은 말뚝 두부에 전단방향 면하중으로 재하하였다.

3. 해석결과

3.1 극한 저항력

표 4는 말뚝 직경별 수평방향 극한하중 및 하중 증가율 산정결과이다. 표에서 알 수 있듯이 모든 직경에서 모델 1 대비 모델 2와 3의 수평방향 극한하중이 약 100%~300% 정도 증가하는 것으로 나타났다. 이는 강관이 있는 모델 2와 3이 강관이 없는 모델 1에 비해 말뚝의 수평방향 저항력이 두 배 이상 크다는 것을 의미하는 것으로 현장타설말뚝에 사용된 외부강관은 말뚝의 수평방향 저항력 증가에 큰 효과가 있는 것을 알 수 있다. 또한 말뚝직경이 증가함에 따라 극한하중 증가율이 감소하는 것을 알 수 있으며, 이는 말뚝직경이 증가함에 따라 강관의 두께를 비례하여 증가시키지 않았기 때문으로 판단된다.

모델 2의 극한하중 대비 모델 3의 극한하중 증가율은 모든 직경에 대해 5% 미만으로 나타났다. 따라서 조합하중 작용시 수평방향 극한하중에 대한 강관-콘크리트 일체화 거동 효과는 크지 않은 것으로 판단된다.

표 4. 조합하중 작용시 수평방향 극한하중 및 하중 증가율

| 말뚝직경 (m) | 모델 1 | 모델 2 | | 모델 3 | | 일체화효과 (%) ((③-②)/②) |
|-------------|---------------|---------------|---------------------|---------------|---------------------|---------------------------|
| | 극한하중(kN) ① | 극한하중(kN) ② | 증가율(%) ((②-①)/①) | 극한하중(kN) ③ | 증가율(%) ((③-①)/①) | |
| 1.0 | 125.2 | 519.4 | 314.8 | 527.8 | 321.5 | 1.6 |
| 2.0 | 1012.2 | 2952.0 | 191.6 | 3017.5 | 198.1 | 2.2 |
| 3.0 | 3517.6 | 8350.8 | 137.4 | 8590.5 | 144.2 | 2.9 |
| 4.0 | 8713.3 | 18446.8 | 111.7 | 19274.8 | 121.2 | 4.5 |

3.2 허용 저항력

표 5는 국내 도로교설계기준(2001)의 수평방향 말뚝의 허용변위량(말뚝 직경의 1%)에 해당하는 수평방향 허용 저항력 및 하중 증가율 산정결과이다. 모든 말뚝 직경에 대하여 모델 1의 허용 저항력에 비해 강관이 있는 모델 2와 3의 허용 저항력이 약 70% 이상 증가하는 것으로 나타났다. 이러한 결과는 실제 현장타설말뚝 설계시 희생강관으로 무시되는 강관의 지지력을 설계에 반영할 경우 말뚝의 수평방향 저항력이 크게 증가함을 의미하는 것으로 강관합성 말뚝의 당위성을 확인할 수 있었다.

극한 저항력 산정결과와 마찬가지로 대부분의 직경에서 모델 2와 모델 3의 하중증가율이 큰 차이를 보이지 않았다. 따라서 조합하중 작용시 강관과 콘크리트의 일체화 거동효과는 말뚝의 수평방향 저항력 증가에 크게 기여하지 못하는 것으로 판단된다. 그러나 이러한 결과들은 말뚝의 저항력에 대한 단순비교에서 나온 결과들로 일체화 거동의 효과에 대해서는 향후 응력분석 및 추가적인 수치해석 연구를 통하여 명확하게 규명되어야 할 것으로 판단된다.

표 5. 조합하중 작용시 수평방향 허용하중 및 하중 증가율

| 말뚝직경 (m) | 모델 1 | 모델 2 | | 모델 3 | | 일체화효과 (%) ((③-②)/②) |
|-------------|---------------|---------------|---------------------|---------------|---------------------|---------------------------|
| | 허용하중(kN) ① | 허용하중(kN) ② | 증가율(%) ((②-①)/①) | 허용하중(kN) ③ | 증가율(%) ((③-①)/①) | |
| 1.0 | 100.5 | 180.8 | 79.9 | 181.2 | 80.3 | 0.2 |
| 2.0 | 947.2 | 1585.6 | 67.4 | 1588.9 | 67.7 | 0.2 |
| 3.0 | 3326.3 | 5743.4 | 72.7 | 5765.8 | 73.3 | 0.4 |
| 4.0 | 8106.9 | 14083.5 | 73.7 | 14211.8 | 75.3 | 0.9 |

지금까지의 수치해석 결과들은 강관합성 말뚝에 사용된 강관의 두께를 현재 생산되고 있는 회생강관의 두께(18~30mm)를 기준으로 하여 해석된 결과들로 직경 3.0~4.0m 말뚝의 경우 강관의 면적비가 전체면적의 3~4% 정도에 해당한다. 그러나 실제 강관합성 말뚝 설계에서는 강관을 구조재로 고려하여 강관의 두께를 충분히 증가시킴으로써 강관에 의한 말뚝의 수평지지력 증가량은 훨씬 더 증가할 수 있을 것으로 판단된다. 따라서 강관합성 말뚝의 최적성능 구현을 위해서는 향후 수치해석 및 모형실험 등을 통한 최적 강관두께 산정에 관한 면밀한 검토가 요구된다.

3.3 응력분석

강관의 지지력 및 강관과 콘크리트의 일체화 효과가 말뚝의 역학적 거동에 미치는 영향에 대하여 세부적으로 고찰하기 위하여 극한 저항력 산정시 응력분석을 실시하였다. 그림 4는 극한 수평하중 작용시 말뚝의 근입심도별 강관과 콘크리트 접촉면의 전단응력 분포이다. 대부분의 말뚝에서 연약지반층 상부에 전단응력이 집중되어 있는 것으로 나타났다. 그림에서 모델 2와 3의 전단응력 분포를 비교해 보면 대부분의 심도에서 모델 3의 전단응력 크기가 모델 2에 비해 작은 것을 알 수 있다. 특히 연약지반층 상부의 응력집중 구간에서는 대부분의 말뚝에 대하여 모델 3의 전단응력 집중이 모델 2의 1/2 정도로 감소하는 것으로 나타났다. 이는 강관-콘크리트 경계면에서 전단응력이 집중되면 전단 미끄럼에 의한 전단파괴가 발생할 가능성이 크다는 것을 감안 할 때 강관과 콘크리트가 일체화 거동을 하는 모델 3이 그렇지 않은 모델 2에 비해 전단파괴에 안전하다는 것을 알 수 있는 가시적인 결과이다.

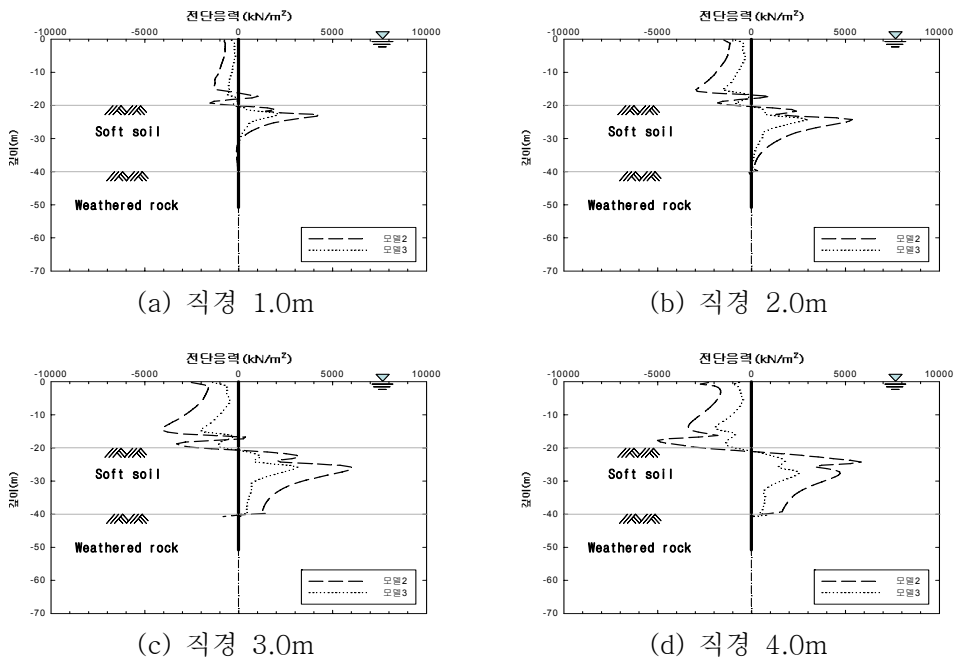


그림 4. 극한 수평하중 작용시 깊이에 따른 전단응력 분포

그림 5는 극한 수평하중 작용시 각 말뚝직경별 콘크리트 내부의 최대주응력 분포도이다. 최대주응력은 수평하중 작용시 콘크리트 내부에서 받는 최대응력을 의미하는 것으로 양(+)¹의 값은 인장을 음(-)의 값은 압축을 나타낸다. 그림에서 보듯이 대부분의 말뚝에서 연약지반면 상부를 중심으로 인장응력 집중 현상이 나타나는 것을 알 수 있다. 각 모델별 최대주응력 분포를 비교해 보면 모델 1에 비해 강관이 있는 모델 2가, 모델 2에 비해 강관합성 거동을 하는 모델 3이 집중된 인장응력의 크기와 영역이 작음을 알 수 있다. 전절의 저항력 분석결과에서 강관과 콘크리트의 일체화 거동에 의한 말뚝의 수평방향 저항력 증가율이 5% 미만으로 미미하게 나타났지만 이상의 응력분석 결과들을 토대로 일체화 거동의 효과는 수평하중에 대한 말뚝의 안정성 증진을 위하여 효과적으로 발휘되고 있다는 것을 알 수 있다. 따라서 강관보강 및 강관과 콘크리트의 일체화는 콘크리트에 집중된 인장응력을 소산시키는 효과가 있으며, 콘크리트의 주 파괴원인이 인장파괴인 점을 감안해 볼 때 수평하중에 대한 말뚝의 안정성 증진에 효과적인 것으로 판단된다.

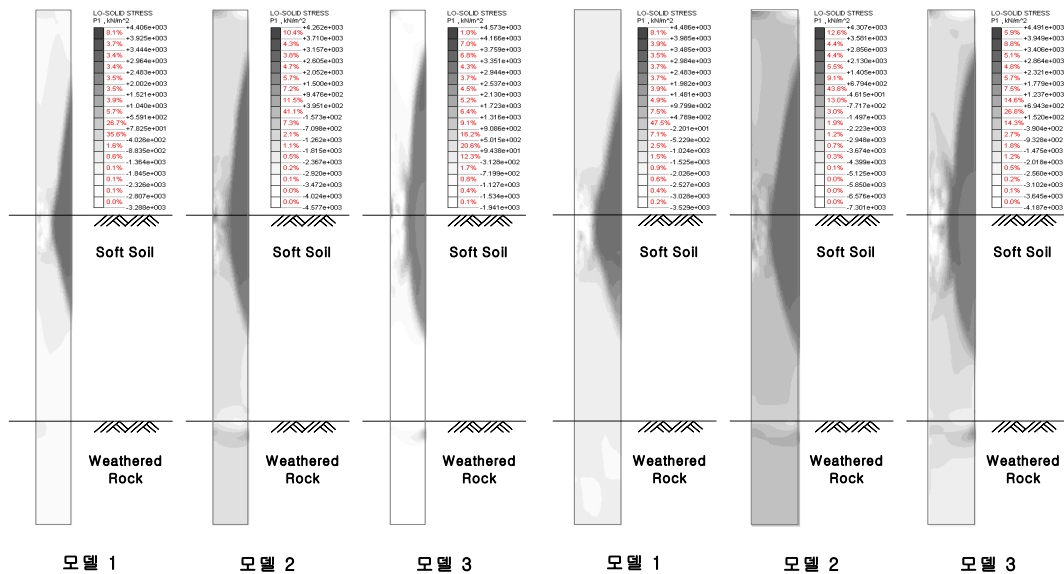
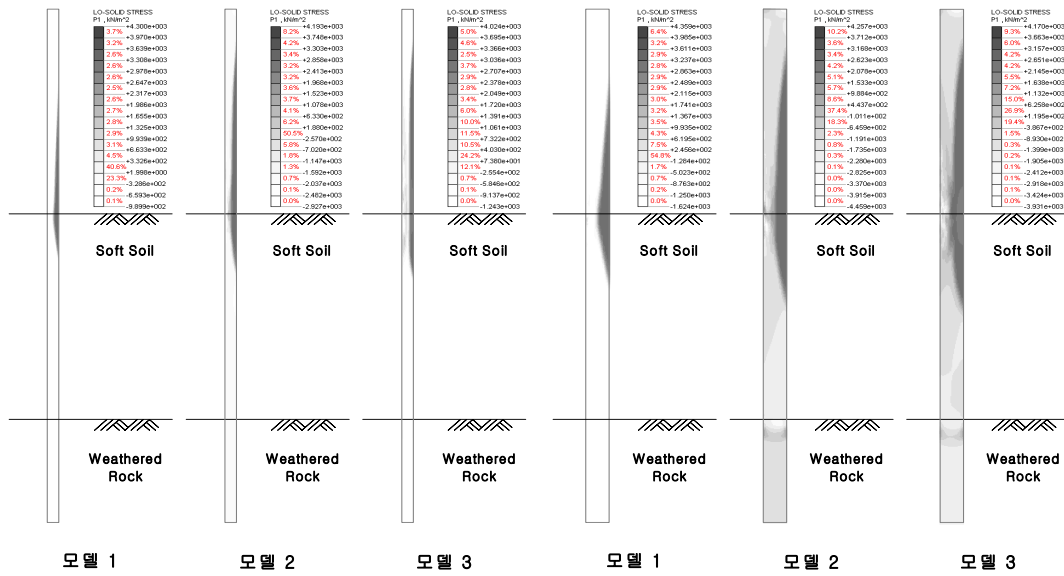


그림 5. 극한 수평하중 작용시 콘크리트 내부 최대주응력 분포도

4. 결 론

본 연구는 강관합성 말뚝 공법 개발을 위한 기초연구로써 해상교량의 기초로 사용되는 직경 1.0~4.0m의 대구경 현장타설말뚝을 모델로 3차원 유한요소해석을 수행하여 다음과 같은 결론들을 도출하였다.

- (1) 말뚝의 수평방향 극한 저항력 산정결과 강관합성에 의해 말뚝의 수평방향 극한 저항력이 약 100%~300% 정도 증가하는 것으로 나타났다. 따라서 강관합성 현장타설말뚝은 동일한 직경을 가지는 일반 현장타설말뚝에 비해 수평방향 저항력이 두 배 이상 크다는 것을 의미한다. 반면 강관과 콘크리트의 일체화 효과에 의한 말뚝의 수평 저항력 증가율이 5% 미만으로 나타나 강관과 콘크리트의 부착강도가 말뚝의 수평방향 저항력 증가에 미치는 영향이 미미한 것으로 판단된다.
- (2) 말뚝의 수평방향 허용 저항력 산정결과 강관합성에 의하여 말뚝의 수평방향 허용 저항력이 약 70%~80% 정도 증가하는 것으로 나타났다. 따라서 실제 현장타설말뚝 설계시 희생강관으로 무시되는 강관의 지지력을 설계에 반영할 경우 말뚝의 수평방향 저항력이 크게 증가함을 알 수 있으며, 이를 통해 해상교량의 현장타설말뚝 설계에 있어 강관합성 말뚝 개념의 당위성을 확인할 수 있었다.
- (3) 강관합성 현장타설말뚝의 강관-콘크리트 경계면에서의 전단응력 분석결과 연약지반층 상부에 전단응력이 집중현상이 관찰되었으며, 강관-콘크리트 일체화에 의하여 집중된 전단응력이 1/2 정도로 감소되는 것으로 나타났다. 이는 강관-콘크리트 경계면에서 전단응력이 집중되면 전단 미끄러짐에 의한 전단파괴가 발생할 가능성이 크다는 것을 감안 할 때 강관과 콘크리트가 완전히 부착되어 일체화 거동을 하는 강관합성 말뚝이 그렇지 않은 말뚝에 비해 전단파괴에 안전하다는 것을 알 수 있는 가시적인 결과이다.
- (4) 현장타설말뚝의 강관 내부 콘크리트에 대한 최대주응력 분석결과 연약지반면 상부를 중심으로 인장응력이 집중되는 것으로 관찰되었으며, 강관합성에 의하여 집중된 인장응력의 크기와 영역이 감소함을 확인 하였다. 강관보강 및 강관과 콘크리트의 일체화는 콘크리트에 집중된 인장응력을 소산시키는 효과가 있으며, 콘크리트의 주 파괴원인이 인장파괴인 점을 감안해 볼 때 수평하중에 대한 말뚝의 안정성 증진에 효과적인 것으로 판단된다. 그러나 본 해석에서는 주응력이 매우 낮은 수준에서의 결과들로 응력집중 현상에 대해서는 추가적인 연구가 필요할 것으로 판단된다.

참고문헌

1. AASHTO (2004), AASHTO LRFD Bridge Design Specifications, American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington, DC.
2. Mander, J.B., Priestley, M.J.N. and Park, R., 1988(a). Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete, ASCE, Journal of Structural Engineering, Vol 114, Number 7-9, 1804-1826.
3. Mander, J.B., Priestly, M.J.N., and Park, R., 1988(b). Observed Stress-Strain Behavior of Confined Concrete, Journal of Structural Engineering, ASCE, V. 114, No. 8, Aug., pp. 1827-1849.
4. Scott, B.D., Park, R. and Priestley, M.J.N., 1982. Stress-Strain Behavior of Concrete Confined by Overlapping Hoops at Low and High Strain Rates, ACI, Title No.79-2, January-February, pp.13-27.