

진동내구 평가를 위한 Energy Isoclines 선정 방법

Introduction of energy isoclines for the vibration fatigue problem

배철용† · 김찬중* · 이동원* · 이봉현*

Chul-Yong Bae, Chan-Jung Kim, Dong-Won Lee Bong-Hyun Lee

Key Words : Energy Isoclines(에너지 등고선), FRF between acceleration and stress(가속도와 응력 사이의 주파수 응답 함수), Uni-axial Vibration Test(단축 가진 시험), Vibration Fatigue(진동내구),

ABSTRACT

The damage identification in a flexible system requires modal informations which is represented by FRF(Frequency response function) or modal parameters. In this paper, energy isoclines are introduced to access the prediction of fatigue damage on a flexible component exposed mainly to the exciting source rather than external forces. After deriving the concerned function, energy isoclines, from the investigation of the relationship between energy and damage, its practical application is explained by the simple uni-axial excitation test for the notched round bar.

1. 서론

진동내구 관련 학문은 일반적으로 연성 모드를 가지고 있으면서 연성 모드가 영향을 주는 진동 환경에 주로 노출된 대상 부품의 내구성을 예측하는 과정이라고 볼 수 있다. 연성 모드가 발생하지 않는 경우에는 진동의 진폭이 작기 때문에 대상 부품이 무한 수명을 가질 가능성이 크지만, 연성 모드가 입력 진동 성분과 연동될 경우에는 입력 진폭이 작다고 하더라도 대상 부품의 고유한 동특성과 연동하여 가혹한 내구 손상도가 발생하여 내구성이 떨어뜨리게 된다. 진동내구 관련 기존의 연구들⁽¹⁻⁶⁾이 관심 부분의 국부 응력을 예측한 다음 연성 모드가 영향을 미친 고주파 영역을 분리하여 내구 피로도를 계산하는 방법론에 치중하였다. 이러한 연구 방법은 일반적인 내구 해석에서 내구 손상을 계산하는 방법론에 적용되어 넓은 주파수 범위까지 확대될 수 있는 장점이 있다. 그러나 가진원으로 작용하는 진동 데이터를 직접적으로 활용하지 않기 때문에 내구 평가를 위한 취약부 선정 및 관심 부분에 대한 응력 측정 과정이 별도로 필요하다.

본 논문에서는 기존의 내구해석 방법론에서 벗어나 진동

환경이라는 새로운 인자를 활용하여 피로 손상을 계산하고자 하였다. 즉, 진동 입력 부분에 대한 가속도 데이터를 활용하여 응력 집중 부분의 피로 손상을 예측하는 방법론을 제시하였다. 본 연구의 핵심은 가진 입력 부분과 응력 집중 부분을 연결하는 주파수 응답 함수를 도입하여 응력 집중 부위에 대한 직접적인 측정 없이 내구 피로도를 예측할 수 있는 방안을 제시한 것으로써, 에너지 등고선(Energy Isoclines)이라는 함수를 도입하여 주파수 응답 함수 및 대상 재료의 특성을 반영하여 취약 부위의 거동을 예측하도록 하였다. 본 연구의 방법론을 검증하기 위해 노치(notch)가 있는 긴 원형봉(round bar)에 상하 방향의 가진을 주는 단축 가진 시험을 수행하였다. 해석 결과 응력이 집중된 노치 부근의 하중 데이터를 확보한 후, 에너지 등고선을 통해 간접적으로 얻어진 하중계산 결과를 비교하여 새로 제안된 방법론을 검증하였다.

2. 에너지 법칙에 근거한 피로 손상도 평가

2.1 가진 입력 부분에서의 에너지 계산

만약 진동 입력이 대상 부품의 공진점과 연관성이 있는 경우에 진동에 의해 유발된 손상은 피로도 측정에 중요한 역할을 담당하며 진동 입력에 의한 에너지는 아래 식 (1)의 PSD(Power Spectral Density) 함수로 표현된다.

† 배철용; 자동차부품연구원
E-mail : cybae@katech.re.kr
Tel : (041) 559-3339, Fax : (041) 559-3070

* 자동차부품연구원

$$\int_{-\infty}^{\infty} S(f)df = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |a_n|^2 = \frac{1}{T} \int_0^T |x^2(t)|dt \quad (1)$$

여기서 $x(t)$ 가 가진 입력 부분에서 측정된 가속도 시간 데이터이며, a_n 은 푸리에 변환(Fourier Transform)의 n 차 계수, T 는 주어진 데이터의 주기이다. Parseval 이론에 근거하면, $|a_n|^2$ 는 주기가 T 인 데이터의 특정 주파수에 대한 에너지 값과 동일하다.

2.2 에너지와 피로 손상도의 관계식

측정된 시간 데이터를 주파수 대역으로 변환하여 에너지 값을 얻어내는 것은 에너지 값을 주파수에 따라 분리해낸 PSD 함수 자체의 이득도 있지만 많은 시간 데이터를 하나의 주파수 함수로 표현할 수 있는 장점도 동시에 가진다. 그러나 가진 입력에서의 에너지 값은 취약 부위에서의 피로 손상도와 어떠한 연관성도 없기 때문에 입력 가진과 최대 취약 부위의 동적 관계를 파악하는 과정이 선행되어야 한다. 이러한 방법론의 전개를 아래의 단일 하중 신호로부터 유추할 수 있다.

가진 입력에서의 단일 가진 입력 성분(평균값은 없다고 가정)이 존재한다면 아래 식 (2)로 표현할 수 있다.

$$a(t) = \bar{a} \cos(\omega_1 t + \phi) \quad (2)$$

여기서, \bar{a} 와 ω_1 는 진동 입력 점에서의 입력 진폭 및 주파수를 각각 나타내며, ϕ 는 시간 지연이다. 만약 대상 시스템이 주어진 가진 조건에서 연성 모드를 가진다면 입력 가진점과 취약 부위의 관계는 주파수 전달 함수(로부터 유추할 수 있으며 식 (3)으로 표현하였다.

$$S_{\sigma\sigma} = \|H_m\|^2 \cdot S_{aa} \quad (3)$$

여기서, S_{aa} 및 $S_{\sigma\sigma}$ 는 가속도 및 응력에 대한 자기상관 함수의 주파수 표현이다. 진동에 의거하여 발생된 피로 손상도는 Miner의 법칙에 의해 선형적으로 표현할 수 있으며, 취약 부위의 응력이 $\sigma(\omega_1)$ 라고 가정하며 식 (4)로 표현된다.

$$D(T_1) = \frac{\omega_1 T_1}{k} \frac{1}{\sigma(\omega_1)^\alpha} \quad (4)$$

여기서, α 와 k 는 각각 S-N 선도에 관련된 기울기 및

응력 절편을 각각 나타낸다. 식(3)의 조건을 활용하면 응력 크기(σ)는 다음 식 (5)로 표현된다.

$$\bar{\sigma}(\omega_1) = \|H_m(\omega_1)\| \cdot \bar{a} \quad (5)$$

식 (4)와 식 (5)를 활용하면 피로 손상도는 아래 식 (6)으로 표현된다.

$$D(T_1) = \frac{\omega_1 T_1}{k} \cdot \|H_m(\omega_1)\|^\alpha \cdot \bar{a}^\alpha \quad (6)$$

이와 달리, 가진 입력에서의 에너지는 식 (2)를 활용하여 아래 식 (7)로 표현된다.

$$E(\omega_1) = (\bar{a} \xi_s)^2$$

$$\xi_s^2 = \int_0^{T_1} |\cos(\omega_1 t + \phi)|^2 dt = \pi \omega_1 T_1 \quad (7)$$

만약, 취약 부위에서의 하중과 입력 부위에서의 에너지가 선형적인 관계가 있다고 가정하면 선형적인 관계를 대표하는 선형 이득(κ)은 식 (8)로 표현된다.

$$D(\omega_1) = \kappa(\omega_1) \cdot E(\omega_1)$$

$$\Leftrightarrow \kappa(\omega_1) = \frac{1}{k\pi} \cdot \|H_m(\omega_1)\|^\alpha \cdot \bar{a}^{\alpha-2} \quad (8)$$

여기서, 선형 이득은 주파수 응답 함수, 가속도 및 피로 손상도에 종속적인 함수로 피로 손상도와 가진 에너지를 연결하는 역할을 나타낸다.

2.3 가진 입력에서의 PSD 선도를 활용한 손상도 계산

가진 입력으로부터 측정된 시간 데이터는 PSD 선도의 도움을 받아 주파수 영역에서 에너지 값으로 변환된다. 또한 이 값과 입력 가진과 취약 부위 사이에서 얻어진 주파수 응답 함수를 활용하여 취약 부위의 피로 손상도를 예측하게 된다. 이 과정에서 선형 이득은 가진 에너지로부터 피로 손상도를 직접적으로 도출하는 함수이기 때문에 매우 중요한 역할을 하게 된다. 비례 이득에 대한 물리적인 이해를 돕기 위해, 식 (8)을 식 (9)로 다시 표현하였다.

$$\kappa(\omega_1) = \frac{D(\omega_1)}{E(\omega_1)} \quad (9)$$

만약 입력 가진이 단위 값이라고 가정하면, 비례 이득은 동일한 주파수 입력에 대해 피로 손상도와 같은 값이 되며 이것은 물리적으로 모든 주파수 대역에 대해서 성립하게 된다. 그러므로 비례 이득은 단위 입력 에너지에 대한 대상 부품의 주파수별 피로 손상도이며 이러한 물리적인 관계를 고려할 때 비례 이득을 에너지 등고선으로 정의할 수 있다. 피로 손상도는 실제 입력된 가진 에너지와 곱하여서 주어진 가진 조건아래 영향을 받은 대상 부품의 피로 손상도와 등가가 된다. 그러므로 주파수 영역에서 입력 에너지(E)에 대한 피로 손상도(D)는 에너지 등고선(χ)을 활용하여 아래 식 (10)으로 표현된다.

$$D = \sum_{i=1}^N \kappa(\omega_i) \cdot |a_i|^2 \cdot e_i \quad (10)$$

여기서, N 은 분해 가능한 주파수 개수이며, e_i 는 i 번째 주파수에 대한 기저(basis)가 된다.

3. 원형 봉을 이용한 단축 가진 시험

3.1 단축 가진 시험 환경의 구성

에너지 등고선을 활용한 대상 모듈의 피로 손상도를 예측하기 위해서는 대상 부품에 대한 가진이 진동에 의해 이루어져야 하며, 대상 부품의 취약 부위가 분명하게 선정될 수 있어야 한다. 그러므로 노치(notch)가 있는 원형 봉을 시편으로 제작하여 상하 가진에 대해 노치 부분에서 피로 손상도가 집중될 수 있도록 하였으며, 입력 가진 부분에 가속도 센서를 부착하여 가진 신호를 계측하는 것과 동시에 노치 부분에 스트레인게이지(strain gauge)를 부착하여 가장 취약한 부위의 응력을 측정하였다. 아래 Fig. 1은 구성된 단축 시험 장치이다.

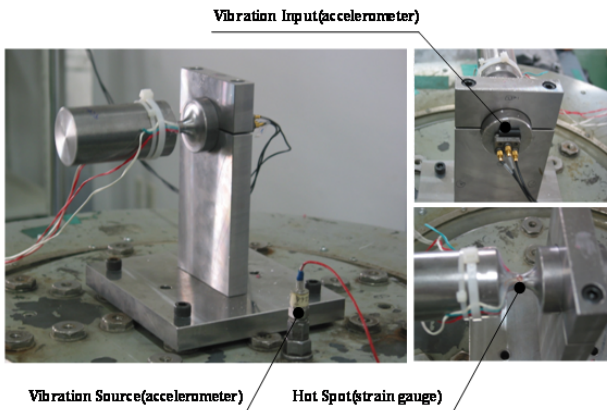


Fig. 1 Overview of uni-axial vibration test

단축 시험을 수행하기 위한 시편 및 관련된 지그를 제작하였다. 시편의 노치 부분은 정밀한 가공 공정을 통해 예상하지 못한 부분에서 응력 집중이 걸리지 않도록 하였으며, 지그는 지그 자체나 시편과 결합되었을 경우 부가적인 동특성이 발생하지 않도록 하였다. Fig. 2는 본 연구에서 사용한 시편 및 지그를 보여준다.



(a) Specimen

(b) Jig

Fig. 2 Preparation for uni-axial vibration test

3.3 시편의 동특성

시편의 동특성을 알아내기 위해 실험적 모달 해석을 수행하였다. 지그와 시편을 결합시킨 후 단축 가진기에 장착하여 다축 시험과 동일한 조건을 부여한 다음 가진 해머를 사용하여 모달 시험을 하였다. Table 1은 각각의 시편에 대한 모달 해석 결과이다. 모달해석 과정에서 얻어진 가속도와 응력 간의 주파수 전달 함수는 식 (8)의 에너지 등고선에 활용되어 식 (10)의 피로 손상도 계산에 이용될 것이다.

Table 1 Modal information of each specimen

	Specimen Figure	Mode	Natural Frequency
Specimen I		1	58 (Hz)
		2	268 (Hz)
Specimen II		1	151 (Hz)
		2	290 (Hz)

노치 부분의 응력 집중 계수가 2를 넘어서는 집중 하중이 발생하기 때문에 가혹한 가진 조건에서는 스트레인게이지의 측정 한계를 벗어나서 측정이 불가능해진다. 그러므로 2개의 시편의 공진 주파수를 비교한 결과 150(Hz) 이하에서 최대 가진을 주었으며 최소의 주파수 범위는 가진기의 스펙이 허용하는 범위에서 10(Hz) 이상으로 선정하였다. 이와 같은 가진 범위 내에서 '시편 I'은 1차 공진 주파수를 완전히 포함하며 '시편 II'의 경우에는 1차 공진점 근처까지 가진을 받게 된다. 모달 해석 결과 1차 모드 형상이 상하 방향의 굽힘 형태로 나타났기 때문에 대상물의 동특성이 피로

손상도를 가속화시킬 것이다. 수식적으로 이러한 가속을 표현한 식은 (5)로서 응력의 크기 값이 전달함수의 크기에 의해 증폭된다.

기 개발된 에너지 방법을 기존의 내구 손상도와 비교하기 위해 아래의 변수를 주요한 인자로 규정하여 시험 모드의 선정에 활용하였다.

- 가진부의 가속도(g) 값 : 에너지 방법의 경우 가진부에서 얻어지는 가속도에 비례하여 증가하기 때문에 이 값의 변화에 따라 내구 손상도 영향을 줄 것으로 판단
- 가진부의 주파수 : 에너지 계산의 주요한 변수 값일 뿐만 아니라 내구 관점에서 가진 요소의 반복횟수임
- 가진 성분의 크기 : 가진 성분의 크기는 S-N 선도에서의 응력 값에 직접적으로 비례하는 성분으로 판단되며 에너지 값에도 비례적으로 영향을 줄 것임

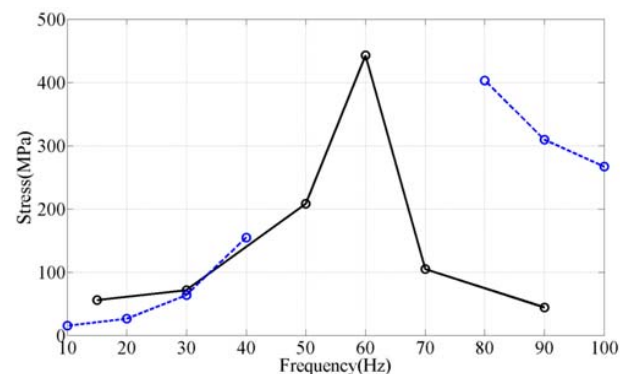
이러한 3가지 인자가 에너지 방법 및 내구 관점에서의 피로 손상도에 밀접한 연관성을 가진다는 가정아래, 3가지 인자들에 대해 하나의 값을 고정한 다음 다른 인자들의 변화를 살펴보기 위해 Table 2의 시험 모드를 선정하였다.

Table 2 Test mode for uni-axial vibration excitation

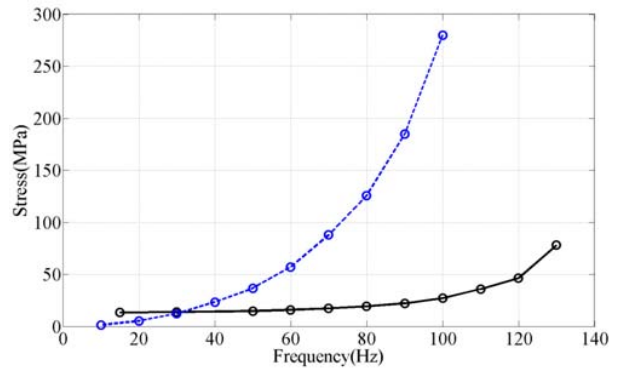
Mode	Description
I	Constant acceleration value as varying the frequency
II	Constant vibration magnitude as varying the frequency

3.2 단축 가진 시험 결과

단축 가진 시험을 2개의 시편에 의해 수행하였으며, 측정된 노치 부위의 하중 값과 가속도 신호를 아래 Fig. 3과 Fig. 4에 나타내었다.

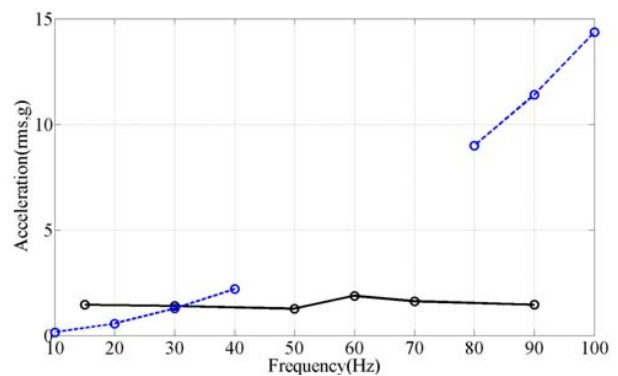


(a) Specimen I

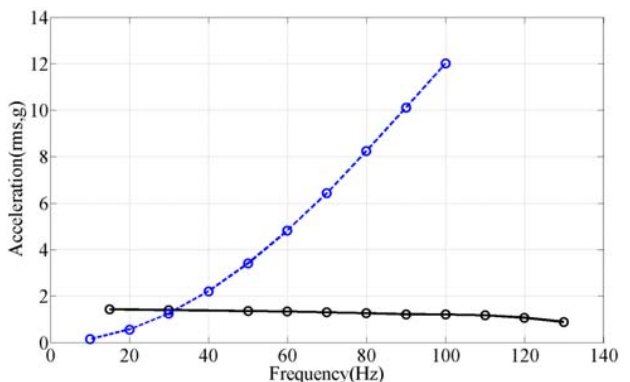


(b) Specimen II

Fig. 3 Measured stress data at notch location, Blue: mode I, Black: mode II



(a) Specimen I



(b) Specimen II

Fig. 4 Measured acceleration data at notch location, Blue: mode I, Black: mode II

가속도의 진폭이 모드 I에서는 주파수 증가에 따라 일정하지만 모드 II의 경우에는 주파수의 제곱에 비례하여 증가함을 알 수 있다. 이 결과는 Table 2의 시험 모드와 일치하는 것이다. 입력 주파수가 증가하면서 시편 I의 경우가 시편 II의 경우보다 크게 측정되었는데 이는 입력 에너지 값이 전자의 경우가 매우 크기 때문이다. 특히, 시편 I의 경우에는 공진점 근처에서 측정 하중이 매우 증대되어 스트레인 게이지가 측정할 수 없는 영역까지 도달하여 측정 데이터

측정이 불가능하였기 때문에 해당 부분에 대한 도시가 이루어지지 못하였다.

앞서 측정된 가속도와 응력 데이터를 활용하여 식 (8)의 에너지 등고선을 나타내면 아래 Fig. 5로 나타난다.

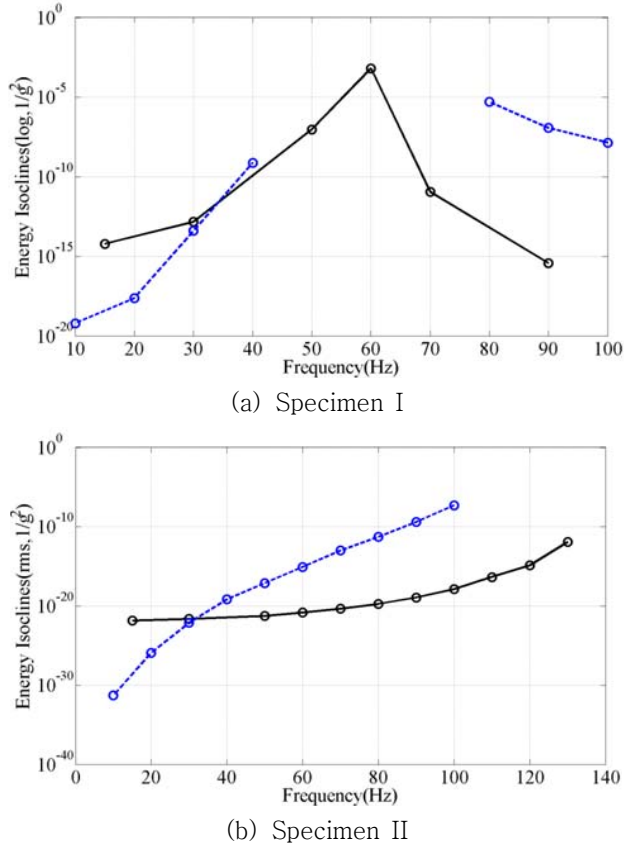


Fig. 5 Energy isoclines from each test result, Blue: mode I, Black: mode II

시험모드 I의 경우에는 에너지 등고선이 가속도의 진폭과 동일하기 때문에 측정된 가속도와 응력의 주파수 형태로 나타난다. 하지만 시험모드 II의 경우에는 가속도의 진폭 또한 변수로 작용하기 때문에 식 (8)의 관계식에 의거 물성치의 영향을 받게 된다. 대상 부품에 대한 피로 손상도는 에너지 등고선에 의해 직접적으로 얻어지기 때문에 피로 손상도의 신뢰성이 결국 피로 손상도 예측 결과의 신뢰성과 밀접한 관계를 가지게 된다.

에너지 등고선을 활용하여 식 (10)에 대입하면 측정된 가속도의 PSD 선도의 정보와 함께 취약 부위의 피로 손상도가 계산된다. 이 결과를 노치 부근에서 측정된 응력 데이터로부터 도출된 값과 비교하여 본 논문에서 제안된 방법의 정확성을 검증하였다. 각각의 시험 조건에 대한 취약 부위의 피로 손상도를 Fig. 6과 Fig. 7에 도시하였다.

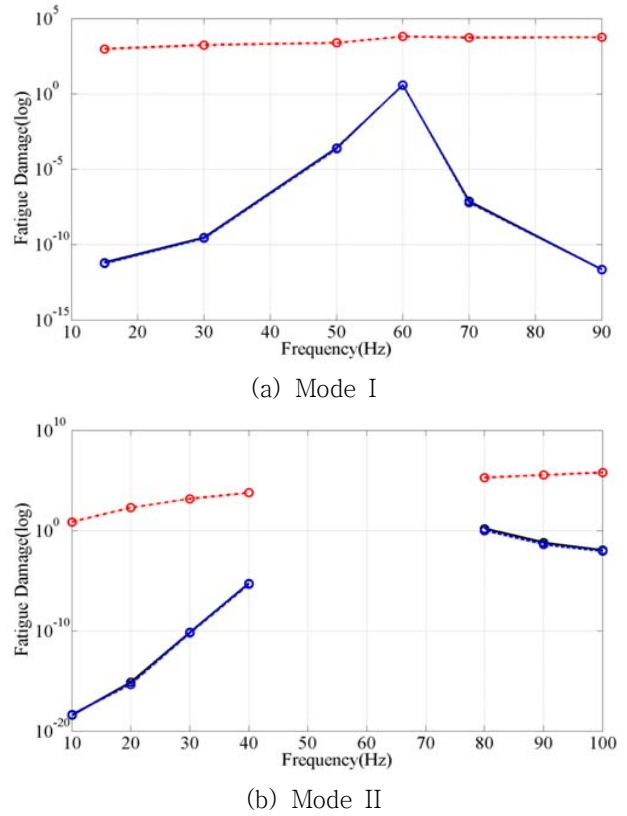


Fig. 6 Fatigue damage at hot spot(specimen I), Blue: measured, Black: proposed, Red: input energy

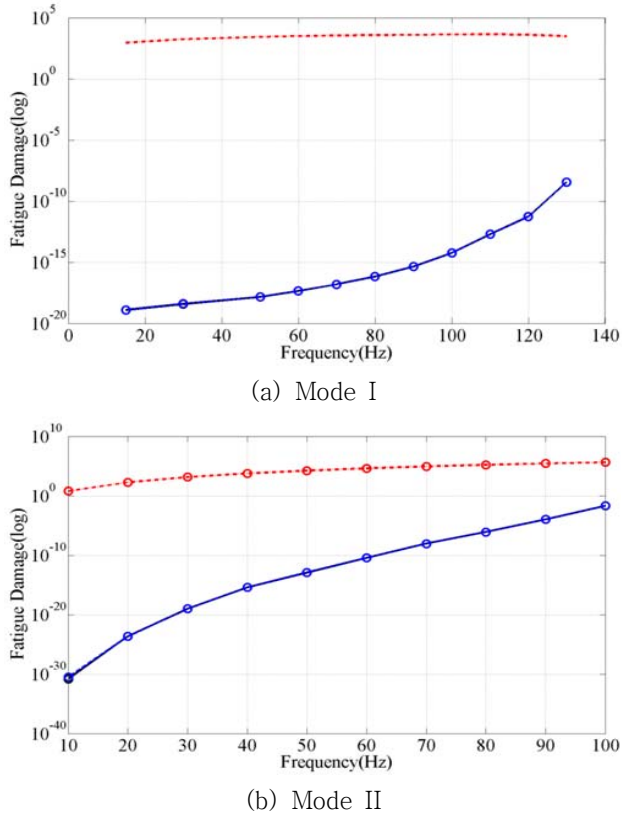


Fig. 7 Fatigue damage at hot spot(specimen II), Blue: measured, Black: proposed, Red: input energy

4. 결 론

진동에 의해 주요한 피로 손상도를 받는 대상물에 대한 진동내구 평가를 위해 입력 가진의 에너지와 취약 부위의 응력과의 관계를 활용하여 에너지 등고선을 도출하였다. 이 함수는 입력 가진 부분에서 측정된 가속도의 PSD 선도와 함께 직접적으로 취약 부위의 피로 손상도를 계산할 수 있도록 관계식을 정립하였다. 본 논문에서 도출된 관계식을 증명하기 위해 노치를 가지는 원형봉의 단축 가진 시험을 수행하였으며, 시험 결과를 비교한 결과 에너지 등고선을 이용한 값과 측정된 값이 비슷한 값을 가지는 것을 확인하였으며, 이 결과로부터 제안된 방법의 신뢰성을 확보하였다.

참 고 문 헌

- (1) Fatemi A, Yang L., "Cumulative fatigue damage and life prediction theories: a survey of the state of the art for homogeneous materials", Int J Fatigue, Vol. 20, No.1, pp. 9-34, 1998
- (2) Bennouna MM, White RG, "The effect of large vibration amplitudes on the dynamic strain response of a clamped-clamped beam with consideration of fatigue life", J S&V, Vol.96, No.3, pp. 281-308, 1984
- (3) Bishop NWM, Sheratte F., "Fatigue life prediction from power spectral density data. Part 1:traditional approaches", Envir Eng, Vol.2, No.2, pp. 11-14, 1989
- (4) Wirsching PH, Shehata AM, "Fatigue under wide band random stresses using the rain-flow method", J Eng Mater Tech, Vol.99, pp. 205-211, 1977
- (5) Liou HY, Wu WF, Shin CS, "A modified model for the estimation of fatigue life derived from random vibration theory", Probabilistic Eng Mech, Vol.14, pp. 281-288, 1999
- (6) Fu TT, Cebon D., "Prediction fatigue lives for bi-modal stress spectral densities", Int J Fatigue, Vol.22, pp. 11-21, 2000