방향성 주파수 응답함수에서 입력 잡음의 영향

The Effect of Input Noise for Directional Frequency Response Functions

강성우† ·서윤호*·이종원**

Sung-Woo Kang, Yun-Ho Seo, Chong-Won Lee

Key Words : Directional Frequency Response Function(dFRF, 방향성 주파수 응답 함수), General Rotor(일반 회전체), Modulated Coordinates(변조 좌표계), Spectral Density Function(스펙트럼 밀도 함수) , Input Noise(입력 잡음), Normalized Random Error(정규 불규칙 오차)

ABSTRACT

Identification of asymmetry and anisotropy of rotor system is important for diagnosis of rotating machinery. Directional frequency response functions (dFRFs) are known to be a powerful tool in effectively detecting the presence of asymmetry or anisotropy. In this paper, an input noise effect of dFRFs for rotors is estimated, when both asymmetry and anisotropy are present. The normalized random errors of the dFRFs are calculated to verify the validity of the method, which is demonstrated by numerical simulation with a simple rotor model.

1. 서 론

현대의 회전 기계가 점점 고속화되어 감에 따라 회전 기계의 결함에 의한 사고의 위험도 갈수록 커지고 있다. 이에 따라서 회전 기계의 이상 상태를 감지할 수 있는 많은 방법들이 개발되고 있다 그 동안 이루어진 연구는 대부분 수동적 방법으로 회전 기계의 운행 중 또는 가/감속 시의 이상 진동 신호를 감지/해석하는 방법으로 간편하게 할 수 있는 장점이 있지만 결함이 상당히 진행되어야만 정확한 이상 진단이 가능한 방법이었다. 그와 다르게 회전 기계의 특정 이상 상태의 특성에 맞게 외부 가진기를 이용하여 회전 기계를 직접 가진하고 모드 시험을 실시하여 회전체의 비등방성과 비대칭성에 대한 정보를 담고 있는 방향성 주파수 응답함수를 추정하여 그로부터 회전체의 이상 상태를 규명하는 방법이 있다. [1, 2]

지금까지 연구된 방향성 주파수 응답 함수 추정방법은 비등방성만 존재하는 경우는 정지 좌표계에서의 모드 해석 기법을 통해 이루어졌고, 비대칭성만 존재하는 경우는 운동방정식 상에 시변계수가 나타나므로 이를 제거하기 위해 회전 좌표계 또는 변조 좌표계로 변환을 수행한 후에 모드 해석을 통해 추정했다. [3,4,5] 비등방성과 비대칭성이 동시에 존재하는 회전체의 경우에는 최근에 개발된 변조 좌표계를 이용해 무한대로 확장된 운동 방정식을 바탕으로 근사의 방향성 주파수 응답 함수를 추정할 수 있게 되었다. 방향성 주파수 응답 함수 이론을 기반으로 실험적으로 균열이 있는 회전체 시스템에 전자석 가진기를 이용하여 복소 모드 시험을 수행하고 방향성 주파수 응답 함수를 추정함으로 균열 진단 시험을 수행했다. [6]

본 연구에서는 일반 회전체 모드 해석 기법을 바탕으로 실험 중에 존재할 수 있는 입력 잡음이 방향성 주파수 응답 함수에 어떤 영향을 추정하고 시뮬레이션을 통해 검증했다. 또한 각각의 방향성 주파수 응답 함수의 정규 불규칙 오차를 계산하여 입력 잡음의 영향을 확인했다.

2. 방향성 주파수 응답 함수 추정

복소 좌표계에서 비등방성과 비대칭성이 모두 존재하는 회전체의 운동방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}&\mathbf{M}_{\mathrm{f}}\ddot{\mathbf{p}}(t)+\mathbf{M}_{\mathrm{b}}\ddot{\overline{\mathbf{p}}}(t)+\mathbf{M}_{\mathrm{r}}\ddot{\overline{\mathbf{p}}}(t)e^{j2\Omega t}\\&+\mathbf{C}_{\mathrm{f}}\dot{\mathbf{p}}(t)+\mathbf{C}_{\mathrm{b}}\dot{\overline{\mathbf{p}}}(t)+0\mathbf{C}_{\mathrm{r}}\dot{\overline{\mathbf{p}}}(t)e^{j2\Omega t}\\&+\mathbf{K}_{\mathrm{f}}\mathbf{p}(t)+\mathbf{K}_{\mathrm{b}}\overline{\mathbf{p}}(t)+\mathbf{K}_{\mathrm{r}}\overline{\mathbf{p}}(t)e^{j2\Omega t}=\mathbf{g}(t)\end{aligned}\quad(1)$$

하첨자 f, b, r 은 각각 질량, 감쇠, 강성 행렬의 평균값, 비등방성 관련 편차, 비대칭성 관련 편차를 나타낸다.

위의 운동방정식을 등가의 무한 자유도를 갖는 시불변 선형 운동방정식으로 변환하기 위하여 다음과 같이 새로운 변위 벡터와 가진 벡터를 정의한다[5].

$$\mathbf{p}_n(t)\equiv\mathbf{p}(t)e^{j2n\Omega t},\quad \mathbf{g}_n(t)\equiv\mathbf{g}(t)e^{j2n\Omega t}\quad(2a)$$

$$\overline{\mathbf{p}}_n(t)\equiv\overline{\mathbf{p}(t)e^{j2n\Omega t}}=\overline{\mathbf{p}}(t)e^{-j2n\Omega t},\overline{\mathbf{g}}_n(t)\equiv\overline{\mathbf{g}}(t)e^{-j2n\Omega t}\quad(2b)$$

$$\mathbf{p}_{(\infty)}=\left\{\cdots\quad\mathbf{p}_{-1}^T(t)\quad\overline{\mathbf{p}}_0^T(t)\quad\mathbf{p}_0^T(t)\quad\overline{\mathbf{p}}_{-1}^T(t)\quad\cdots\right\}^T\quad(3a)$$

$$\mathbf{g}_{(\infty)}=\left\{\cdots\quad\mathbf{g}_{-1}^T(t)\quad\overline{\mathbf{g}}_0^T(t)\quad\mathbf{g}_0^T(t)\quad\overline{\mathbf{g}}_{-1}^T(t)\quad\cdots\right\}^T\quad(3b)$$

위의 식(1)에 식(2)에서 정의한 변위벡터와 가진 벡터를 대입하고, 식(3)으로 정의된 무한 가진벡터와 무한 변위 벡터를 사용하여 나타내면 식

† 한국과학기술원 기계공학과 대학원
E-mail: sungwookang@kaist.ac.kr
Tel: (042) 869-3056, Fax: (042) 869-8220
* 한국과학기술원 기계공학과
** 한국과학기술원 기계공학과

(1)과 등가의 무한 자유도의 시불변 운동방정식을 만들 수 있다[5]. 즉,

$$\mathbf{M}_{(\infty)}\ddot{\mathbf{p}}_{(\infty)}(t)+\mathbf{C}_{(\infty)}\dot{\mathbf{p}}_{(\infty)}(t)+\mathbf{K}_{(\infty)}\mathbf{p}_{(\infty)}(t)=\mathbf{g}_{(\infty)}(t) \quad (4)$$

위와 같이 비대칭성과 비등방성이 공존하는 일반 회전체의 운동방정식을 band 형태의 무한 확장된 행렬 형태로 나타낼 수 있다. 이를 이용하여 주파수 영역에서 그림 1 과 같은 다중 입력과 단일 출력을 갖는 모형을 만들어 방향성 주파수 응답 함수를 추정할 수 있다[7].

$$\begin{Bmatrix} \vdots \\ \mathbf{H}_{g_{-1}p_0} \\ \mathbf{H}_{\bar{g}_0p_0} \\ \mathbf{H}_{g_0p_0} \\ \mathbf{H}_{\bar{g}_{-1}p_0} \\ \vdots \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \iddots \\ \cdots & \mathbf{S}_{g_{-1}g_{-1}} & \mathbf{S}_{g_{-1}\bar{g}_0} & \mathbf{S}_{g_{-1}g_0} & \mathbf{S}_{g_{-1}\bar{g}_{-1}} & \cdots \\ \cdots & \mathbf{S}_{\bar{g}_0g_{-1}} & \mathbf{S}_{\bar{g}_0\bar{g}_0} & \mathbf{S}_{\bar{g}_0g_0} & \mathbf{S}_{\bar{g}_0\bar{g}_{-1}} & \cdots \\ \cdots & \mathbf{S}_{g_0g_{-1}} & \mathbf{S}_{g_0\bar{g}_0} & \mathbf{S}_{g_0g_0} & \mathbf{S}_{g_0\bar{g}_{-1}} & \cdots \\ \cdots & \mathbf{S}_{\bar{g}_{-1}g_{-1}} & \mathbf{S}_{\bar{g}_{-1}\bar{g}_0} & \mathbf{S}_{\bar{g}_{-1}g_0} & \mathbf{S}_{\bar{g}_{-1}\bar{g}_{-1}} & \cdots \\ \iddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \vdots \\ \mathbf{S}_{g_{-1}p_0} \\ \mathbf{S}_{\bar{g}_0p_0} \\ \mathbf{S}_{g_0p_0} \\ \mathbf{S}_{\bar{g}_{-1}p_0} \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (5)$$

여기서 $\mathbf{S}_{xy}$ 는 신호 x 와 y 의 주파수 영역에서의 상호 스펙트럼 밀도 함수(cross spectral density function)를 의미한다.

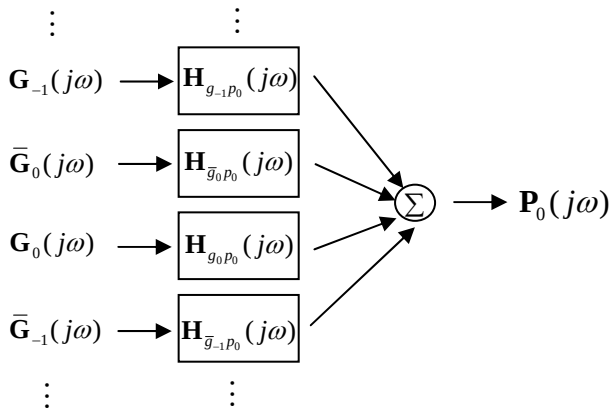


그림 1. 일반회전체의 방향성 주파수 응답 함수 추정 모형

3. 입력 잡음의 영향 추정

그림 1 에서 일반 회전체의 무한 차수의 입력 신호들은 G_0 의 변조된 신호이기 때문에 그림 2 와 같은 입력 잡음이 존재하는 단일 입력/단일 출력 시스템 모델을 이용하여 신호처리 기법을 통해 해석할 수 있다.

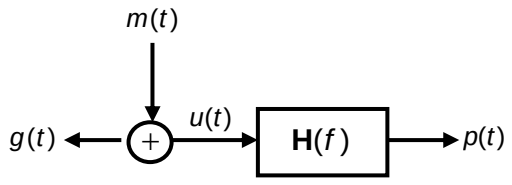


그림 2. 입력 잡음이 존재하는 단일 입력/단일 출력 시스템 모형

여기서 u(t), m(t), g(t), p(t)는 입력, 입력 잡음, 측정된 입력, 측정된 출력 신호이다.

충분히 긴 기록 시간(record length) $T \gg \frac{\pi}{2\Omega}$ 에 대해서, 식(5)의 상호 스펙트럼 밀도 함수 $\mathbf{S}_{g_ig_j}$ 는 다음과 같다. [3]

$$\mathbf{S}_{g_ig_j} \approx 0 \quad (6)$$

이론적으로는 서로 상관 관계가 없지만, 실제 신호 처리상 0 은 아니다. 식(6)을 식(5)에 대입하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \iddots \\ \cdots & \mathbf{S}_{g_{-1}g_{-1}} & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ \cdots & 0 & \mathbf{S}_{\bar{g}_0\bar{g}_0} & 0 & 0 & \cdots \\ \cdots & 0 & 0 & \mathbf{S}_{g_0g_0} & 0 & \cdots \\ \cdots & 0 & 0 & 0 & \mathbf{S}_{\bar{g}_{-1}\bar{g}_{-1}} & \cdots \\ \iddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \vdots \\ \mathbf{H}_{g_{-1}p_0} \\ \mathbf{H}_{\bar{g}_0p_0} \\ \mathbf{H}_{g_0p_0} \\ \mathbf{H}_{\bar{g}_{-1}p_0} \\ \vdots \end{Bmatrix} \approx \begin{Bmatrix} \vdots \\ \mathbf{S}_{g_{-1}p_0} \\ \mathbf{S}_{\bar{g}_0p_0} \\ \mathbf{S}_{g_0p_0} \\ \mathbf{S}_{\bar{g}_{-1}p_0} \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (7)$$

식(7)로부터 방향성 주파수 응답 함수를 추정하면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \vdots \\ \mathbf{H}_{g_{-1}p_0} \\ \mathbf{H}_{\bar{g}_0p_0} \\ \mathbf{H}_{g_0p_0} \\ \mathbf{H}_{\bar{g}_{-1}p_0} \\ \vdots \end{Bmatrix} \approx \begin{Bmatrix} \vdots \\ \dfrac{\mathbf{S}_{g_{-1}p_0}}{\mathbf{S}_{g_{-1}g_{-1}}} \\ \dfrac{\mathbf{S}_{\bar{g}_0p_0}}{\mathbf{S}_{\bar{g}_0\bar{g}_0}} \\ \dfrac{\mathbf{S}_{g_0p_0}}{\mathbf{S}_{g_0g_0}} \\ \dfrac{\mathbf{S}_{\bar{g}_{-1}p_0}}{\mathbf{S}_{\bar{g}_{-1}\bar{g}_{-1}}} \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (8)$$

식(8)에서 상호 스펙트럼 밀도 함수는 다음과 같다. [8]

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{g_0p_0} &= \frac{1}{T}E\left[\mathbf{G}_0^*\mathbf{P}_0\right] = \frac{1}{T}E\left[\mathbf{U}_0^*\mathbf{P}_0 + \mathbf{M}_0^*\mathbf{P}_0\right] = \mathbf{S}_{u_0p_0} + \mathbf{S}_{m_0p_0} \\ \mathbf{S}_{\bar{g}_0p_0} &= \frac{1}{T}E\left[\bar{\mathbf{G}}_0^*\mathbf{P}_0\right] = \frac{1}{T}E\left[\bar{\mathbf{U}}_0^*\mathbf{P}_0 + \bar{\mathbf{M}}_0^*\mathbf{P}_0\right] = \mathbf{S}_{\bar{u}_0p_0} + \mathbf{S}_{\bar{m}_0p_0} \\ \mathbf{S}_{\bar{g}_{-1}p_0} &= \frac{1}{T}E\left[\bar{\mathbf{G}}_{-1}^*\mathbf{P}_0\right] = \frac{1}{T}E\left[\bar{\mathbf{U}}_{-1}^*\mathbf{P}_0 + \bar{\mathbf{M}}_{-1}^*\mathbf{P}_0\right] = \mathbf{S}_{\bar{u}_{-1}p_0} + \mathbf{S}_{\bar{m}_{-1}p_0} \\ \mathbf{S}_{g_{-1}p_0} &= \frac{1}{T}E\left[\mathbf{G}_{-1}^*\mathbf{P}_0\right] = \frac{1}{T}E\left[\mathbf{U}_{-1}^*\mathbf{P}_0 + \mathbf{M}_{-1}^*\mathbf{P}_0\right] = \mathbf{S}_{u_{-1}p_0} + \mathbf{S}_{m_{-1}p_0} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 위 첨자 *는 복소 공액값을 의미한다. $\bar{\mathbf{U}}_0$, $\bar{\mathbf{U}}_{-1}$, $\mathbf{U}_{-1}$ 은 $\mathbf{U}_0$ 의 변조된 입력이고, $\bar{\mathbf{M}}_0$, $\bar{\mathbf{M}}_{-1}$, $\mathbf{M}_{-1}$ 는 $\mathbf{M}_0$ 의 변조된 입력 잡음이다. $\mathbf{S}_{m_0p_0}$ 는 대칭 특성에 관한 방향성 주파수 응답 함수에서 입력 잡음의 영향, $\mathbf{S}_{\bar{m}_0p_0}$ 는 비등방성 특성에 관한 방향성 주파수 응답 함수에서 입력

잡음의 영향, $\mathbf{S}_{\bar{m}_{-1}p_0}$ 는 비대칭성 특성에 관한 방향성 주파수 응답 함수에서 입력 잡음의 영향을 나타낸다고 볼 수 있다.

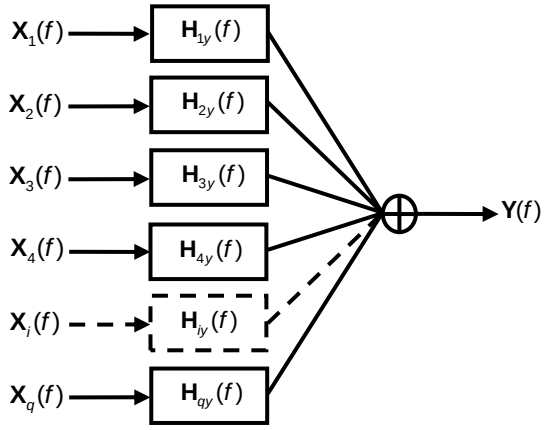


그림 3. 다중 입력/단일 출력 모형

4. 정규 불규칙 오차[8]

그림 3 은 임의의 입력에 대한 일반적인 다중 입력과 단일 출력을 갖는 시스템을 나타낸다. 여기서, $\mathbf{X}_i(f)$ 와 $\mathbf{Y}(f)$ 는 입력 신호 $x_i(t)$ 와 $y(t)$ 의 유한 푸리에 변환(finite Fourier transform) 이고, $\mathbf{H}_{iy}(f)$ 는 고정 변수(constant−parameter) 를 갖는 선형 주파수 응답 함수이다.

그림 3 의 임의의 다중 입력과 단일 출력을 갖는 모형은 그림 4 와 같은 다중 잔류 입력과 단일 출력을 갖는 모형으로 표현할 수 있다. 입력들이 서로 상관관계가 없기 때문에 그림 4 와 같이 단일 입력과 단일 출력을 갖는 시스템 $\mathbf{L}_{iy}(f)$ 의 합으로 표현된다. 시스템 $\mathbf{L}_{iy}(f)$ 는 다음과 같다.

$$\mathbf{L}_{iy}(f)=\frac{\mathbf{S}_{iy\cdot(i-1)!}}{\mathbf{S}_{ii\cdot(i-1)!}} \quad i=1,2,...,q \tag{10}$$

여기서 $\mathbf{S}_{iy\cdot(i-1)!}$ 는 잔류 스펙트럼을 나타낸다. 서로 상관관계가 없는 잔류 입력 신호들을 표현의 편의상 $\mathbf{X}_{i\cdot(i-1)!}(f)=\mathbf{U}_i(f)$ 로 표현하자. 수정된 모형의 최적 시스템 $\mathbf{L}_{iy}(f)$ 의 정규 불규칙 오차는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\varepsilon\left[\left|\mathbf{L}_{iy}\right|\right]\approx\frac{\left[1-\gamma_{u_i y}^2\right]^{1/2}}{\left|\gamma_{u_i y}\right|\sqrt{2(n_d-i+1)}} \tag{11}$$

여기서 n_d 는 평균 횟수이고, $\gamma_{u_i y}^2$ 는 수정된 모형의 단순 기여도 함수(ordinary coherence function)로 다음과 같다.

$$\gamma_{u_i y}^2(f)=\frac{\left|\mathbf{S}_{u_i y}(f)\right|^2}{\mathbf{S}_{u_i u_i}(f)\mathbf{S}_{yy}(f)}=\frac{\left|\mathbf{S}_{iy\cdot(i-1)!}(f)\right|^2}{\mathbf{S}_{ii\cdot(i-1)!}(f)\mathbf{S}_{yy\cdot(i-1)!}(f)} \tag{12}$$

여기서 $\mathbf{S}_{ij\cdot r!}(f)$ 은 다음의 식으로 구할 수 있다.

$$\mathbf{S}_{ij\cdot r!}(f)=\mathbf{S}_{ij\cdot(r-1)!}(f)-\left[\frac{\mathbf{S}_{rj\cdot(r-1)!}(f)}{\mathbf{S}_{rr\cdot(r-1)!}(f)}\right]\mathbf{S}_{ir\cdot(r-1)!}(f) \tag{13}$$

여기서 y=q+1 이라고 가정하면, r=1,2,…,q 이고, i,j=1,2,...,q+1 이 된다. 또한, $i>r, j>r$ 을 만족해야 한다. i=q 일 때의 단순 기여도 함수 $\gamma_{u_q y}^2=\gamma_{qy\cdot(q-1)!}^2$ 를 원래 모형의 부분 기여도 함수라고 한다.

그림 1 과 같은 다중 입력과 단일 출력을 갖는 최적 시스템의 방향성 주파수 응답 함수는 식(8)에 의해 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\left\{\begin{array}{c}\vdots\\ \mathbf{H}_{g_0p_0}\\ \mathbf{H}_{\bar{g}_0p_0}\\ \mathbf{H}_{\bar{g}_{-1}p_0}\\ \mathbf{H}_{g_{-1}p_0}\\ \vdots\end{array}\right\}=\left\{\begin{array}{c}\vdots\\ \dfrac{\mathbf{S}_{g_0p_0}}{\mathbf{S}_{g_0g_0}}\\ \dfrac{\mathbf{S}_{\bar{g}_0p_0}}{\mathbf{S}_{\bar{g}_0\bar{g}_0}}\\ \dfrac{\mathbf{S}_{\bar{g}_{-1}p_0}}{\mathbf{S}_{\bar{g}_{-1}\bar{g}_{-1}}}\\ \dfrac{\mathbf{S}_{g_{-1}p_0}}{\mathbf{S}_{g_{-1}g_{-1}}}\\ \vdots\end{array}\right\}=\left\{\begin{array}{c}\vdots\\ \dfrac{\mathbf{S}_{g_0p_0\cdot\bar{g}_0,\bar{g}_{-1},g_{-1},g_1,\bar{g}_1}(f)}{\mathbf{S}_{g_0g_0\cdot\bar{g}_0,\bar{g}_{-1},g_{-1},g_1,\bar{g}_1}(f)}\\ \dfrac{\mathbf{S}_{\bar{g}_0p_0\cdot g_0,\bar{g}_{-1},g_{-1},g_1,\bar{g}_1}(f)}{\mathbf{S}_{\bar{g}_0\bar{g}_0\cdot g_0,\bar{g}_{-1},g_{-1},g_1,\bar{g}_1}(f)}\\ \dfrac{\mathbf{S}_{\bar{g}_{-1}p_0\cdot g_0,\bar{g}_0,g_{-1},g_1,\bar{g}_1}(f)}{\mathbf{S}_{\bar{g}_{-1}\bar{g}_{-1}\cdot g_0,\bar{g}_0,g_{-1},g_1,\bar{g}_1}(f)}\\ \dfrac{\mathbf{S}_{g_{-1}p_0\cdot g_0,\bar{g}_0,\bar{g}_{-1},g_1,\bar{g}_1}(f)}{\mathbf{S}_{g_{-1}g_{-1}\cdot g_0,\bar{g}_0,\bar{g}_{-1},g_1,\bar{g}_1}(f)}\\ \vdots\end{array}\right\} \tag{14}$$

여기서 각각의 방향성 주파수 응답 함수는 입력 신호를 제외한 나머지 입력 신호의 영향을 모두 제거했기 때문에 방향성 주파수 응답 함수의 정규 불규칙 오차는 식 (11)−(13)에 의해 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
\varepsilon\left[\left|\mathbf{H}_{g_0p_0}\right|\right]&\approx\frac{\left[1-\gamma_{g_0p_0}^2\right]^{1/2}}{\left|\gamma_{g_0p_0}\right|\sqrt{2(n_d-q+1)}}\\
\varepsilon\left[\left|\mathbf{H}_{\bar{g}_0p_0}\right|\right]&\approx\frac{\left[1-\gamma_{\bar{g}_0p_0}^2\right]^{1/2}}{\left|\gamma_{\bar{g}_0p_0}\right|\sqrt{2(n_d-q+1)}}\\
\varepsilon\left[\left|\mathbf{H}_{\bar{g}_{-1}p_0}\right|\right]&\approx\frac{\left[1-\gamma_{\bar{g}_{-1}p_0}^2\right]^{1/2}}{\left|\gamma_{\bar{g}_{-1}p_0}\right|\sqrt{2(n_d-q+1)}}\\
\varepsilon\left[\left|\mathbf{H}_{g_{-1}p_0}\right|\right]&\approx\frac{\left[1-\gamma_{g_{-1}p_0}^2\right]^{1/2}}{\left|\gamma_{g_{-1}p_0}\right|\sqrt{2(n_d-q+1)}}
\end{aligned} \tag{13}$$

여기서 $\gamma_{g_x p_0}^2$ 은 부분 기여도 함수이고, q 는 다중 입력 시스템의 입력의 개수다.

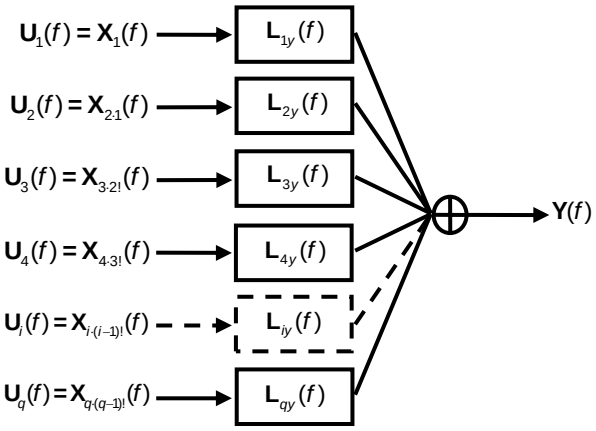


그림 4. 다중 잔류 입력/단일 출력 모형

5. 예제 : 단순 회전체 모형

5.1 운동 방정식

강체 원판이 비대칭 강성을 가진 축 중심에서 1 차 모드로 진동하고 비등방 강성을 가진 베어링으로 지지된 회전체 시스템은 다음과 같은 운동방정식으로 표현 가능하다.

$$m\ddot{\mathbf{p}}(t)+c\dot{\mathbf{p}}(t)+(k_s+k_b)\mathbf{p}(t) +(\Delta k_b-\delta k_s e^{j2\Omega t})\bar{\mathbf{p}}(t)=\mathbf{g}(t) \quad (14)$$

표 1. 회전체 모형 변수값

질량	m	4 (kg)
감쇠 계수	c	50 (Ns/m)
축 강성	k_s	200 (kN/m)
베어링 계수	k_b	200 (kN/m)
회전 속도	Ω	15 (Hz)
비등방성	Δ	0.1
비대칭성	δ	0.1

일반 회전체로 만들기 위해서 비등방성과 비대칭성을 0.1 로 가정했으며, 저속의 회전체이므로 자이로 효과는 무시했다. 샘플링 주파수는 256 Hz 이며 한 샘플 데이터 개수는 2048 개, 평균은 200 번을 했다. 입력은 Gaussian random noise 를 이용했으며, 운동방정식을 Runge-Kutta 방법에 의해 시뮬레이션하고 누설을 방지하기 위해 Hanning window 를 쓰고 각각의 방향성 스펙트럼을 구하고 방향성 주파수 응답 함수를 추정하였다. 신호잡음비(SNR, signal-to-noise ratio)는 파워비로 50 이 되도록 입력 잡음을 적용했다.

5.2 입력 잡음의 영향 추정 결과, ,

그림 5 에서 굵은 실선은 입력 잡음이 존재하는 일반 회전체의 방향성 주파수 응답 함수의 추정 결과이다. 가는 실선은 방향성 주파수 응답 함수에서 입력 잡음의 영향만을 나타낸 것이다. 이론적으로는 입력 잡음과 출력과의 상관 관계가 0 이기 때문에 $\mathbf{S}_{m_0p_0}$, $\mathbf{S}_{\bar{m}_0p_0}$, $\mathbf{S}_{\bar{m}_{-1}p_0}$ 는 모두 0 이 되어야 하지만 신호 처리상 0 이 아니기 때문에 나타나는 현상이다. $\mathbf{H}_{g_0p_0}$, $\mathbf{H}_{\bar{g}_0p_0}$ 의 경우에는 dFRF 의 크기가 잡음의 효과에 비해 크기 때문에 피크 주위에서 입력 잡음의 영향이 나타나지 않지만, $\mathbf{H}_{\bar{g}_{-1}p_0}$ 의 경우, 다른 것들에 비해 크기가 작기 때문에 1F 와 1B 모드에서 잡음의 영향이 크고, 공액모드($1\bar{\mathbf{F}}$, $1\bar{\mathbf{B}}$)에서는 잡음의 영향이 거의 없다.

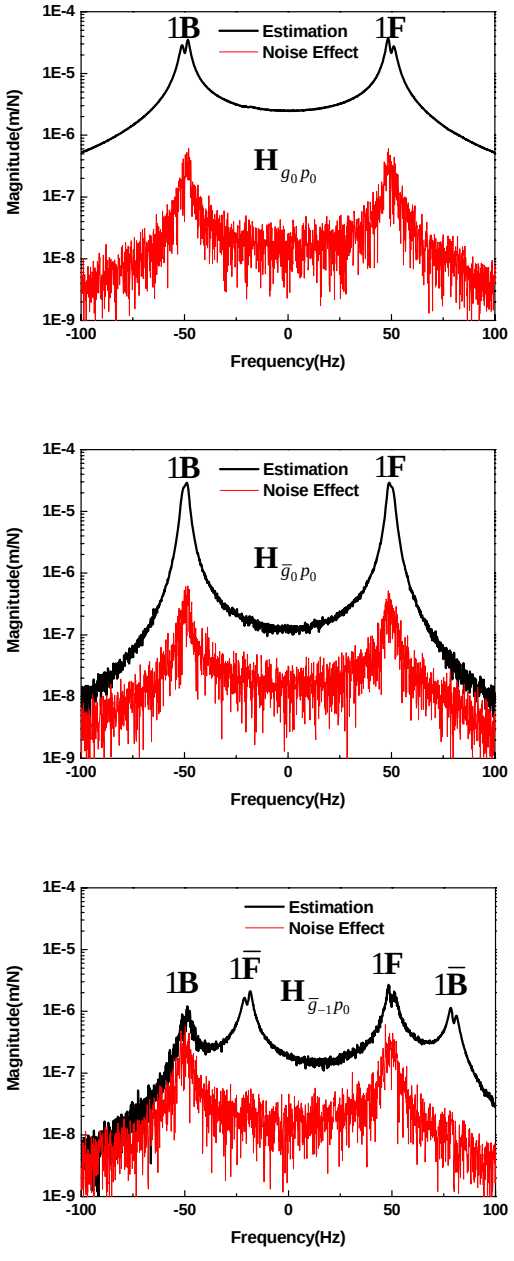
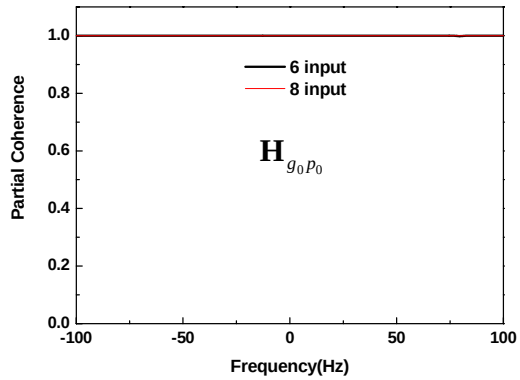
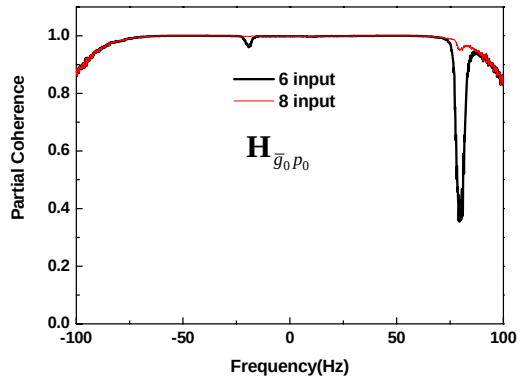


그림 5. 입력 잡음이 존재하는 일반 회전체의 방향성 주파수 응답 함수 추정 결과





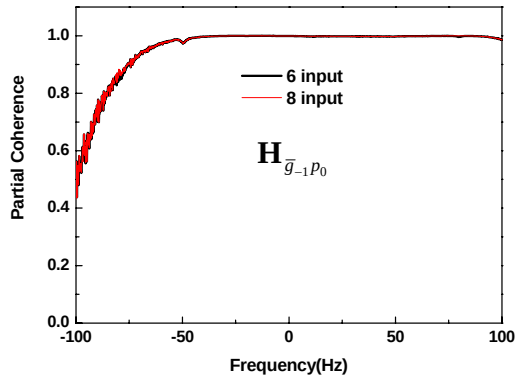
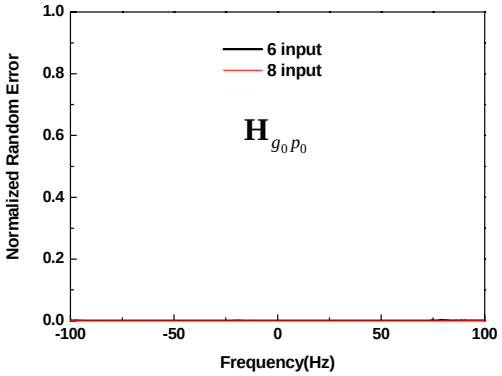
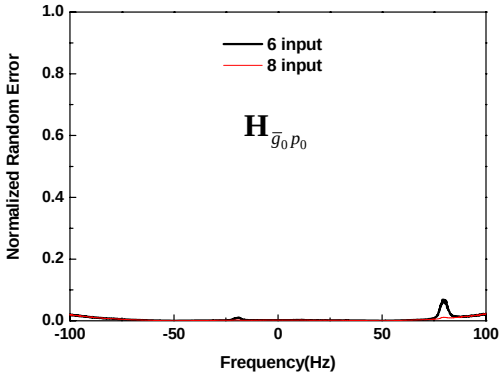


그림 6. 입력 잡음이 없는 경우의 방향성 주파수 응답 함수의 부분 기여도 함수





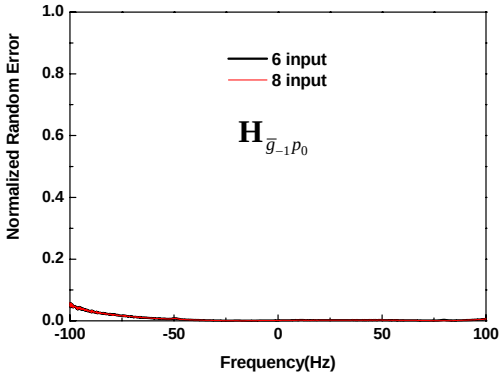


그림 7. 입력 잡음이 없는 경우의 방향성 주파수 응답 함수의 정규 불규칙 오차

그림 6 은 입력 잡음이 없는 경우, 입력을 6 개와 8 개를 사용했을 때 $\mathbf{H}_{g_0 p_0}$, $\mathbf{H}_{\bar{g}_0 p_0}$, $\mathbf{H}_{\bar{g}_{-1} p_0}$ 에 대한 부분 기여도 함수이다. 이는 식(12)의 수정된 모형의 단순 기여도 함수로부터 구할 수 있다. 입력 개수가 늘어날수록 일반 회전체를 잘 근사할 수 있기 때문에 $\mathbf{H}_{\bar{g}_0 p_0}$ 에서 입력을 8 개 사용한 경우가 6 개를 사용한 경우보다 공액모드(conjugate mode, $1\bar{\mathbf{F}}$, $1\bar{\mathbf{B}}$)에서 더 좋은 결과를 보여주는 것을 볼 수 있다.

그림 7 은 입력 잡음이 없는 경우, $\mathbf{H}_{g_0 p_0}$, $\mathbf{H}_{\bar{g}_0 p_0}$, $\mathbf{H}_{\bar{g}_{-1} p_0}$ 에 대한 정규 불규칙 오차를 보여준다. $\mathbf{H}_{\bar{g}_0 p_0}$ 를 보면, 8 개의 입력을 사용하는 경우가 6 개를 사용한 경우보다 정규 불규칙 오차가 줄어드는 것을 볼 수 있다.

그림 8 은 입력 잡음이 있는 경우의 방향성 주파수 응답 함수들의 부분 기여도 함수이다. $\mathbf{H}_{g_0 p_0}$ 의 경우는 입력 잡음이 존재함에도 불구하고 부분 기여도 함수가 거의 1 에 근접한 값

을 갖는데 비해, $\mathbf{H}_{\bar{g}_0 p_0}$, $\mathbf{H}_{\bar{g}_{-1} p_0}$ 의 경우는 부분 기여도 함수가 특정 모드에서만 큰 값을 가지는 것을 볼 수 있다. $\mathbf{H}_{\bar{g}_{-1} p_0}$ 의 부분 기여도 함수를 보면 공액모드에서 부분 기여도 값이 큰 것을 볼 수 있다. 이것은 그림 5 의 $\mathbf{H}_{\bar{g}_{-1} p_0}$ 에서 공액모드($1\bar{\mathbf{F}}$, $1\bar{\mathbf{B}}$)가 잡음의 영향이 적은 것에 대한 설명이 가능하다.

그림 9 는 입력 잡음이 존재할 경우의 정규 불규칙 오차를 보여준다. $\mathbf{H}_{g_0 p_0}$ 는 모든 주파수 영역에서 입력 잡음의 존재 여부와 상관없이 작은 값을 갖는다. $\mathbf{H}_{\bar{g}_0 p_0}$ 의 경우는 피크 주위에서 정규 불규칙 오차가 작은 것을 볼 수 있다. $\mathbf{H}_{\bar{g}_{-1} p_0}$ 의 경우, 기여도 함수에서 예상했듯이 공액 모드에서 오차가 적은 것을 볼 수 있다.

입력 잡음이 존재할 때, 부분 기여도 함수와 정규 불규칙 오차는 입력의 개수가 6 인 경우와 8 개인 경우에 차이가 거의 없는 것을 볼 수 있다.

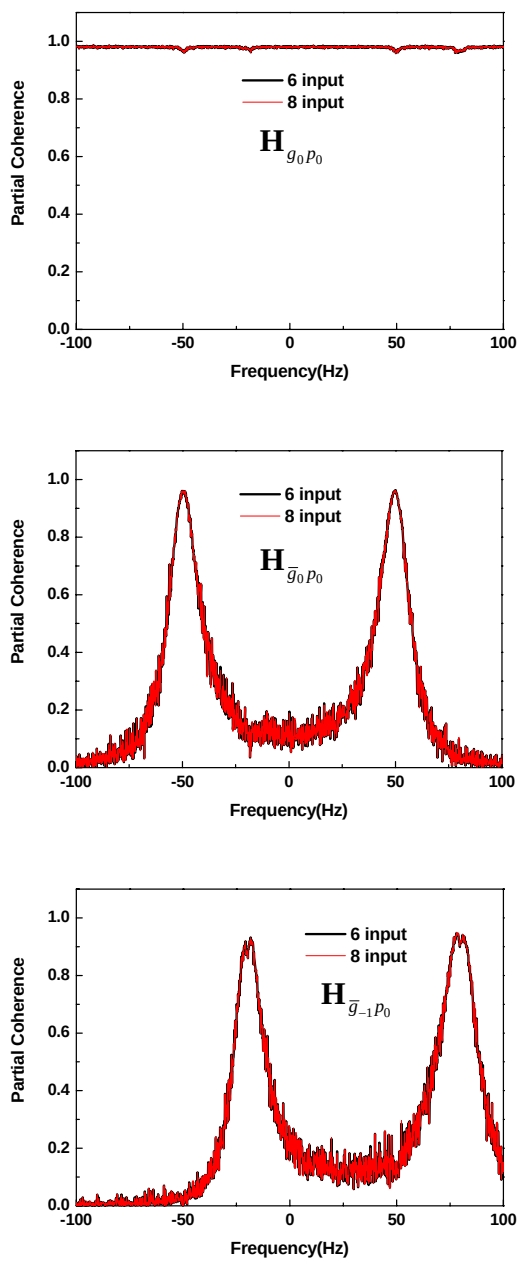


그림 8. 입력 잡음이 존재하는 경우의 방향성 주파수 응답 함수의 부분 기여도 함수

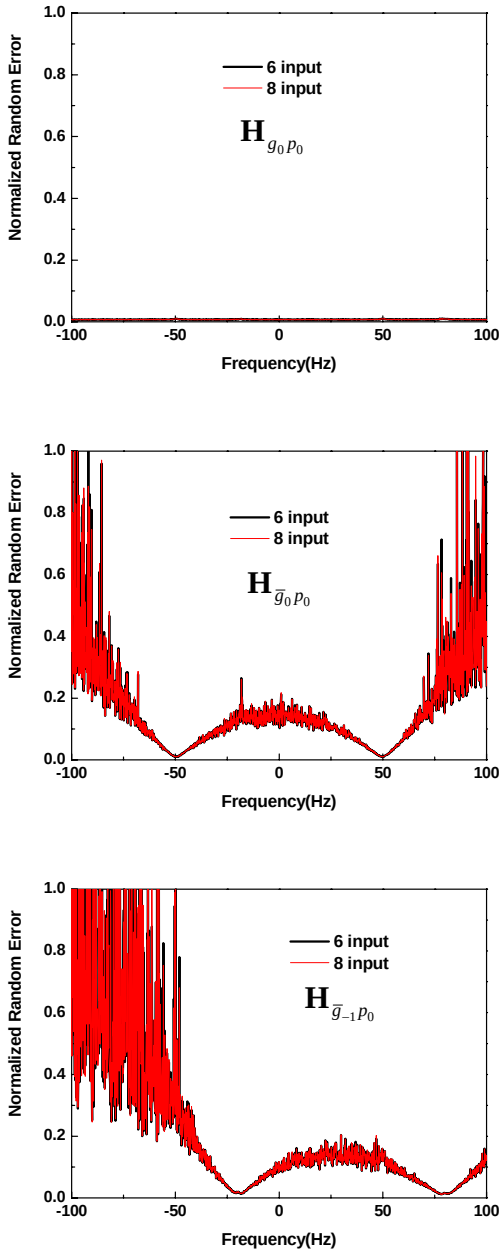


그림 9. 입력 잡음이 존재하는 경우의 방향성 주파수 응답 함수의 정규 불규칙 오차

6. 결 론

본 연구에서는, 비등방성과 비대칭성이 공존하는 일반회전체의 방향성 주파수 응답 함수에서 입력 잡음의 영향에 대해 알아봤다. 이를 확인하기 위해 방향성 주파수 응답함수들의 정규 불규칙 오차도 계산했다. 방향성 주파수 응답 함수에서 $\mathbf{H}_{g_0 p_0}$ 와 $\mathbf{H}_{\bar{g}_0 p_0}$ 의 경우, 입력 잡음의 크기가 피크에서의 크기보다 상대적으로 작기 때문에 잡음의 영향이 나타나지 않지만 $\mathbf{H}_{\bar{g}_{-1} p_0}$ 는 다른 방향성 주파수 응답 함수들보다 1F 와 1B 모드에서 크기가 상대적으로 작아서 입력 잡음의 영향이 크게 나타나는 것을 볼 수 있었다. 하지만 공액모드 ($1\bar{\mathbf{F}}$, $1\bar{\mathbf{B}}$)에서는 입력 잡음의 영향이 작은 것을 볼 수 있었다.

참 고 문 헌

(1) Lee, C.W., 1993, *Vibration analysis of rotors*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

(2) Joh, C.Y. and Lee, C.W., 1996, "Use of dFRFs for diagnosis of asymmetrical/anisotropic properties in rotor-bearing system.", *Transactions of the ASME Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 118, pp.64-69

(3) Lee, C.W. and Lee, S.K, 1997, "An efficient Complex Modal Testing Theory for Asymmetric Rotor Systems: Use of Unidirectional Excitation Method.", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 206, pp. 327-328

(4) Lee, C.W. and Joh, Y.D., 1993, "Theory of Excitation Methods and Estimation of Frequency Response Functions in Complex Modal Testing of Rotating Machinery.", *Mechanical systems and Signal Processing*, Vol. 7,No. 1, pp. 57-74

(5) 서정환, 홍성욱, 이종원, 2003, "변조좌표계를 활용한 회전체 모드해석 : 비대칭성 및 비등방성이 공존하는 회전체", 춘계학술발표회 논문집, 한국소음진동공학회

(6) Lee, C.W. and Kang, S.W., 2004, "A Scenario Test for Detection of Breathing Crack in Rotors.", IMechE

(7) 서윤호, 강성우, 서정환, 이종원, 2004, "비등방성과 비대칭성이 공존하는 회전체에서의 방향성 주파수 응답 함수 추정," 춘계학술발표회 논문집, 한국소음진동공학회

(8) Bendat J. S. and Piersol A. G., 2000 , *Random Data Analysis and Measurement Procedures 3rd edition*, Wiley Inter-Science.