

철근콘크리트 실험체의 시스템 식별과 유한요소모델수정

Finite Element Model Updating and System Identification of Reinforced Concrete Specimen

김 학 진* · 유 은 중† · 김 호 근** · 이 상 현* · 조 승 호* · 정 란*
Hack-Jin Kim, Eun-Jong Yu, Ho-Geun Kim, Sang-Hyun Lee, Seung-Ho Cho and Lan Chung

Key Words : Finite Element Model Updating(유한요소모델수정), Transfer Functions(전달함수), Natural Frequency(고유진동수), Mode Shape(모드형상), Shaking Table Test(진동대 실험)

ABSTRACT

This paper focused on the application of finite element model updating technique to evaluate the structural properties of the reinforced concrete specimen using the data collected from shaking table tests. The specimen was subjected to six El Centro(NS, 1942) ground motion histories with different Peak Ground Acceleration(PGA) ranging from 0.06g to 0.50g. For model updating, flexural stiffness values of structural members(walls and slabs) were chosen as the updating parameters so that the converged results have direct physical interpretations. Initial values for finite element model were determined from the member dimensions and material properties. Frequency response functions(i.e. transfer functions), natural frequencies and mode shapes were obtained using the acceleration measurement at each floor and given ground acceleration history. The weighting factors were used to account for the relative confidence in different types of inputs for updating(i.e. transfer function and natural frequencies). The constraints based on upper/lower bound of parameters and sensitivity-based constraints were implemented to the updating procedure in this study using standard bounded variable least-squares(BVLS) method. The veracity of the updated finite element model was investigated by comparing the predicted and measured responses. The results indicated that the updated model replicates the dynamic behavior of the specimens reasonably well. At each stage of shaking, severity of damage that results from cracking of the reinforced concrete member was quantified from the updated parameters(i.e. flexural stiffness values).

1. 서 론

1.1 연구의 배경과 목적

건축구조물의 고층화와 경량화에 따른 낮은 감쇠성능으로 인하여 지진 및 풍하중 등의 동적인 하중에 대해 취약해지는 문제점이 대두되고 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 수동(passive), 능동(active), 준능동(semi-active), 혼용(hybrid) 등의 장치장치를 이용한 진동제어기법들이 연구되어 개발되고 있다. 이 가운데 능동제어법을 사용하여 구조물의 진동을 제어하고자 하는 경우에는 구조물의 수학적

적 모델에 근거하여 제어력을 산정하게 되므로, 이 모델의 정확도가 낮을 경우에는 안정성(stability)에 문제가 생기게 된다. 따라서 구조물의 동적 거동을 정확히 모사할 수 있는 수학적 모델을 구성하는 것은 구조물의 적절한 제어시스템을 구축하기 위한 중요하며, 또한 이를 통해 구조물의 강성 및 질량과 같은 시스템의 변화나 손상 등의 구조적 변화를 평가할 수 있다. 하지만 실제 구조물은 시공오차, 재료 물성치의 불확실성과 노후화로 인한 구조적인 손상 등에 의해 초기 해석모델이 실제와 다를 수밖에 없다. 따라서 정확한 해석모델을 작성하기 위해서는 초기 해석모델을 개선(updating)하여 측정치와의 오차를 최소화시키는 해석모델을 구하는 기법인 유한요소모델개선이 필요하다.

지금까지 유한요소모델개선을 위해 제안된 알고리즘들은 크게 두가지로 분류될 수 있다. 하나는 직접법(Direct Method)으로서 Bar-Itzhack(1978)⁽¹⁾, Berman과 Nagy(1983)⁽²⁾ 등에 의해 제안된 방법이다. 주로 측정치로부터

† 교신저자; 정희원, 한양대학교 건축공학과
E-mail : eunjongyu@hanyang.ac.kr
Tel : (02) 2220-4311, Fax : (02) 2220-0312

* 단국대학교 건축공학과

** 한양대학교 건축공학부

구한 모드정보를 사용하여 강성행렬과 질량행렬을 구하는 방법으로서 반복계산이 요구되지 않는다. 하지만 강성행렬과 질량행렬의 계수만이 변화되므로 개선된 모델의 평가가 어려운 단점이 있다. 이러한 문제점들을 개선하기 위한 방법이 Mottershead와 Friswell(1993)^(3,4), Farhat와 Hemez(1993)⁽⁵⁾ 등에 의해 제안된 반복법(Iterative Method)이다. 민감도에 근거한 부재 단위 모델수정방법으로 변수로는 주로 물리적인 매개변수를 사용하거나 강성과 질량의 요소행렬을 사용한다. 이 방법은 수정된 질량행렬과 강성행렬의 평가가 용이하고 모델수정이 부재단위로 이루어지게 되므로 손상정도 및 부위 추정에도 사용될 수 있다. 따라서 본 논문에서는 수정된 모델의 정확성을 높이기 위해 제한조건을 두어 반복적으로 수행하였다.

본 연구는 철근콘크리트조 구조물의 진동대 실험을 통해 얻어진 측정자료로부터 시스템 식별을 통해 4차 모드까지의 고유진동수와 모드형상을 추출하였다. 그 결과를 가지고 유한요소모델수정기법을 사용하여 최적의 해석모델을 구하였다. 얻어진 해석모델을 사용하여 예측된 응답과 측정치를 비교하여 유한요소해석모델의 정확성을 평가하였다. 또한 모델수정을 통해 얻어진 각 부재의 휨강성 분포를 통해 부재의 균열발생시기와 위치, 그리고 균열로 인한 부재의 손상정도를 추정하였다.

2. 실험체 제작 및 실험수행

본 실험에 사용된 실험체는 철근콘크리트 구조물이다. 실험체에 사용된 D2철근은 자체 제작한 철근 이형기를 이용하여 생산한 다음, 열처리를 통해 Fig. 1과 같이 일반적으로 사용되는 철근과 유사한 강도 및 연성을 확보하였다. 또한 콘크리트의 경우에도 골재의 최대크기를 축소시킨 Table 1과 같은 조립물로 마이크로 콘크리트를 사용하였다.

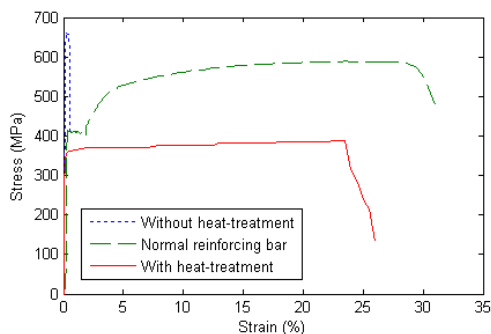


Fig. 1 Stress-strain curve of deformed bar

Table 1 Fineness of coarse aggregate

Sieve (mm)	Remand ratio (%)
6	25
4	65
2	95
1	98
0.5	100

제작된 콘크리트와 이형철근의 물성은 Table 2와 같다. 3개의 시편으로 실험을 실시하였고, 평균값을 가지고 유한요소모델수정기법에 사용될 탄성계수를 식 1과 같이 구하였다. 실험체를 타설 후에는 상사법칙에 맞게 각 층의 벽과 바닥판에 납괴를 부착하여 질량을 보정을 하였다. 실험체의 형상은 Fig. 2과 같다.

Table 2 Properties of Concrete and Reinforcing bars

	Concrete	Reinforce bar	
	f_{ck} (MPa)	f_y (MPa)	Extention ratio (%)
1	25.61	372.86	21
2	27.45	373.47	19
3	26.94	359.59	17
Average	26.67	368.64	19

$$E_c = 0.043w_c \sqrt{1.5off'c} = 24768 \text{ MPa} \quad (1)$$



Fig. 2 Set-up

진동대는 경기도 용인에 위치한 현대기술연구소에 설치된 것으로 진동하중에 의한 구조물의 성능 및 구조적 안정성을 측정할 수 있는 실험 장비이다. 실험에 사용된 진동대의 제원은 Table 3과 같다. 수평방향의 유압 가력기에 의해서 1축 방향으로 가진되며 입력최대가속도는 1.0g, 입력가능한

주파수 대역은 30 Hz이다. 데이터는 32채널로 이루어진 데이터 취득시스템을 이용하여 취득하였고, 이 데이터는 앰프와 Multiplexer를 거쳐서 아날로그 디지털변환기(A/D Board)를 통해서 컴퓨터로 입력되어 저장되었다.

Table 3 Shaking table

Item	Properties
Size	5 m × 3 m
Maximum mass weight	30 ton
Weight of shaking table	10 ton
Control mode	Uniaxial Horizontally
Maximum input displacement	± 100 mm
Maximum input velocity	500 mm/s
Maximum input acceleration	1.0 g
Frequency band	30 Hz

각층에 발생하는 가속도와 변위를 측정하기 위해 실험체에 5개의 가속도와 변위계를 설치하였고, 진동대에도 가속도계와 변위계를 설치하여 입력데이터를 확인하였다. 가속도계는 최대측정가속도가 3.0g인 기기를 사용하였고, 변위계는 변위가 상대적으로 작을 것을 예상되는 1, 2층에는 최대변위가 ±50mm인 변위계를, 변위가 클 것으로 예상되는 3, 4, 5층엔 최대변위가 ±100mm인 변위계를 사용하였다. 설치 형상은 Fig. 3와 같다.

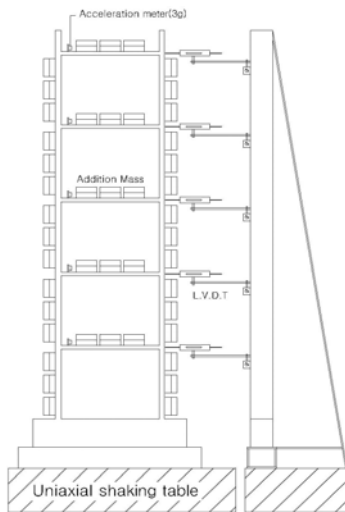


Fig. 3 Position of sensors in the specimen

전체실험은 실험체에 자유진동, 백색잡음신호가진, 그리고 지진동 가진실험으로 이루어져있다. 지진동 실험에서는 PGA(Peak Ground Acceleration)가 0.06g, 0.12g,

0.20g, 0.30g, 0.40g, 0.50g가 되도록 조절한 El Centro(NS성분, 1942) 지진동을 사용하였다. 실험순서는 자유진동, 백색잡음신호 가진 후, El Centro 지진동의 PGA를 증가해가며 실험을 실시하였다. 실험체에는 El Centro 지진동의 PGA 0.20g로 가진 후 2층 슬래브의 한쪽에 초기 균열이 발생하였고, 0.30g로 가진 후에 3층 슬래브의 한쪽과 2층 슬래브의 나머지 한쪽, 그리고 1층 슬래브의 양쪽 두 곳에서 균열이 발생하였다. 마지막 실험인 0.50g 이후에는 실험체의 1층 양쪽벽 하단에서 모두 균열이 발생하였다.

3. 실험체의 동적특성분석

자유진동, 백색잡음신호와 지진동으로 가진하여 얻은 각층의 가속도데이터로부터 구조물식별기법을 이용하여 구조물의 동적특성을 추정하였다. 본 연구에 사용된 구조물식별기법은 시간영역 구조물 식별(SI;System Identification)기법의 일종인 N4SID(State Space Subspace System Identification)이다. N4SID는 입력데이터로부터 최적의 상태방정식으로 추출하기 때문에 구조물의 모드정보는 이 상태방정식으로부터 구하였다. 이때 노이즈에 의해 발생하는 유사모드(spurious mode)를 구별하기 위해 상태방정식 차수를 변화시키면서 구조물 식별을 수행하고 안정적인 모드(Stable mode)를 추출하였다.

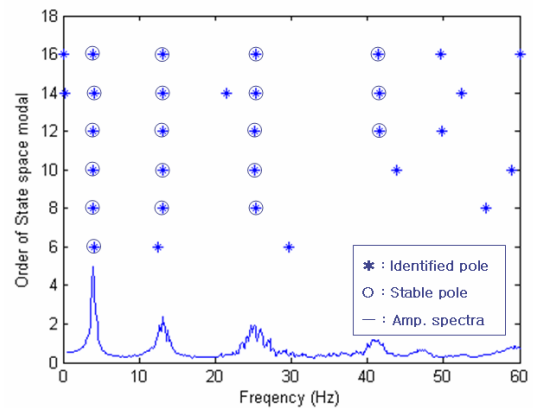


Fig. 4 Stability plot

Fig. 4은 그 예로서 상태방정식의 차수를 6에서 16까지 변화시킬 때, 차수가 다른 이전 모델과 (1)고유진동수의 차이가 1.5%이내, (2)감쇠비의 차이가 5% 이내, (3)모드형상의 유사성을 나타내는 MAC(Modal Assurance Criterion)이 98% 이상인 것으로 세가지 조건을 만족시킬 경우 그 모드를 안정된 모드로 선정한 것이다. 여기서 MAC은 두 모드형상의 유사성을 수치화한 것으로 식 2과 같이 구한다.

$$MAC(\Phi_A, \Phi_B) = \frac{\Phi_A^T \cdot \Phi_B}{(\Phi_A^T \cdot \Phi_A)(\Phi_B^T \cdot \Phi_B)} \quad (2)$$

이러한 과정을 통해 구한 각 가진단계별 고유진동수는 Table 4와 같다. 자유진동의 경우에는 푸리에스펙트럼(Fourier Spectrum)을 통해 구한 1차 모드를 나타내었으며, 나머지 가진실험의 경우에는 위와 같은 과정을 통하여 4차 모드까지 고유진동수를 얻을 수 있었다. PGA 크기별 고유진동수의 비교결과 PGA 0.20g에서 2층 슬래브의 한쪽에 초기균열이 발생으로 인한 1차 모드의 고유진동수가 급격히 감소됨을 확인할 수 있다. 그리고 지진동으로 가진하였을 경우의 PGA 크기별 모드형상을 Fig. 5와 같이 비교하였다. 모드형상을 보면 초기균열로 인하여 0.30g에서 2층의 변위가 급격하게 변화가 됨을 확인할 수 있었다.

Table 4 Natural Frequency (Hz)

		1st	2nd	3rd	4th
Free Vibration		4.37	-	-	-
	Whitenoise	4.35	13.62	26.24	43.23
EI Centro	0.06g	4.01	13.08	25.15	41.60
	0.12g	3.78	12.65	24.85	40.80
	0.20g	3.00	11.06	22.42	39.73
	0.30g	1.90	8.49	19.64	34.67
	0.40g	1.59	8.16	18.55	33.40
	0.50g	1.24	7.57	17.49	32.32

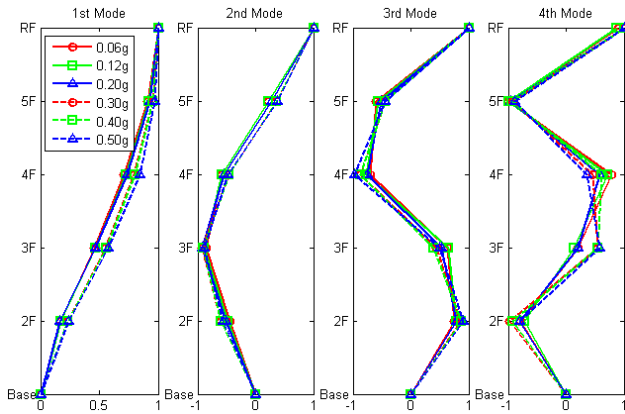


Fig 5. Mode shape

4. 유한요소모델수정

4.1 모델수정기법

본 연구에 사용한 유한요소모델수정기법에서는 각 층의 벽과 슬래브와 같은 실제 부재의 휨강성을 모델수정의 변수 ($\underline{p}=[p_1, p_2, \dots, p_k]^T$)로 선택하였다. 각 변수의 초기치, 초기

휨강성은 부재의 전체단면을 사용한 단면2차모멘트와 재료 실험을 통해 얻은 탄성계수(식 1)를 사용하였다. 초기 모델의 고유진동수 Table 5에 나타내었다. 수정과정에서 총 10개의 변수가 사용되었으며, 모든 변수의 초기치는 1.0, 상한치는 1.5, 하한치는 0.05로 가정하였다.

$$\sum_{i=1}^k B_i(\underline{p}_0, w) \widetilde{H}(w) \Delta p_i = \underline{L} - B(\underline{p}, w) \widetilde{H}(w) \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^k \underline{\Omega}_i(\underline{p}_0) \Delta p_i = \widetilde{\underline{\Omega}} - \underline{\Omega}(\underline{p}) \quad (4)$$

실험을 통해 나온 각층의 가속도 값을 사용하여 전달함수와 고유진동수를 구하고, 식 3에서와 같이 실험을 통해 구한 전달함수 $\widetilde{H}(w)$ 와 유한요소모델에서 구한 동적강성계수 ($B(w) = -\omega^2 M + \omega C + K$)의 전달함수와 의 곱과 하중영향벡터 \underline{L} 의 차, 또한 식 4에서와 같이 실험치와 유한요소모델에서 구한 고유진동수 (각각 $\widetilde{\underline{\Omega}}$ 와 $\underline{\Omega}(\underline{p})$)와 차이가 최소화되도록 하는 변수 \underline{p} 를 반복계산을 통하여 구하였다(식 5).

$$\underline{\exists} = |L - B(\underline{p}, w) \widetilde{H}(w)| + |\widetilde{\underline{\Omega}} - \underline{\Omega}(\underline{p})| \quad (5)$$

이 때, 식 6에서와 같이 진동수에 더 큰 가중치를 주기 위해 가중치행렬을 사용하였으며, 식 7, 8에서와 같이 각 변수의 상한치, 하한치 및 각 변수의 민감도의 유사성에 근거한 구속조건을 가진 BVLS(bounded variable least-squares)방법을 이용하였다.

$$W \cdot S \cdot \Delta \underline{p} = W \cdot \underline{d} \quad (6)$$

$$\underline{p}_l \leq \underline{p}_0 + \Delta \underline{p} \leq \underline{p}_u \quad (7)$$

$$|p_i - p_j| < 1 - \text{cor}(S_i, S_j) \quad (\text{if } \text{cor}(S_i, S_j) > c_{\text{lim}}) \quad (8)$$

여기서, W 는 가중치행렬, S 는 민감도행렬, $\Delta \underline{p}$ 는 각 반복계산에서 구한 변수값의 증분벡터, \underline{d} 는 residual vector이다. \underline{p}_l , \underline{p}_u 는 각 변수값의 하한치, 상한치를 가진 벡터이며 \underline{p}_0 는 각 반복계산시 초기값, S_i 와 S_j 는 i 번째와 j 번째 변수인 p_i 와 p_j 에 해당하는 민감도 벡터를 나타내며 $\text{cor}()$ 는 상관계수(coefficient of correlation)을 나타낸다. 따라서 식 5는 두 민감도벡터사이의 상관계수가 어떤 정해진 값 c_{lim} 보다 클 경우 두 변수의 값의 차이를 $1 - \text{cor}(S_i, S_j)$

이내로 제한하는 구속조건이다.

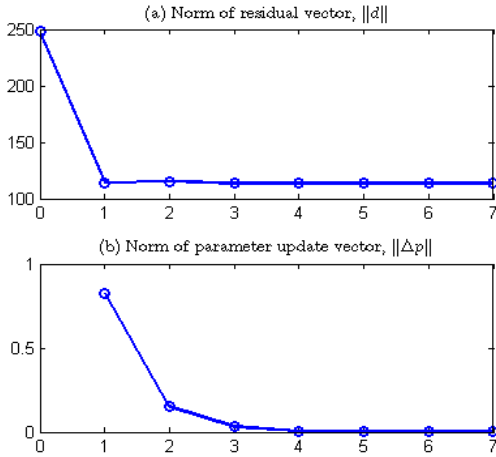


Fig. 5 Convergence plot(0.02g)

Fig. 5는 반복계산시 residual vector d 와 증분벡터 Δd 의 노름(norm)을 나타낸 그래프이다. 증분벡터의 노름이 정해진 값보다 작아지면 수렴한 것으로 판단하여 반복 계산을 종료하였다.

4.2 모델수정의 결과

Table 5는 수정된 해석모델로부터 얻은 고유진동수와 실험치의 고유진동수를 비교한 결과이다. 가진의 크기가 작은 0.06g의 경우에는 1차모드에서 4차모드까지 오차율이 0~2%로 나타나 실험치와 거의 유사하게 나타내어 모델수정을 통한 실험체의 거동을 완벽히 모사할 수 있었다. 하지만 가진 크기가 증가됨에 따라 오차율이 점차 증가하여 0.5g 경우에는 8~23%를 나타냈다.

Table 5 Natural frequency through model updating(Hz)

		1st	2nd	3rd	4th
EI Centro	0.06g	4.00(0)	13.02(0)	25.59(2)	40.89(-2)
	0.12g	3.78(0)	12.68(0)	24.99(1)	40.13(-2)
	0.20g	3.13(4)	11.17(1)	22.14(-1)	36.00(-7)
	0.30g	2.03(6)	8.79(4)	17.80(-9)	29.38(-15)
	0.40g	1.82(14)	8.04(-1)	16.10(-13)	26.45(-21)
	0.50g	1.45(17)	6.98(-8)	14.90(-15)	24.78(-23)
Initial Model		3.63	11.92	22.76	35.89

() : Error ratio between predicted and measured responses(%)

휨강성 모델수정을 통해 얻어진 각 부재의 휨강성 값을 통해 각 가진단계별 균열발생 및 균열로 인한 손상의 정도를 추정하였다. Table 6에서 각 가진단계에서 얻어진 부재의 휨강성값을 정리하였으며 Fig. 6은 이를 나타낸 그래프

이다. 표에 진한글씨는 실험결과를 통해 균열이 발생한 부재의 위치 및 균열시기를 나타낸 것이다. 균열이 발생할 때 휨강성의 감소가 크게 일어남을 볼 수 있으며 그 위치(2층, 3층, 4층 슬래브, 1층 벽) 또한 실험결과와 일치하였다. 전체적으로 벽부재보다는 슬래브에서 강성의 저하가 심하게 나타났다.

Table 6 Updated parameters(i.e. flexural stiffness values)

		0.06g	0.12g	0.20g	0.30g	0.40g	0.50g	Ratio (0.06g→ 0.50g)
Wall	1F	1.40	1.29	0.95	0.57	0.47	0.37	27%
	2F	1.20	1.21	1.11	0.74	0.63	0.53	45%
	3F	1.22	1.28	1.05	0.75	0.57	0.57	47%
	4F	1.31	1.30	1.08	0.80	0.64	0.59	45%
	5F	1.35	1.33	1.09	0.84	0.70	0.67	50%
Slab	2F	1.08	0.98	0.64	0.19	0.16	0.05	5%
	3F	1.30	1.00	0.55	0.11	0.07	0.05	4%
	4F	1.18	1.06	0.72	0.28	0.23	0.08	7%
	5F	1.00	0.94	0.74	0.54	0.51	0.35	34%
	RF	1.25	1.19	1.00	0.82	0.64	0.62	49%

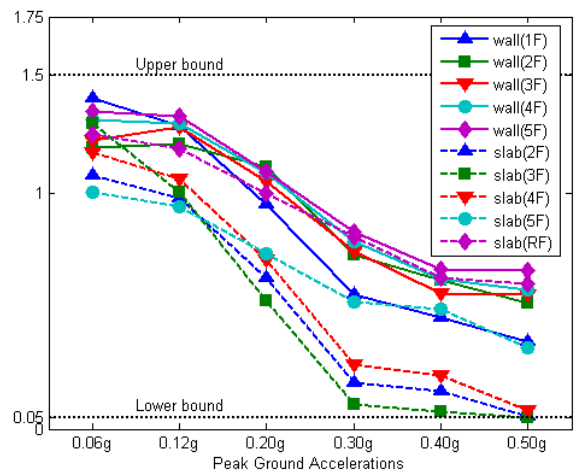


Fig. 6 Updated parameters according to PGA

5. 결론

본 연구에서는 진동대 실험을 통하여 수집된 실험데이터를 이용하여 시스템 식별 후, 결과를 바탕으로 유한요소모델수정을 하여 예측된 응답과 계측치를 비교하고 실험체의 강성분포를 평가하였다. 결과는 다음과 같다.

실험을 통해 얻은 데이터로부터 시스템식별을 하여 4차 모드까지의 고유진동수와 모드형상을 추출하였다. 그 결과 PGA 0.20g에서 2층 슬래브의 한쪽에서 초기 균열로 인한 강성 감소로 1차 고유진동수의 급격한 감소와 PGA 0.30g에서 2층의 변위가 급격하게 변화됨을 확인하였다.

시스템 식별한 결과를 가지고 유한요소모델수정기법을 사용하여 각 가진단계의 해석모델을 구하였다. 해석모델과 실험에서 얻은 고유진동수와 비교했을 때, 가진크기가 작은 0.06g에서는 오차율이 0~2%사이를 나타내어 거의 유사하게 실험체의 거동을 모사하였고, 가진크기가 증가됨에 따라 오차율이 증가되어 0.5g에서는 8~23%를 나타내었다. 또한 모델수정을 통해 얻은 각 부재의 휨강성값을 볼때 전체적으로 가진력이 커질수록 벽부재보다는 슬래브 부재에서 휨강성보다는 감소가 크게 나타났으며, 강성값의 분포로부터 파악한 균열의 위치와 발생시기는 실제 실험결과와 일치하였다.

후 기

이 논문은 2007년도 한국과학재단 특정기초 연구사업(과제번호 : R01-2007-000-10872-0)과 건설교통부 연구개발사업(과제번호 : 06 건설핵심 B03)의 연구비 지원에 의해 수행되었습니다.

참 고 문 헌

- (1) Baruch, M. and T. Bar-Itzhack, 1978, "Optimization weighted orthogonalisation of measured modes", AIAA Journal, Vol.16, No.4, pp. 346~351
- (2) Berman, A. and Nagy, E. J., 1983, "Improvement of a large analytical modal using test data", AIAA Journal, Vol.21, No.8, pp. 1168~1173
- (3) Mottershead J. E. and Friswell M. I., 1993, "Model updating in structureal dynamics : A survey", Journal of Sound and Vibration, Vol.167, No.2, pp. 347~375
- (4) Friswell M. I. and Mottershead J. E., 1995, "Finite Element Model Updating in Structural Dynamics", Dordrecht:Kluwer
- (5) Farhat, C. and Hemez, F. M., 1993, "Updating Finite Element Dynamic Models Using an Element-by-Element Sensitivity Methodology", AIAA Journal, Vol.31, No.9, pp. 1702~1711
- (6) 유은중, 김호근, "구속조건을 가진 최적화기법을 이용한 골조구조물의 유한요소모델 개선기법", 한국소음진동공학회 2007년 추계학술대회논문집