

# 스마트 Hull 구조물의 모달 해석 및 진동 제어

## Modal Analysis and Vibration Control of Smart Hull Structure

손정우\*\*·최승복†  
Jung Woo Sohn and Seung-Bok Choi

**Key Words** : Hull Structure(Hull 구조물), Analytical Model(해석적 모델), Vibration Control(진동제어), Modal Characteristics(동적 특성), MFC Actuator(MFC 작동기)

### ABSTRACT

Dynamic characteristics of smart hull structure are investigated and active vibration control performance is evaluated. Dynamic model of smart hull structure with surface bonded Macro-fiber Composite (MFC) actuators is established by analytical method. Equations of motion of the host hull structure are derived based on Donnell-Mushtari equilibrium equations for a thin cylindrical shell. A general model for the interaction between hull structure and MFC actuator is included in the dynamic model. Modal analysis is then conducted and mode shapes and corresponding natural frequencies are investigated. After constructing of the optimal control algorithm, active vibration control performance of the proposed system is evaluated. It has been shown that structural vibration can be reduced effectively with proper control input.

## 1. 서론

스스로 형태를 변화시킬 수 있고, 자신의 상태를 감시하고, 외부환경 변화에 능동적으로 반응할 수 있는 특성을 가지는 구조물을 지능 구조물이라 한다.<sup>(1)</sup> 이러한 지능 구조물의 작동기 및 감지기로 사용되는 지능재료 중 압전재료는 작동기와 감지기로 모두 사용될 수 있고, 단위 면적당 발생력이 우수하여 제품을 작게 만들어야 하는 항공, 우주, 군사 분야에서 폭넓게 응용되고 있으며, 높은 정밀도와 빠른 반응속도를 바탕으로 초정밀 위치 제어, 구조물의 진동 제어 등의 여러 분야에서 많은 연구가 진행되고 있다.<sup>(2)</sup> 압전세라믹의 깨어지기 쉽고, 곡면 형상의 구조물에는 사용이 제한되는 단점을 극복하기 위해 복합재 형태의 유연한 압전작동기의 개발에 대한 연구가 활발히 진행되었다. 이에 최근에는 NASA Langley 연구소에서 MFC(Macro Fiber Composite) 작동기를 개발하였고, 이를 상용화 하였다.<sup>(3)</sup> MFC 작동기는 압전 세라믹 파이버를 기초로 하여 유연하고, 곡면 형상의 구조물에 응용이 용이한 장점이 있으며,  $d_{33}$  압전 상수를 사용하여 큰 작동 효율을 낼 수 있고, 이방성 구동이 가능하다. 압전재료를 이용한 작동기는 기본적으로 작동 변형률에 의해 구동되며, Crawley와 de Luis 등은 지능형 보 구조물에 대한 모델링 방법의 연구로 이 분야에 선구적인 업적을 남겼다.<sup>(4)</sup> 그 후로 이러한 작동 방법을 이용한 지능 구조물에 대한 연구가 국내외에서 활발하

게 이루어져 왔으나, 빔 또는 평판 형태의 단순한 구조물에 대한 연구가 주를 이루고 있다.<sup>(5-8)</sup> 최근에는 실린더형 셸 구조물 등의 복잡한 구조물에 압전 재료를 감지기와 작동기로 적용하는 연구도 활발하게 진행되고 있다.<sup>(9-11)</sup> 실린더형 셸 구조물의 운동방정식의 유도는 Arnold와 Warburton의 연구로부터 시작되었으며, Leissa는 다양한 경우에 대하여 여러 가지 이론을 적용하여 운동방정식을 유도하였다.<sup>(12,13)</sup> Hull 구조물 또는 실린더형 셸 구조물에 압전작동기를 사용하여 진동 및 소음을 제어하기 위한 연구도 많은 연구자들에 의해 수행되었다. Clark과 Fuller 는 압전작동기와 마이크, PVDF 센서 등을 이용하고, Filtered-X LMS 제어기법을 적용하여 음향 제어를 수행하였다.<sup>(14)</sup> 손정우 등은 MFC작동기가 부착된 hull 구조물을 유한요소 모델을 통하여 동적 특성을 파악하고 진동 제어를 수행하였으며, 광문규 등은 MFC 작동기가 부착된 hull 구조물의 운동방정식을 Rayleigh-Ritz 방법을 통하여 유도하고, PPF 제어기법을 적용하여 구조물의 진동제어가 성공적으로 이루어짐을 확인하였다.<sup>(10,11)</sup>

본 연구에서는 MFC 작동기가 부착된 hull 구조물의 운동방정식을 유도하고, 동적 특성을 고찰하였으며, 능동 제어기를 설계하여 구조물의 진동 제어 성능을 고찰하였다. Donnell-Mushtari 셸 이론을 적용하여 hull 구조물의 운동방정식을 유도하였고, hull 구조물에 작용하는 MFC 작동기의 압전 효과를 모델링 하여 진동 제어를 위한 동적 모델을 구성하였다. 구축된 동적 모델의 모드 해석을 통하여 모드 형상과 고유 진동수를 파악하였다. 최적 제어 알고리즘을 적용하여 능동 제어기를 설계하였으며, 구조물의 진동을 효과적으로 제어할 수 있음을 확인하였다.

† 인하대학교 기계공학과

E-mail : seungbok@inha.ac.kr

Tel : (032) 860-7319, Fax : (032) 868-1716

\* 인하대학교 기계공학과

## 2. 시스템 모델링

MFC 작동기가 표면에 부착된 스마트 hull 구조물을 Fig. 1 에 나타내었다. 양 끝이 닫혀 있는 hull 구조물과 MFC 작동기는 완벽한 결합을 가지는 것으로 가정하였다. MFC 작동기와 알루미늄 hull 구조물의 물성치는 Table 1 에 나타내었다. 먼저 MFC 작동기가 부착되지 않은 hull 구조물의 운동방정식을 유도하기 위하여 비교적 간단하게 표현할 수 있는 Donnell-Mushtari 의 쉘 이론을 적용하였다. 구조물은 등방성이며 균질하고, 발생하는 변위는 매우 작고, 두께는 일정한 것으로 가정하였으며, 전단변형은 무시하였다. 또한 얇은 쉘 이론의 단순화를 위하여 다음과 같은 가정을 도입하였다.

- (1) 쉘의 두께는 매우 얇다.
- (2) 처짐과 변형은 매우 작다.
- (3) 두께 방향의 응력은 무시할 수 있다.
- (4) 중앙면에 대한 법선은 변형 후에도 법선이며, 그 길이는 변하지 않는다.

Hull 구조물의 좌표를 Fig. 2 에 나타내었고, 구조물에 발생하는 응력의 방향을 Fig. 3 에 나타내었다. 중립면에서의 거리는  $z$  로 나타내었다. Fig. 2 에 표시한 바와 같이 본 논문에서는 길이  $L$ , 두께  $h$ , 반지름  $R$  의 구조물을 고려하였으며, 길이 방향, 두께방향, 원주방향의 좌표축을 각각  $x$ ,  $r$ ,  $\theta$  로 나타내었다.  $u$ ,  $v$ ,  $w$  는 각각  $x$ ,  $\theta$ ,  $z$  방향의 중립면에서의 변위를 나타낸다. 변형률과 변위의 관계를 나타내면 다음과 같다.

Table 1. Material properties of the MFC and Aluminum  
[poling direction : 3, ( ) calculated values]

MFC			
$C_{11}^E$	(1.95e10 N/m <sup>2</sup> )	$C_{33}^E$	(4.13e10 N/m <sup>2</sup> )
$C_{44}^E$	(0.55e10 N/m <sup>2</sup> )	$C_{66}^E$	(0.60e10 N/m <sup>2</sup> )
$\varepsilon_{11}^S/\varepsilon_0$	916 C/m <sup>2</sup>	$\varepsilon_{33}^S/\varepsilon_0$	830 C/m <sup>2</sup>
$d_{31}$	-2100e-10 C/N	$d_{33}$	4600e-10 C/N
$\rho$	7750 kg/m <sup>3</sup>		
Aluminum			
$E$	6.8e10 N/m <sup>2</sup>	$\rho$	2698 kg/m <sup>3</sup>
$\nu$	0.32		

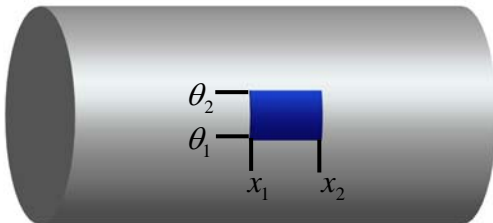


Fig. 1 Schematic of smart hull structure

$$e_x = (\varepsilon_x + z\kappa_x)$$

$$e_\theta = \frac{1}{1+z/R}(\varepsilon_\theta + z\kappa_\theta) = (\varepsilon_\theta + z\kappa_\theta) \quad (1)$$

$$\gamma_{x\theta} = \frac{1}{1+z/R} \left[ \varepsilon_{x\theta} + z \left( 1 + \frac{z}{2R} \right) \tau \right] = (\varepsilon_{x\theta} + z\tau)$$

여기서,  $e_x$ ,  $e_\theta$  는 인장변형률,  $\gamma_{x\theta}$  는 전단변형률이다. 또한  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_\theta$ ,  $\varepsilon_{x\theta}$  는 중립면의 인장 및 전단변형률이고,  $\kappa_x$ ,  $\kappa_\theta$ ,  $\tau$  는 중립면의 곡률변화량과 비틀림을 나타낸다. Donnell-Mushtari 모델에서는  $z/R$  를 무시할 수 있으며, 중립면에서의 변형률과 곡률변화량은 다음과 같이 길이 방향, 원주 방향, 두께 방향의 변위로 나타낼 수 있다.

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \varepsilon_\theta = \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{w}{R}, \varepsilon_{x\theta} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \theta}$$

$$\kappa_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \kappa_\theta = -\frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2}, \tau = -\frac{2}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} \quad (2)$$

쉘 이론의 네 번째 가정에 의해  $\sigma_z$  는 무시할 수 있고,  $e_z = \gamma_{xz} = \gamma_{\theta z} = 0$ ,  $\sigma_{xz} = \sigma_{\theta z} = 0$  이므로, 응력과 변형률의 관계는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (e_x + \nu e_\theta)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{1-\nu^2} (\nu e_x + e_\theta)$$

$$\sigma_{x\theta} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{x\theta} \quad (3)$$

여기서  $\sigma_x$ ,  $\sigma_\theta$  는 인장응력,  $\sigma_{x\theta}$  는 전단응력이고,

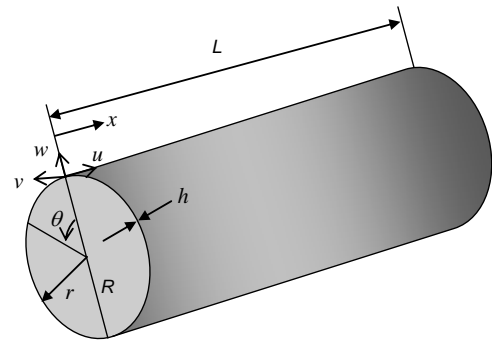


Fig. 2 Coordinate system of hull structure

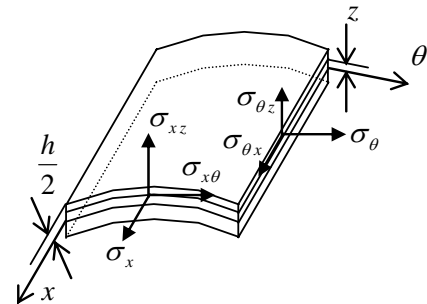


Fig. 3 Notation and positive directions of stress in shell coordinates

$E$ 는 탄성계수,  $\nu$ 는 포와송 비이다. 구조물 전체에 작용하는 힘과 모멘트의 두께 방향의 총 합은 다음과 같이 표현될 수 있으면, 이를 Fig. 4에 나타내었다.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_{x\theta} \\ Q_x \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_{x\theta} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix} \left(1 + \frac{z}{R}\right) dz, \quad (4)$$

$$\begin{Bmatrix} N_\theta \\ N_{\theta x} \\ Q_\theta \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_\theta \\ \sigma_{\theta x} \\ \sigma_{\theta z} \end{Bmatrix} dz$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_{x\theta} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_{x\theta} \end{Bmatrix} \left(1 + \frac{z}{R}\right) z dz, \quad (5)$$

$$\begin{Bmatrix} M_\theta \\ M_{\theta x} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_\theta \\ \sigma_{\theta x} \end{Bmatrix} z dz$$

중립면의 단위 면적당 작용하는 외력과 모멘트가 각각  $\hat{q}$ ,  $\hat{m}$ 이면, 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{q} = \hat{q}_x \hat{i}_x + \hat{q}_\theta \hat{i}_\theta + \hat{q}_n \hat{i}_n \quad (6)$$

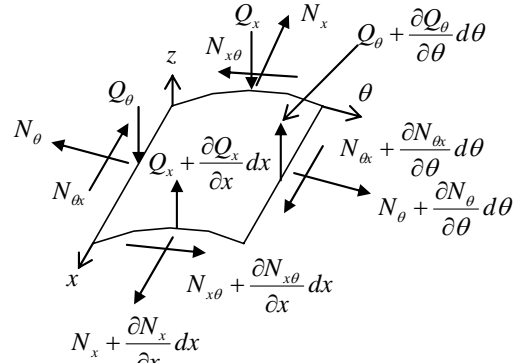
$$\hat{m} = \hat{m}_x \hat{i}_x + \hat{m}_\theta \hat{i}_\theta$$

각 방향에 대한 힘과 모멘트의 평형에 의하여 다음과 같은 관계식을 유도할 수 있다.

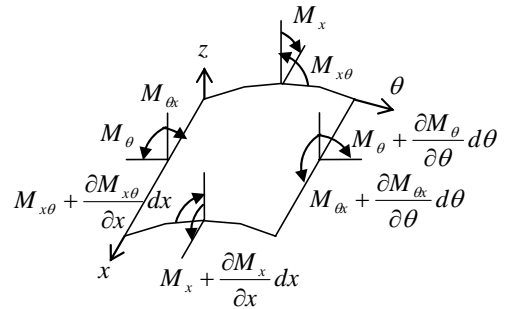
$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial N_{\theta x}}{\partial \theta} + \hat{q}_x &= \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} + \hat{q}_\theta &= \rho h \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial Q_\theta}{\partial \theta} - \frac{N_\theta}{R} + \hat{q}_n &= \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \\ \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial M_{x\theta}}{\partial \theta} - Q_x + \hat{m}_\theta &= 0 \\ \frac{1}{R} \frac{\partial M_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial M_{x\theta}}{\partial x} - Q_\theta + \hat{m}_x &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

여기서  $\rho$ 는 hull 구조물의 질량밀도이다. 식 (1)에서 (7)로부터 hull 구조물의 운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \rho \frac{(1-\nu^2)R^2}{E} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - R^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{(1-\nu)}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \\ - \frac{(1+\nu)R}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \theta} - R\nu \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{(1-\nu^2)R^2}{Eh} \hat{q}_x \\ \rho \frac{(1-\nu^2)R^2}{E} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - \frac{(1-\nu)R^2}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} \\ - \frac{(1+\nu)R}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \theta} - \frac{\partial w}{\partial \theta} = \frac{(1-\nu^2)R^2}{Eh} \hat{q}_\theta \\ \rho \frac{(1-\nu^2)R^2}{E} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + R\nu \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial \theta} + w + \frac{R^2 h^2}{12} \nabla^4 w \\ = \frac{(1-\nu^2)R^2}{Eh} \left( \hat{q}_n + \frac{1}{R} \frac{\partial m_x}{\partial \theta} + \frac{\partial m_\theta}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (8)$$



(a) force resultants



(b) moment resultants

Fig. 4 Notation and positive direction of force and moment resultants

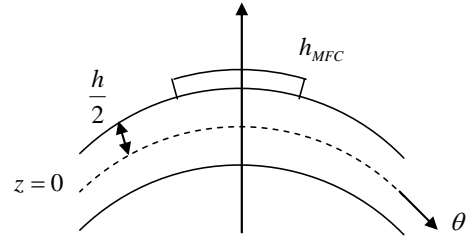


Fig. 5. Surface bonded MFC actuator

여기서  $\nabla^4 = \nabla^2 \nabla^2$ ,  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$  이다.

Fig. 5와 같이 두께  $h_{MFC}$ 인 MFC 작동기가 구조물의 표면에 부착되어 있을 때, MFC 작동기가 hull 구조물의 반경에 비해 매우 얇다면, 식 (1)은 MFC 작동기에서도 유지된다고 가정할 수 있다.

$$e_{x,MFC} = (\varepsilon_x + z\kappa_x), \quad e_{\theta,MFC} = \frac{1}{1+z/R} (\varepsilon_\theta + z\kappa_\theta) \quad (9)$$

Hull 구조물의 길이 방향( $x$ )과 MFC 작동기의 길이 방향(3, poling 방향)이 일치하도록 부착되어 있는 경우, MFC 작동기의 각 방향에 발생하는 자유 변형률의 크기는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$e_{x,MFC} = d_{33} \frac{V_{in}}{h_{MFC}}, \quad e_{\theta,MFC} = d_{31} \frac{V_{in}}{h_{MFC}} \quad (10)$$

여기서  $d_{33}$ 와  $d_{31}$ 는 MFC 작동기의 각 방향 압전 변형률 상수이다. MFC 작동기에 발생하는 응력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_{x,MFC} = \frac{E_{x,MFC}}{1-\nu_{\theta x}\nu_{x\theta}} \left\{ e_x + \nu_{\theta x} e_\theta - (e_{x,MFC} + \nu_{\theta x} e_{\theta,MFC}) \right\} \quad (11)$$

$$\sigma_{\theta,MFC} = \frac{E_{\theta,MFC}}{1-\nu_{x\theta}\nu_{\theta x}} \left\{ e_\theta + \nu_{x\theta} e_x - (e_{\theta,MFC} + \nu_{x\theta} e_{x,MFC}) \right\}$$

여기서  $E_{x,MFC}$ ,  $E_{\theta,MFC}$ ,  $\nu_{x\theta}$ ,  $\nu_{\theta x}$ 는 각각 각 방향의 탄성 계수와 포와송 비이다. MFC 작동기에 의해 발생하는 힘과 모멘트의 합은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} M_{x,MFC} &= \int_{h/2}^{h/2+h_{MFC}} \sigma_{x,MFC} \left(1 + \frac{z}{R}\right) z dz \\ M_{\theta,MFC} &= \int_{h/2}^{h/2+h_{MFC}} \sigma_{\theta,MFC} z dz \\ N_{x,MFC} &= \int_{h/2}^{h/2+h_{MFC}} \sigma_{x,MFC} \left(1 + \frac{z}{R}\right) dz \\ N_{\theta,MFC} &= \int_{h/2}^{h/2+h_{MFC}} \sigma_{\theta,MFC} dz \end{aligned} \quad (12)$$

식 (9)에서 (11)을 식 (12)에 대입하면, MFC 작동기에 발생하는 힘과 모멘트의 합을 hull 구조물의 중립면의 변형률( $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_\theta$ )과 곡률변화량( $\kappa_x$ ,  $\kappa_\theta$ )으로 나타낼 수 있다. Hull 구조물에 작용하는 외부 힘과 모멘트(식 (6))는 다음과 같이 MFC에 의해 발생하는 작동력과 모멘트로 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{q}_n &= 0, \hat{q}_x = q_{x,MFC}, \hat{q}_\theta = q_{\theta,MFC} \\ \hat{m}_x &= m_{x,MFC}, \hat{m}_\theta = m_{\theta,MFC} \end{aligned} \quad (13)$$

MFC 작동기에서의 힘과 모멘트의 평형으로부터 다음과 같은 관계를 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} m_{x,MFC} &= -\frac{1}{R} \frac{\partial M_{\theta,p}}{\partial \theta}, \quad q_{x,MFC} = -\frac{\partial N_{x,p}}{\partial x} \\ m_{\theta,MFC} &= -\frac{\partial M_{x,p}}{\partial x}, \quad q_{\theta,MFC} = -\frac{1}{R} \frac{\partial N_{\theta,p}}{\partial \theta} \end{aligned} \quad (14)$$

따라서, 식 (12)와 (14)로부터 MFC 작동기에 의한 힘과 모멘트는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} m_{x,MFC} &= -M_{\theta,MFC} [H_{\tilde{x}1} - H_{\tilde{x}2}] [\delta_{\tilde{\theta}1} - \delta_{\tilde{\theta}2}], \\ m_{\theta,MFC} &= -M_{x,MFC} [\delta_{\tilde{x}1} - \delta_{\tilde{x}2}] [H_{\tilde{\theta}1} - H_{\tilde{\theta}2}], \\ q_{x,MFC} &= -N_{x,MFC} [\delta_{\tilde{x}1} - \delta_{\tilde{x}2}] [H_{\tilde{\theta}1} - H_{\tilde{\theta}2}], \\ q_{\theta,MFC} &= -N_{\theta,MFC} [H_{\tilde{x}1} - H_{\tilde{x}2}] [\delta_{\tilde{\theta}1} - \delta_{\tilde{\theta}2}] \end{aligned} \quad (15)$$

여기서  $H_{xj} = H(x - x_j)$ ,  $j=1,2$ 는 Heaviside 함수이고,  $\delta = H'$ 는 Dirac delta 함수이며, 작동기의 위치를 표현할 수 있도록 하였다. Hull 구조물의 중립면에서의 모멘트 평형과  $x$ 와  $\theta$ 방향의 힘의 평형은 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x \left(1 + \frac{z}{R}\right) z dz + \int_{h/2}^{h/2+h_{MFC}} \sigma_{x,MFC} \left(1 + \frac{z}{R}\right) z dz &= 0 \\ \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_\theta z dz + \int_{h/2}^{h/2+h_{MFC}} \sigma_{\theta,MFC} z dz &= 0 \end{aligned} \quad (16)$$

$$\int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x \left(1 + \frac{z}{R}\right) dz + \int_{h/2}^{h/2+h_{MFC}} \sigma_{x,MFC} \left(1 + \frac{z}{R}\right) dz = 0 \quad (17)$$

$$\int_{-h/2}^{h/2} \sigma_\theta dz + \int_{h/2}^{h/2+h_{MFC}} \sigma_{\theta,MFC} dz = 0$$

식 (16)과 (17)로부터 구한  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_\theta$ ,  $\kappa_x$ ,  $\kappa_\theta$ 를 식 (15)에 대입하면, MFC 작동기에 의한 영향을 구조물의 운동방정식에 포함하여 표현할 수 있다.

### 3. 동적 특성 고찰

구조물의 모드 특성을 확인하기 위하여, 구조물의 중립면에서의 변위를 다음과 같이 가정하였다.

$$\begin{aligned} u &= A \cos \lambda x \cos n \theta \cos \omega t \\ v &= B \sin \lambda x \sin n \theta \cos \omega t \\ w &= C \sin \lambda x \cos n \theta \cos \omega t \end{aligned} \quad (18)$$

여기서,  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $\lambda$ 는 미정 상수 값이고,  $n$ 은 원주 방향의 웨이브의 수,  $\omega$ 는 회전 진동수이다. 식(18)을 식(8)에 대입하고, 힘과 모멘트를 0이라 가정하면, 다음과 같은 관계식을 얻게 된다.

$$\begin{bmatrix} -\lambda^2 - \frac{(1-\nu)}{2} n^2 + \Omega^2 & \frac{(1+\nu)}{2} \lambda n & \nu \lambda \\ \frac{(1+\nu)}{2} \lambda n & -\frac{(1-\nu)}{2} \lambda^2 - n^2 + \Omega^2 & -n \\ -\nu \lambda & n & 1 + k(\lambda^2 + n^2) - \Omega^2 \end{bmatrix} \begin{cases} A \\ B \\ C \end{cases} = \begin{cases} 0 \\ 0 \\ 0 \end{cases} \quad (19)$$

여기서  $\Omega^2 = \rho(1-\nu^2)R^2\omega^2/E$ 는 무차원 주파수이다. 양 끝이 단혀있는 hull 구조물의 경계 조건은 다음과 같이 ‘Shear Diaphragm’ 조건으로 고려할 수 있다.

$$v = w = M_x = N_x = 0, \quad x = 0, L \quad (20)$$

그리고, 이를 만족하는  $\lambda$ 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\lambda = mR\pi/l \quad (21)$$

여기서  $m$ 은 길이 방향의 웨이브 수이다. 식 (19)로부터 특성 방정식은 다음과 같이 결정된다.

$$\Omega^6 - K_2\Omega^4 + K_1\Omega^2 - K_0 = 0 \quad (22)$$

여기서,  $K_2 = 1 + \frac{1}{2}(3-\nu)(n^2 + \lambda^2) + k(n^2 + \lambda^2)^2$ ,

$$K_1 = \frac{1}{2}(1-\nu) \left[ (3+2\nu)\lambda^2 + n^2 + (n^2 + \lambda^2)^2 + \frac{(3-\nu)}{(1-\nu)} k(n^2 + \lambda^2)^3 \right],$$

$$K_0 = \frac{1}{2}(1-\nu) \left[ (1-\nu)\lambda^4 + k(n^2 + \lambda^2)^4 \right].$$

식 (22)로부터 구조물의 고유진동수와 고유 형상을 구할 수 있으며, 이를 Fig. 6에 나타내었다. 해석적으로 구한 고유진동수와 유한요소해석을 통해 구한 고유진동수를 Table 2에 비교하였다.<sup>(10)</sup> Table 2에서 보는 바와 같이 비교적 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다.

Table 2. Natural frequencies of the end-capped hull structure by analytic method and FEA

Mode	Analytic [Hz]	FEA [Hz]
(3, 1)	481.45	477.53
(4, 1)	553.58	543.06
(2, 1)	767.88	759.89
(5, 1)	799.31	790.57
(4, 2)	998.94	1012.8

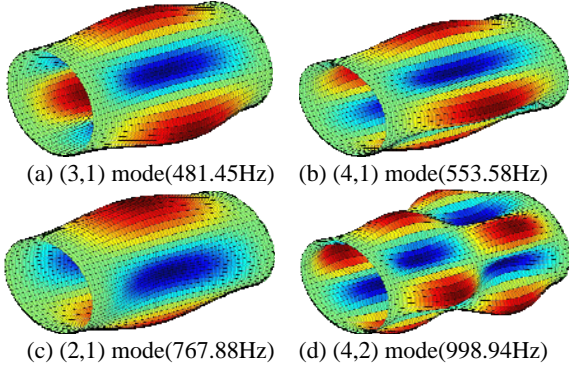


Fig. 6 Mode shapes and corresponding natural frequencies

#### 4. 능동 진동 제어

MFC 작동기를 이용한 구조물의 진동 제어 성능을 확인하기 위하여 구축된 동적 모델을 바탕으로 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. 구조물의 길이, 두께, 반지름은 각각, 0.5m, 0.002m, 0.125m 로 설정하였으며, 양쪽 캡의 두께는 0.005m 로 하였다. 길이 0.085m, 폭 0.057m, 두께 0.0003m 의 MFC 작동기 3 개를 Fig. 1 과 같이 원주 방향으로 등간격, 길이 방향으로는 가운데에 부착하였으며, 접착제 효과는 무시하였다. 식 (8)의 운동방정식을 다음과 같이 간략하게 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} D_u(u, v, w) - D_i \ddot{u} &= F_u \\ D_v(u, v, w) - D_i \ddot{v} &= F_v \\ D_w(u, v, w) - D_i \ddot{w} &= F_w \end{aligned} \quad (23)$$

여기서  $D_u$ ,  $D_v$ ,  $D_w$ ,  $D_i$  는 적절한 미분을 나타낸다. 구조물의 변위를 일반좌표  $\eta_n(k)$  와 각 방향의 모드형상함수  $\{\Phi_u^n(x, \theta), \Phi_v^n(x, \theta), \Phi_w^n(x, \theta)\}$  를 사용하여 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$\begin{aligned} \{u(x, \theta, t), v(x, \theta, t), w(x, \theta, t)\} \\ = \sum_n \eta_n(t) \{\Phi_u^n(x, \theta), \Phi_v^n(x, \theta), \Phi_w^n(x, \theta)\} \end{aligned} \quad (24)$$

식 (24)를 식 (8)과 (23)에 대입하면 다음과 같은  $n$  번째 모드의 운동방정식을 유도할 수 있다.

$$\ddot{\eta}_n(t) + 2\zeta_n \omega_n \dot{\eta}_n(t) + \omega_n^2 \eta_n(t) = f_n \quad (25)$$

$$\text{여기서 } f_n = - \frac{\int_{\Omega} [F_u \Phi_u^n + F_v \Phi_v^n + F_w \Phi_w^n] d\Omega}{\int_{\Omega} \{(\Phi_u^n)^2 + (\Phi_v^n)^2 + (\Phi_w^n)^2\} D_i d\Omega}, \quad \zeta_n$$

는 모드의 댐핑비이다. 효과적인 구조물의 진동 제어를 위하여 LQG 제어기를 설계하였다. 외란과 측정 잡음을 고려한 LQG 이론을 사용하여 상태 공간 운동방정식은 다음과 같다.

$$\dot{x} = \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}u(t) + w(t), \quad y(t) = \mathbf{C}x(t) + v(t) \quad (26)$$

여기서  $x(t)$ 는 상태 변수 벡터,  $u(t)$ 는 입력 벡터,  $y(t)$ 는 출력 벡터이고,  $\mathbf{A}$  는 시스템 행렬,  $\mathbf{B}$  는 입력 행렬,  $\mathbf{C}$  는 출력 행렬이다. 외란  $w(t)$ 와 측정잡음  $v(t)$ 는 모두 변동없는 영평균을 가지는 Gaussian 백색 잡음으로 가정하였다.

LQG 제어기는 다음과 같이 구성된다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= \mathbf{A}\hat{x}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{L}[y(t) - \mathbf{C}\hat{x}(t)] \\ u(t) &= -\mathbf{K}\hat{x}(t) \end{aligned} \quad (27)$$

여기서  $\hat{x}$  은 예측된 상태를 나타내며,  $\mathbf{K}$  는 제어 이득 행렬,  $\mathbf{L}$  은 Kalman filter 의 이득 행렬이다. 제어 입력은 다음과 같이 표현되는 성능 지수를 최소화하는 값으로 결정되게 된다.

$$J = \int_{t_0}^{t_f} [x^T(t) \mathbf{Q}x(t) + u^T(t) \mathbf{R}u(t)] dt \quad (28)$$

여기서 가중치 행렬  $\mathbf{Q}$  와  $\mathbf{R}$  은 양반한정이다. 최적 되먹임 제어 이득 행렬  $\mathbf{K}$  와 Kalman filter 이득 행렬  $\mathbf{L}$  은 Riccati 방정식의 해이다.

LQG 제어기를 적용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. 식 (28)에서의 가중치 행렬의 값은  $diag(\mathbf{Q}) = 5 \times 10^6$ ,  $diag(\mathbf{R}) = 1$  로 설정하였다. 본 연구에서는 기본적인 3 개의 모드만 고려하였다. 초기 조건 (3,1) 모드의 과도 응답에 대한 결과를 Fig. 7 에 나타내었다. LQG 제어기의 적절한 가중치를 선정함으로써 우수한 진동 저감 효과를 얻을 수 있었다. 시뮬레이션에서 각 작동기에 인가된 제어 입력 전압을 Fig. 8 에 나타내었다. 각 MFC 작동기가 부착된 위치에서 최대 변형이 발생하였으므로, 세 작동기에 같은 크기의 제어 입력이 인가된 것을 확인할 수 있다.

#### 5. 결론

이방성 작동력을 나타내는 작동기를 부착한 hull 구조물의 동적 모델을 구성하고, 능동 제어를 적용하여 구조물의 진동 제어 성능을 고찰하였다. Donnell-Mushtari 쉘 이론을 바탕으로 hull 구조물의 운동방정식을 유도하였고, 구조물에 작용하는 MFC 작동기의 압전효과를 동적 모델에 표현하였다. 모드 해석을 통하여 구조물의 모드 형상과 고유 진동수를 파악하고, 유한요소해석 결과와 비교하여 결과를 검증하였다. 구조물의 능동 진동 제어를 위하여 최적제어 알고리즘을 적용하였으며,

적절한 제어 입력을 인가함으로써 효과적으로 진동을 제어할 수 있음을 확인하였다. 진동 제어 성능의 향상을 위하여 작동기의 부착 위치와 방향을 고려하는 최적화 연구가 계속될 예정이다.

## 후 기

본 연구는 국방부가 지정한 UVRC(수중운동체특화센터)의 지원에 의하여 수행되었으며, 이에 관계자 여러분께 감사 드립니다.

## 참 고 문 헌

(1) M. V. Gandhi and B. S. Thompson, 1992, Smart Materials and Structures, Chapman & Hall, New York.

(2) Chopra, I., 2002, "Review of State-of-Art of Smart Structures and Integrated Systems", AIAA Journal, Vol. 40, pp.2145~2187.

(3) Wilkie, W. K., Bryant, R. G., High, J. W., Fox, R. L., Hellbaum, R. F., Jalink, A., Little, B. D. and Mirick, P. H., 2000, "Low-cost Piezocomposite Actuator for Structural Control Applications", Proceedings of Seventh SPIE International Symposium on Smart Structures and Materials, Newport Beach, CA, March 5-9, 2000, pp.329~334.

(4) Crawley, E. F., and de Luis, J., 1987, "Use of Piezoelectric Actuators as Elements of Intelligent Structures", AIAA Journal, Vol. 25, pp. 1373~1385.

(5) Shin, H. C and Choi, S. B., 1996, "Vibration Control of a Very Flexible Robot Arm via Piezoactuators", Transaction of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 6, No. 2, pp. 187~196.

(6) Kwak, M. K., 1995, "Active Vibration Control of Smart Structures Using Piezoelectric Materials", Journal of KSNVE, Vol. 5, No. 3, pp. 292~302.

(7) Kim, H. S., 2005, "Smart Structures Featuring Piezoelectric Materials: State of the Art", Journal of KSNVE, Vol. 15, No.1, pp. 33~42.

(8) Lee, I., 2001, "Research and Development on Applications of Piezoelectric Materials", Journal of KSCM, Vol. 14, No. 3, pp. 90~98.

(9) Qui, J. and Tani, J., 1995, "Vibration Control of a Cylindrical Shell Using Distributed Piezoelectric Sensors and Actuators", Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol.6, pp. 474~481.

(10) Sohn, J. W., Kim, H. S. and Choi, S. B., 2007, "vibration Suppression of Hull Structure Using MFC Actuators", Proceedings of the KSNVE Annual Spring Conference, pp. KSNVE07S-33-03.

(11) Kwak, M. K. and Jung, M., 2007, "Dynamic Modeling, Active Vibration Controller Design and Experiments For Cylindrical Shell Equipped with MFC Actuators", Proceedings of the KSNVE Annual

Fall Conference, pp. KSNVE07A-21-4.

(12) Arnold, R. N. and Warburton, G. B., 1949, "Flexural Vibrations of the Walls of Thin Cylindrical Shells having Freely Supported Ends", Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Vol. 197, No. 1049, pp. 238-256.

(13) Leissa, A. W., 1993, Vibration of Shells, Acoustical Society of America, Originally issued by NASA, 1973.

(14) Clark, R. L. and Fuller, C. R., 1994, "Active Control of Structurally Radiated Sound from an Enclosed Finite Cylinder", Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 5, No. 3, pp. 379-391.

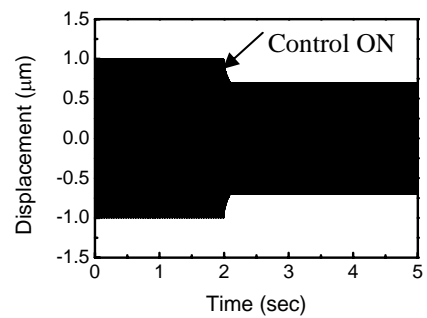


Fig. 7 System response under (3,1) mode excitation

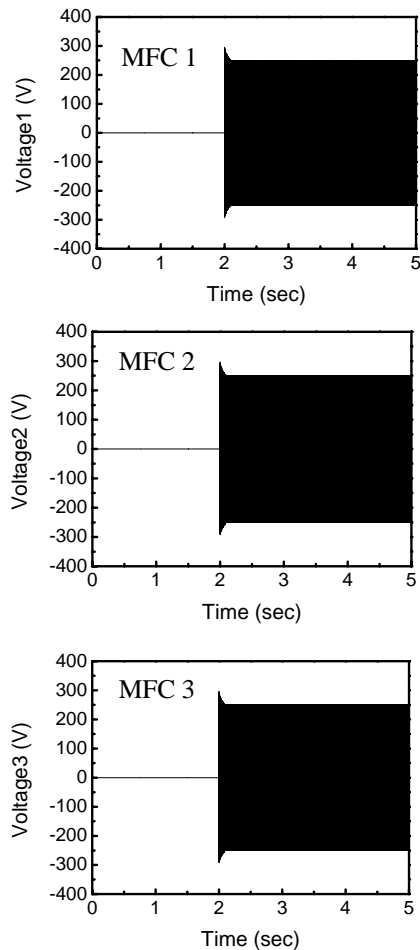


Fig. 8 Control input voltages under (3,1) mode excitation