

# 반응표면법을 이용한 코깅 토크 저감을 위한 BLDC 모터의 자석 최적설계

## Permanent Magnet Optimization for Reduction of Cogging Torque of BLDC Motor using Response Surface Methodology

이장원† · 심호경\* · 왕세명\*\*

Jangwon Lee, Hokyung Shim and Semyung Wang

**Key Words** : Brushless dc (BLDC) motor, cogging torque, permanent magnet optimization, response surface methodology (RSM).

### ABSTRACT

This paper presents an optimization of permanent magnet (PM) in a brushless dc (BLDC) motor using the response surface methodology (RSM). Size and angle of the PM are optimized to minimize the cogging torque, while reducing the magnitude of harmonic at a dominant frequency and maintaining the operating torque. A fitted RS model is constructed by verifying the high reliability of the total variation and the variation of estimated error. The optimized design is validated by carrying out the reanalysis and comparing to the initial model using the nonlinear transient finite element analysis.

## 1. 서론

Brushless dc (BLDC) 모터는 부드러운 시동과 조용한 동작 특성으로 가전 제품 등의 소음 및 진동의 영향을 크게 고려하는 분야에서 주로 사용되어왔다. 이러한 이유로 BLDC 모터의 소음 및 진동저감에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 코깅 토크 (Cogging torque)는 BLDC 모터의 소음과 진동의 주요 발생원 중 하나로써 자극 (magnet pole)과 슬롯 (slot) 간의 상호 작용에 의해 야기된다.

반응표면법 (Response surface methodology)은 통계분야에서 연구되어온 근사기법으로써 최적설계 분야에 응용되어 사용되고 있다 (1). 본 논문에서는 코깅토크를 저하 시키기 위해서 RSM 을 이용하여 자석의 크기와 위치를 설계변수로 정하여 이들을 최적설계하였다.

## 2. 초기 모델과 유한요소 해석

### 2.1 절 BLDC 모터

본 논문에서 사용된 모터는 그림 1 에서 보는 바와 같이 6-극, 9-슬롯, 3 상 BLDC 모터이고, 테이블 1 에 모터 사양을 명시했다. 회전자 내부에는 12 개의 직사각형 자석과 각 자석 옆 코깅토크를 줄이기 위한 air hall 이 나열 돼 있다. 회전자가 초기 각도

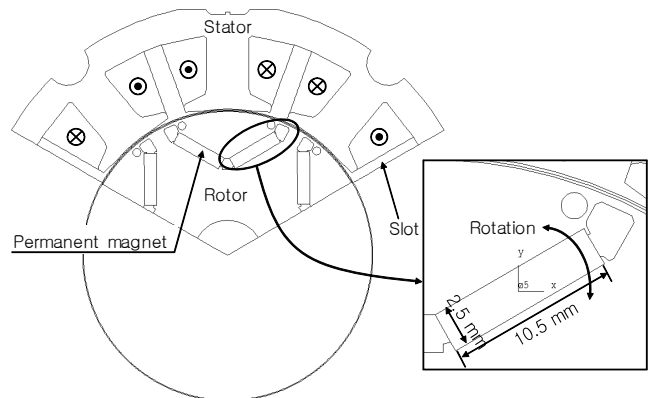


그림 1. BLDC 모터의 1/3 부분

표 1. BLDC 모터 사양

Components	Parameters	Values (mm)
Stator	Outer Diameter	101
	Thickness	86
Rotor	Outer Diameter	58
	Thickness	86
	Air_gap	0.5

(0°)로부터 60°만큼 1200rpm 으로 회전하였을 때 총 코깅토크는 15.39 (Nm)이고, 여기서 60°는 자극과 슬롯의 관계에 따른 코깅토크의 주기성으로부터 코깅토크의 전체 특성을 알아보기에 충분한 각도이다. 회전자를 초기 0°에서 120°까지 1200 rpm 으로 회전 시켰을 때, 최대 회전 토크는 각각 5°에서 10.45 (Nm)이고 65°에서 10.44 (Nm)이다.

### 2.2 절 유한요소해석의 신뢰성 검증

본 논문에 있어 nonlinear transient 유한요소해석과

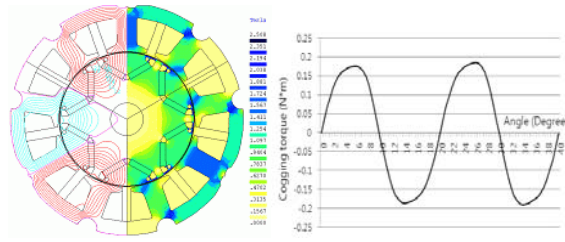
† 광주과학기술원 기전공학과 석사과정

\* 광주과학기술원 기전공학과 박사 후 연구원

\*\* 광주과학기술원 기전공학과 교수

E-mail : smwang@gist.ac.kr

Tel : (062) 970-2390, Fax : (062) 970-2384 202



(a)자속선과 자속밀도 (b)코깅토크 파형  
그림 2. 유한요소 해석결과

표 2. 설계 인자와 변화 범위

Design parameter	Initial model	Minimum	Maximum
Angle of PM [degree] ( $x_1$ )	0	-3	12
Length of PM [mm] ( $x_2$ )	10.5	9.7	10.8
Thickness of PM [mm] ( $x_3$ )	2.5	2.3	2.7

최적설계의 신뢰성을 확보하기 위해서 초기 모델의 유한요소해석결과와 실제 실험값을 비교할 필요가 있다. 본 논문에서는 로터 회전에 따른 최대 코깅토크 값을 비교대상으로 선택하였다.

그림 2(a)에서 해석결과로서 해석모델의 자속선, 자속밀도를 나타내고 있고, 그림 2(b)에서 로터의 회전각도에 따른 코깅토크의 파형을 보여 주고 있다. 실험으로부터 최대 코깅토크의 값은 0.19 (Nm)이고 유한요소해석으로부터 최대 코깅토크는 0.19 (Nm)으로써 같음을 확인하였다.

### 3. 최적설계

#### 3.1 절 RS 모델 구성과 최적설계

RSM 은 세 단계로 이루어진다 (2). 첫 번째, 실험 계획 (Design of experiment) 단계으로써, 실험 표본을 정하고, 실험으로부터 응답을 얻는 과정이다. 다음단계는 얻어진 응답으로부터 RS 모델을 구성하고, 오차를 검증한다. 마지막 세 번째 단계에서 RS 모델로부터 최적설계모델을 얻는다.

DOE 는 최소의 실험 횟수로 효율적인 RS 모델을 구성하기 위한 RSM 의 첫 단계로서, 방법에는 Factorial design, Central composite design (CCD), Box-Behnken design, 그리고 D-optimal design 이 있다. 본 논문에서는 D-optimal design 이 사용되었다. 초기 모델의 각 설계 인자 값과 변수의 변화범위가 표 2 에 나타내었다. D-optimal design 으로부터 설계 변수에 대한 총 16 개의 표본이 설정 되었고, 각 표본에 대한 응답을 얻기 위해 nonlinear transient 유한요소 해석이 진행됐다. 최소자승법 (Least Square Method)을 이용한 RS 모델의 응답식은 다음과 같다.

표 3. RS 모델의 정확도

Response	RS model		
	Res.1	Res.2	Res.3
$R^2$	0.99980	0.99879	0.99984
$R^2_{adj}$	0.99951	0.99698	0.99960

$$y = X\beta + \varepsilon \quad (1)$$

$y$  는 RS 모델의 반응을 나타내는 벡터이고,  $X$  는 디자인 인자에 대한 행렬이다.  $\beta$  는 회귀계수의 벡터이고,  $\varepsilon$  는 랜덤 오차 벡터이다.  $\beta$  의 예상 값은 다음 식으로부터 얻을 수 있다.

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'y \quad (4)$$

삽입 기호 ( $\hat{\quad}$ )는 예상치를 의미하고,  $\hat{\beta}$  는 미지의 값을 포함하고 있으며, 회귀범으로써 총 오차에 대한 절대값들의 합을 최소화한다.

다음 식은 세 개의 디자인 인자를 변수로 하는 이차 다항식으로써, 근사화된 RS 모델을 수학적으로 표현한다.

$$y = \beta_0 + \sum_{j=1}^3 \beta_j x_j + \sum_{j=1}^3 \beta_{jj} x_j^2 + \sum_{i \neq j}^3 \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon, \quad (5)$$

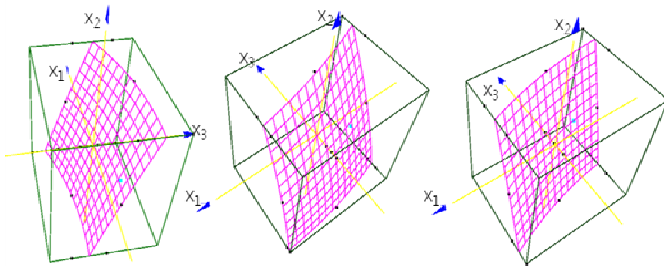
$x$  는 디자인 인자이고,  $\beta$  는 회귀 계수, 그리고  $\varepsilon$  는 랜덤 오차이다.

최대 회전 토크 (Res. 1), 회전 토크의 두 번째 고조파성분 (Res. 2)과 총 코깅토크 (Res. 3)의 각 표본들로부터 응답 값을 얻어 RS 모델을 구성하였다. 최적설계 모델에 대한 설계 변수 값을 구하기 전, 각 RS 모델의 정확도를 검증하기 위하여 각 모델의 총 편차 ( $R^2$ )와 편차에 대한 예상 오차율( $R^2_{adj}$ )을 알아보았다. RS 모델의 정확도는  $R^2$  와  $R^2_{adj}$  값에 의해 정의 되고 (3), 다음 식에 의해 두 값들이 유도된다.

$$R^2 = \frac{SSR}{SST}, \quad (6)$$

$$R^2_{adj} = 1 - \frac{SSE/(N-p)}{SST/(N-1)}, \quad (7)$$

여기서 SSR 은 회귀에 의한 모델의 예상 응답 값과 얻어진 응답 값의 평균 사이의 차에 대한 제곱의 총합이고, SST 는 얻어진 응답 값과 그 값들의 평균 사이의 차에 대한 제곱의 총합을 나타낸다. SSE 는 얻어진 응답 값과 예상 응답 값 사이의 차의 제곱의 총합이다.  $N$  은 총 실험 횟수이고,  $p$  는 RS 모델의 설계 인자의 개수이다. 각 모델의  $R^2$  와  $R^2_{adj}$  은 표 3 에 나타내었다. 계산된  $R^2$  와  $R^2_{adj}$  의 값들이 모두



(a) 회전토크 (b) 고조파성분 (c) 코깅토크  
그림 3. Response surface 모델

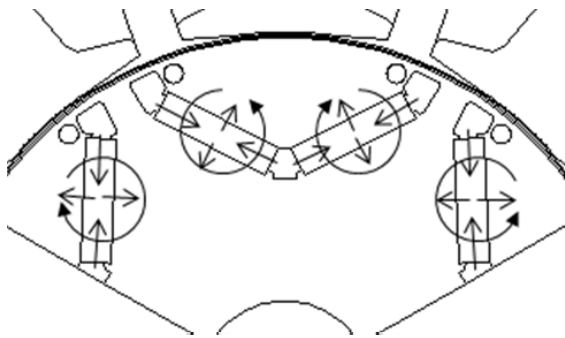


그림 4. 최적설계된 자석

표 4. 예상 최적설계 변수 값

Design parameter	Estimated optimal design	Difference between initial and optimal design
Angle of PM (degree) ( $X_1$ )	2.47	2.47
Length of PM (mm) ( $X_2$ )	10.32	-0.18
Thickness of PM (mm) ( $X_3$ )	2.58	0.08

0.99 를 넘는다는 것을 확인할 수 있었고, 이 값들로부터 RS 모델의 높은 신뢰성을 확인할 수 있다. 따라서 구성된 RS 모델이 최적설계를 수행하기에 적합하다고 판단되었다. 다음 식들은 각 RS 모델에 대한 이차 다항식이다.

$$\begin{aligned}
 y_1 = & 5.9678 - 1.4999e-1 * x_1 + 3.3268e-1 * x_2 \\
 & + 2.6126e-1 * x_3 - 1.1612e-1 * x_1^2 \\
 & + 2.7814e-3 * x_2x_1 + 1.8161e-2 * x_2^2 \\
 & - 4.7816e-3 * x_3x_1 + 3.0732e-2 * x_3x_2 - 3.1849e-3 * x_3^2,
 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
 y_2 = & 1.1242e+1 - 2.3393 * x_1 + 4.3041 * x_2 + 1.2621 * x_3 \\
 & + 6.2797e-1 * x_1^2 - 8.4255e-1 * x_2x_1 + 9.5564e-1 * x_2^2 \\
 & - 3.6984e-1 * x_3x_1 + 6.1641e-1 * x_3x_2 - 7.8476e-2 * x_3^2,
 \end{aligned} \quad (9)$$

표 5. 재해석 결과

Response		Reanalysis response [Nm]	Ration of increase or decrease from initial model [%]
Peak operating torque (1°~120°)	At 5°	10.55	0.96 % increase
	At 65°	10.55	1.05 % increase
Magnitude of 2 <sup>nd</sup> harmonic		6.06	1.78 % decrease
Total cogging torque (0°~60°)		12.56	18.39 % decrease

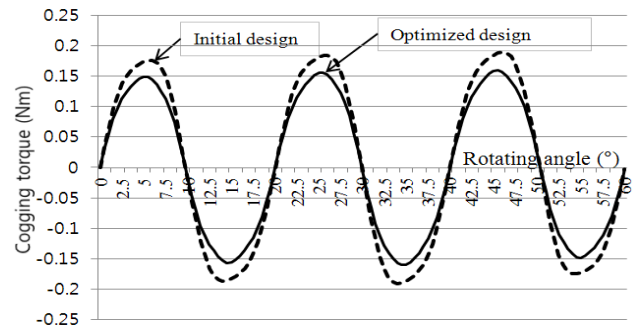


그림 5. 코깅토크 비교

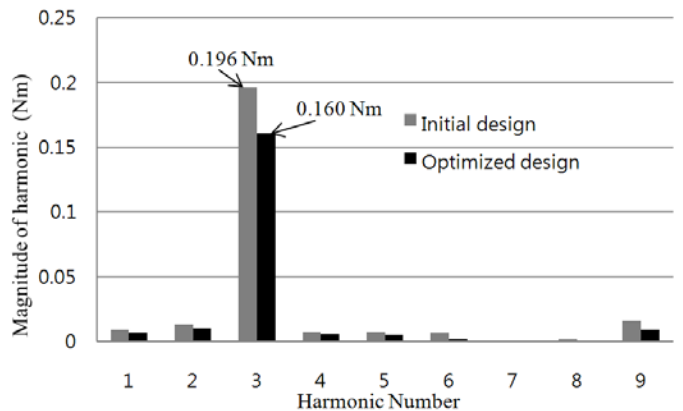


그림 6. 코깅토크의 고조파성분 비교

$$\begin{aligned}
 y_3 = & 6.1550e+2 - 2.8072e+1 * x_1 + 4.0762e+1 * x_2 + \\
 & 2.7295e+1 * x_3 - 9.5678 * x_1^2 + 6.0350e-1 * x_2x_1 + \\
 & 2.0445 * x_2^2 - 1.4737 * x_3x_1 + 3.4668 * x_3x_2 - 2.1944e-1 * x_3^2.
 \end{aligned} \quad (10)$$

그림 3 에서 각 설계 인자에 따른 응답 값들의 RS 모델을 보여 준다.

최적설계의 목적은 코깅토크를 최소화 하는 것이고, 세 개의 구속조건이 있다. 첫 번째는 자석의 넓이를 26.05 (mm<sup>2</sup>)에서 26.45 (mm<sup>2</sup>)사이에 두는 것이고, 두 번째는 최대 회전 토크를 초기 모델의 값

보다 크게 하는 것이다. 마지막 조건은 회전 토크의 두 번째 고조파성분의 크기를 초기 모델의 값보다 작도록 제한 한다. 이와 같은 최적설계 목적과 조건으로부터 최적설계 모델을 그림 4 에서 나타내고 있고, 표 4 에서 설계 인자들의 값이 나타내었다. 그림 4 는 모델의 예상 최적설계 결과이고, 화살표 방향으로 설계 인자의 변수 값을 초기 모델로부터 표 4 의 값만큼 변화시킨 결과이다.

### 3.2 절 최적설계 모델

RS 방법에 의해 변경된 모델에 대해 초기 모델과의 결과 값들을 비교함으로써 합당한 최적설계임을 검증하였다. 표 5 에서 변경된 모델의 재 해석 결과를 확인할 수 있다. 회전자의 회전각도 5°와 65°에서 최대 회전 토크가 초기 모델의 값보다 증가했고, 회전토크의 두 번째 고조파 성분의 크기가 1.78% 줄었음을 알 수 있다. 최적설계 문제로 설정된 총 코깅토크는 18.39%의 상당량이 줄었음을 확인할 수 있었다. 그림 5 에서 초기 모델의 코깅토크와 최적설계 된 모델의 것을 비교하여 나타내고 있다. 파형이 처음의 것보다 좀 더 매끄러워지고 각 사이클의 최대 코깅토크 점을 기준으로 상대적으로 대칭적으로 변한 것을 볼 수 있다. 무엇보다 코깅토크의 전체 고주파 성분을 비교해 봤을 때, 최적설계 된 모델의 고주파 성분의 크기가 초기 모델의 것보다 현저히 줄었음을 그래프를 통해 알 수 있다.

## 4. 결 론

본 논문에서는 RS 방법을 이용하여 코깅토크를 줄이기 위해서 BLDC 모터의 자석을 최적설계 하였다. 초기 모델의 유한요소 해석 결과값과 최적설계 결과 값을 비교하였을 때, 코깅토크가 줄었고, 최대 회전토크가 증가하였으며 회전토크의 두 번째 고조파 성분의 크기가 감소하였음을 확인하였다.

## 후 기

본 연구는 Innovative Design Optimization Technology (KOSEF)의 지원으로 수행되었습니다.

## 참 고 문 헌

- (1) Myers, R. H., and Montgomery, D. C. Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1995.
- (2) X. K. Gao, T. S. Low, S. X. Chen, and Z. J. Liu, "Structural robust design for torque optimization of BLDC spindle motor using response surface methodology," IEEE Trans. Magn., vol. 37, pp. 2814-2817, July 2001.
- (3) J. T. Li, Z. J. Liu, M. A. Jabbar, and X. K. Gao, "Design Optimization for Cogging Torque Minimization Using Response Surface Methodology", IEEE Transactions on Magnetics, VOL.40, NO. 2: 1176-1179, 2004.