수동형 음강성 저주파 제진기의 감쇠 성능 향상과 빔 유연체의 최적 설계에 관한 연구

A Study on the improvement of damping and optimal design of beam flexure for the passive vibration isolator

이길용*, 장희도*, 박영호*, 박인황**, 한동철†
Gil yong Lee, Hee doh Chang, Young ho Park, In hwang Park, and Dong chul Han

Key Words : Vibration isolator(진동 절연 장치), Beam flexure(빔 유연체), Buckling(좌굴), Viscoelastic damping(점탄성 감쇠)

ABSTRACT

The vibration isolator system(VIS) which has very low natural frequency could be designed by applying an axial compressive force to the beam-column flexure(BCF). In this paper a new shape of the BCF is suggested. It has stepwise axially varying properties by viscoelastic damping layer. So it has internal structural damping by damping layer during deformation. First the analytic solution is obtained for the BCF. And its critical load, buckling mode, stiffness and stress distributions are investigated. Also the dynamic properties of the VIS consist of the damping layered BCF are studied. Finally the optimal design procedure of damping layered BCF for the VIS is suggested. The improved performance of suggested VIS is verified by some experiments.

기호설명

E^*, E_1, E_2, E_3	Complex Dynamic Modulus
I_1, I_2, I_3	Moment of Inertia
L	Overall Length of Beam-Column Flexure
l	Damping Layered Length
d	Diameter of the Circular Cross-section Flexure
$w(x)$	Deflection of the Beam-Column Flexure
P	Axial Compressive Force
ζ_k	Eigen Values of the Buckling Problem
k_C	Beam-Column Flexure's Complex Stiffness
$P_{cr,1}, P_{cr,2}$	1st & 2nd Critical Load
m	Supported Mass by the Vibration Isolator
k	Complex Stiffness of the Vibration isolator
η	Loss Factor of the Vibration Isolator
η_V	Loss Factor of the Damping Material
$H_{B,}H_V$	Beam and Damping Layer Thickness

1. 서 론

오늘날 초고도 정밀 산업이 급속도로 발전함에 따라 관련 산업 분야에서는 미진동에 대한 허용치가 날로 엄격해지고 있으며, 이에 따라 제진기(Vibration Isolator)에 관한 다양한 연구 및 개발이 활발히 수행되고 있다[1~3]. 스프링, 고무 혹은 공압 장치가 제진기로서 일반적이지만, 최근 들어, 빔 유연체에 압축력을 가하여 강성을 변화시켜 기계적으로 낮은 강성을 갖는 제진기를 설계할 수 있는 기술이 개발되었다[4].

노치 형태의 빔 유연체와 이를 이용한 제진기에 대한 연구가 이미 수행되었으나, 기존의 연구에서는 수동형 제진기의 감쇠가 거의 없었고, 빔 유연체의 해석도 노치 부분만의 변형을 고려한 해석에 그쳤다[4].

본 논문에서는 이전의 연구와 다른 형태의 빔 유연체를 제안한다. 점탄성 재질로서 자유층 감쇠를 이용하여 빔 유연체에 구조 감쇠를 가해줄 수 있는 형태를 택하였으며, 이를 이용한 기계적 제진기의 최적화된 설계 방법을 제시한다. 이를 위하여 점탄성 재질이 부착된 다단의 빔의 지배 방정식을 도출하고, 좌굴력과 좌굴 모드, 그리고 압축력에 따른 강성의 변화와 강도 해석을 수행한다. 또한 진동계의 간단한 모델링을 통해 동특성을 파악하고, 최종적으로 원하는 절연 성능을 얻기 위한 최적화된 설계 방법에 대해 논의한다. 마지막으로 1 자유도 및 2 자유도의 실험 장치를 구성하여 실험을 수행하고 결과에 대해 토의 한다.

2. 빔 유연체의 모델링 및 해석

● 2.1 점탄성 감쇠층의 해석

본 논문에서 제안된 빔 유연체의 형상은 Fig.1(a)과 같이 빔의 중간 부분에 감쇠층이 부착된 형태이며, 축방향으로 물성이 변화한다. 이전의 연구에서 빔의 형상은 Fig.1(b)와 같이 빔의 양단에 노치를 만들어 중앙의 두꺼운 부분의 변형을 제한함으로서 원

† 교신 저자 ; 서울대학교 기계항공공학부
E-mail : dchan@snu.ac.kr
Tel : (02) 880-7139, Fax : (02) 883-1513
* 서울대학교 기계항공공학부 대학원
** 서울대학교 기계항공공학부

치 않는 좌굴에 대한 안정성을 확보했으나, 본 연구에서는 중앙에 감쇠층을 두어 비이상적인 좌굴에 대한 안정성 확보와 함께 빔이 길이 방향으로 전체적으로 변형을 하도록 하여 계에 구조적인 감쇠를 더하는 구조를 만들었다. 이러한 형상을 가진 빔의 좌굴력을 결정하고, 빔 끝 단의 변위를 결정해 강성을 구한다. 압축력에 따른 강성의 변화를 고찰하고, 빔 내부의 응력 분포를 구해 강도 해석을 수행한다.

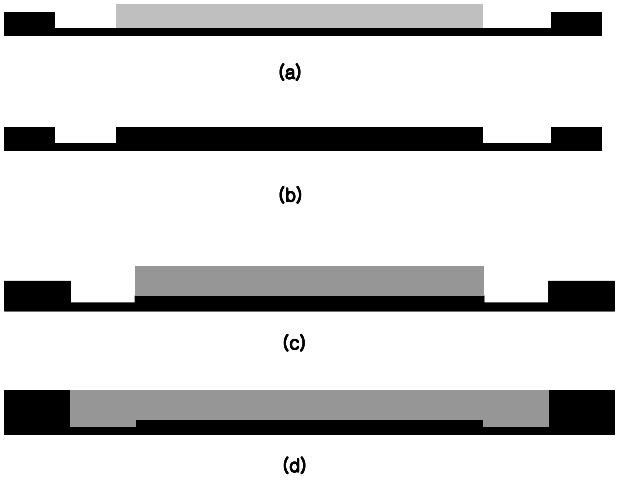

Fig.1. Shape of beam-column flexure
(a) Damping layered type (b) Notched type
(c) Partial coverage (d) Full coverage

일반적으로 제진기에 사용되는 빔 유연체의 재료는 강이므로, 점탄성 재질의 강성이 충분히 크지 못하다면 중앙의 점탄성층이 부착된 부분의 강성이 끝단에 비해 크지 못할 수 있다. 이러한 경우 Fig.1(c)와 같이 빔 유연체의 중앙부의 강성을 증가시키기 위해 양 단에 비해 좀 더 두껍게 하고 점탄성 재질을 부가할 수 있다. 기존의 빔 유연체의 중앙 두꺼운 부분의 두께는 양 단의 얇은 부분에 비해 5~10배 정도 두껍다. 단면 관성 모멘트 I 가 사각 단면의 경우 두께의 세제곱에 비례하고 원형 단면의 경우 지름의 네제곱에 비례함을 생각하면, 중앙의 두꺼운 부분의 변형을 무시하는 가정이 타당함을 알 수 있다. 하지만 Fig.1(c) 의 빔 유연체의 중앙부는 변형이 일어나도록 해야 점탄성 감쇠층에 의한 감쇠를 얻을 수 있으므로, 양 단의 얇은 부분에 비해 1~1.5배 정도의 두께를 가지도록 설계 한다.

계에 감쇠를 더욱 증가시키기 위해 Fig.1(d) 와 같이 빔 유연체의 길이 방향으로 전체에 걸쳐 감쇠층을 부가할 수도 있다.

2.1.1 점탄성 감쇠

점탄성 재질은 탄성과 점성의 성질을 모두 가지는 물질을 뜻하며, 이러한 물질의 점탄성적 거동은 일반적으로 많이 사용되는 Voigt model[5] 을 이용하여 표현할 수 있다. Voigt model 을 이용하면 점탄성 재질의 응력과 변형률의 관계는 식 (1)과 같이 표현된다.

$$\sigma = E\varepsilon + \eta_e\left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right) \quad (1)$$

주기적인 가진을 가정하면, 점탄성 재질의 응력과 변형률의 관계는 복소 동탄성 계수(Complex dynamic modulus, E^*)로 표현 되며, 실수부를 E' 허수부를 E''라 하면 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\sigma = E^*\varepsilon = (E' + j\omega\eta_e)\varepsilon = (E' + jE'')\varepsilon \quad (2)$$

2.1.2 자유층 감쇠(Free layered damping)

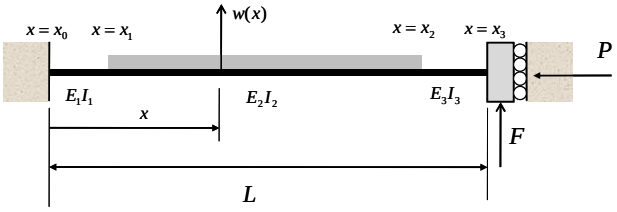

Fig.2. Beam flexure with axially varying characteristics

Fig.2 는 제진기에 사용될 빔 유연체의 형상과 경계 조건을 나타낸다. 이러한 빔 유연체의 중앙에 부가된 점탄성 재질은 복소 강성 계수를 가지므로, E_2I_2 는 복소수가 된다. 점탄성 감쇠층이 부착된 자유층 감쇠에 관하여 Oberst's equation 이 일반적이고[6], 이는 식 (3)으로 나타낼 수 있다.

$$E_2I_2 = E_BI_B\left(1 + eh^3 + 3(1+h)^2\frac{eh}{1+eh}\right) \quad (3)$$

E_B: 빔의 영률, E_V: 점탄성 재질의 복소 영률
H_B: 빔 두께, H_V: 감쇠층의 두께, $h = H_V / H_B$
$e = E_V / E_B$

● 2.2 다단 빔의 해석

2.2.1 지배 방정식

축방향으로 변화하는 빔의 물성과 변형은 다음 식으로 표현할 수 있다.

$$EI(x) = \sum_{k=1}^{n} E_kI_kH_k(x)$$

$$w(x) = \sum_{k=1}^{n} w_k(x)H_k(x) \quad (4)$$

이 때 E_k 와 I_k 는 상수로서 각각 축방향으로의 영률과 단면 모멘트를 나타내며,

$H_k(x)=[u(x-x_{k-1})-u(x-x_k)]$ 는 Heaviside 함수이며, $u(x)$ 는 단위 계단 함수이다. n 은 빔 구간의 총 개수를 의미하며, 여기서는 $n=3$ 이다.

베르누이-오일러 빔을 가정하고, 빔의 최대 변형량은 전체 길이 L 의 20% 이내의 선형 변형으로 가정한다. 경계 조건은 $x=x_0$ 에서 고정단(Clamped), $x=x_3$ 에서 수직 이동만이 가능(회전 불가) 하다면, 빔의 변형 $w_k(x)$ 는 다음의 미분 방정식을 만족한다.

$$E_k I_k \frac{d^4 w_k}{dx^4} + P\frac{d^2 w_k}{dx^2} = 0, \quad k=1,\ 2,..,n \qquad (5)$$

무차원 변수 $\zeta_k^2 = \frac{P}{E_k I_k}$ 를 이용하면, 식(5)는

$$\frac{d^4 w_k}{dx^4} + \zeta_k^2 \frac{d^2 w_k}{dx^2} = 0, \quad k=1,\ 2,..,n \qquad (6)$$

와 같고 일반해는 다음과 같이 주어진다.

$$w_k(x) = C_{1,k} + C_{2,k}x + C_{3,k}\cos(\zeta_k x) + C_{4,k}\sin(\zeta_k x) \qquad (7)$$

$j=1,2,3,4$ 와 $k=1,2,...,n$ 에 대하여 계수 $C_{j,k}$ 를 구하기 위해서 다음의 경계 조건을 고려한다.

$$w_1(x)=0 \ \text{ and } \ \frac{dw_1(x)}{dx}=0 \ \text{ at } \ x=x_0$$
$$\frac{dw_3(x)}{dx}=0 \text{ and } E_3 I_3 \frac{d^3 w_3(x)}{d^3 x} = -F \text{ at } x=x_3 \qquad (8)$$

또한, 빔의 각 구간이 만나는 부분에서는 변형과 기울기, 굽힘 모멘트와 전단력이 같아야 한다. 이는 다음과 같은 적합 조건으로 나타낼 수 있다[7].

$$w_{k-1}(x)=w_k(x) \ , \quad \frac{dw_{k-1}(x)}{dx}=\frac{dw_k(x)}{dx}$$
$$E_{k-1}I_{k-1}\frac{d^2 w_{k-1}(x)}{dx^2} = E_k I_k \frac{d^2 w_k(x)}{dx^2}$$
$$E_{k-1}I_{k-1}\frac{d^3 w_{k-1}(x)}{dx^3} = E_k I_k \frac{d^3 w_k(x)}{dx^3}$$
$$\text{at } x=x_{k-1}, \quad k=2,3,...,n \qquad (9)$$

주어진 경계 조건과 적합 조건에 식(7)을 대입함으로서 12 개의 대수 방정식을 얻을 수 있으며, 이 방정식의 해 $C_{j,k}$ 를 구하여 빔 끝 단의 변형량을 구할 수 있다.

2.2.2 빔의 좌굴력과 좌굴 모드

특정한 ζ_k^2 에 대해서 식 (7), (8), (9)로부터 구해진 계수 $C_{j,k}$ 값들이 하나의 값으로 정의가 되지 않으며, 이 경우 아주 작은 측력이나 빔의 불완전성에 의한 초기 곡률에 의해서 큰 변형을 일으킬 우려가 있다. E_k 와 I_k 가 상수이므로, ζ_k^2 는 P 에 의해 결정되며, 이 때의 압축력 P 를 빔의 좌굴력으로 정의하고, 그 때의 빔의 변형 형상을 좌굴 모드라고 한다.

첫번째와 두번째 좌굴력과 그 때의 좌굴 모드를 Fig.3 에 나타내었다.

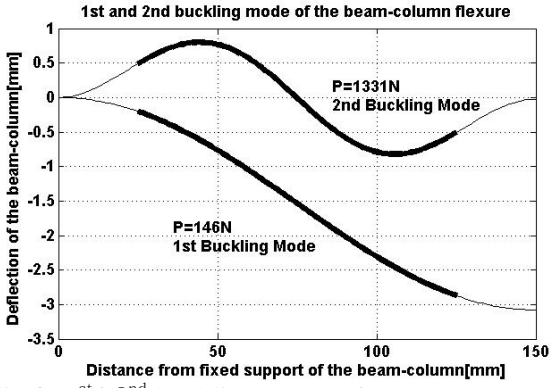

Fig.3. 1st&2nd buckling mode of the beam-column flexure

2.2.3 빔의 강성

빔 끝 단에 측력 F 가 작용할 때에 빔 끝단의 변위 $w_3(x_3)$ 로부터, 압축력을 받는 빔의 강성 k_C 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$k_C = \frac{F}{w_3(x_3)} \qquad (10)$$

압축력 P 에 따른 빔의 강성의 변화는 Fig.4 와 같다.

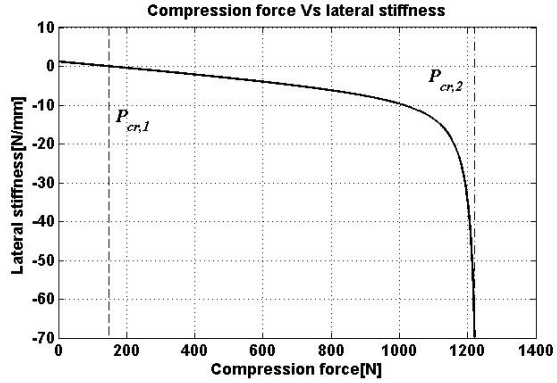

Fig.4. Compression force Vs lateral stiffness

압축력의 증가에 따라 빔의 강성이 감소하는 경향을 확인할 수 있으며, 처음 빔의 강성이 0 이 되는 압축력을 1 차 좌굴력 $P_{cr,1}$ 으로 정의하며, 빔의 강성이 음이 되어 절대값이 한없이 증가해 불안정해지

는 압축력을 2 차 좌굴력 $P_{cr,2}$ 으로 정의한다. 일반적으로 제진기에 사용될 빔은 2 차 좌굴에 대한 안정성을 확보해야 하므로[4], 빔 설계시 2 차 좌굴력에 대한 압축력의 비 $\vartheta = P/P_{cr,2}$ 를 고려하여야 한다.

2.2.4 빔의 강도 해석

빔 유연체에 걸리는 굽힘 모멘트는 빔의 변형 으로부터, 다음과 같이 정의 된다.

$$M(x) = \sum_{k=1}^{n} M_k(x) H_k(x) = \sum_{k=1}^{n} E_k I_k \frac{d^2 w_k(x)}{dx^2} H_k(x) \quad (11)$$

식(11)의 최대값으로부터 빔 내부의 최대 굽힘 모멘트를 구하면, 이로부터 빔의 최대 응력을 구할 수 있다.

$$\sigma_{\max} = \frac{|M_{\max}| d_{\max}}{I_m} + \frac{P}{A_m} \quad (12)$$

$M_{\max}$ 는 빔의 최대 굽힘 모멘트이며, $d_{\max}$ 는 빔의 도심으로부터의 최대 거리, I_m , A_m 은 최대 굽힘 모멘트가 발생하는 부분의 단면 모멘트와 단면적이다. 길이 방향의 빔의 굽힘 모멘트를 압축력에 따라 Fig.5 에 나타내었다. 식 (12)와 같이 구해진 빔의 변형에 따른 최대 응력은 계속적인 빔의 변형에도 소성 변형이 일어나지 않도록 빔 소재의 내구 응력 내에 존재해야 한다.

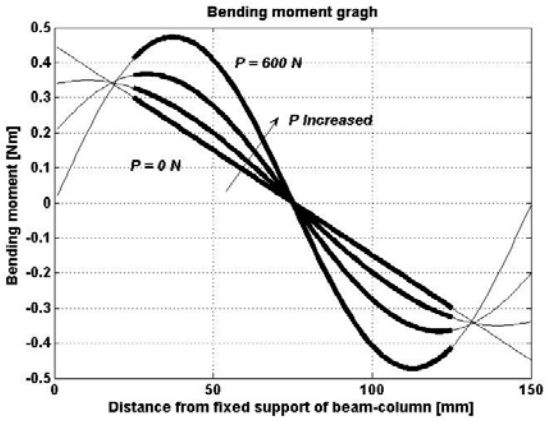

Fig.5. Bending moment graph of beam-column flexure

3. 진동계의 모델링

● 3.1 1 자유도 진동계의 모델링

사각 단면을 갖는 빔 유연체를 이용하여 제진기를 구성할 때 빔의 폭에 대해 두께의 비가 충분히 작다면 빔은 1 자유도의 진동계로 모델링할 수 있고, Fig.6 과 같다. 계의 강성은 복소 강성 계수로 표현할 수 있으며, 이 계의 운동 방정식은 식 (13)과 같이 표현할 수 있다.

$$m\ddot{x}_i(t) + k(1 + j\eta)x_i(t) = F_e(t) \quad (13)$$

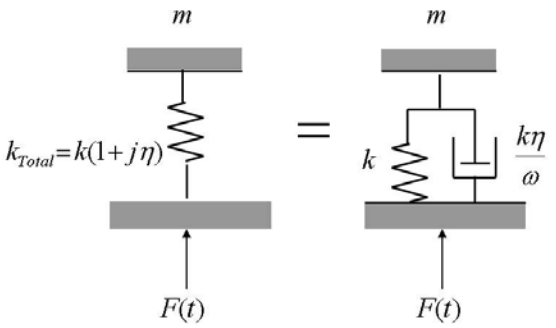

Fig.6. 1 DOF vibration isolator system

조화 가진을 가정하고, 기계 임피던스 법을 이용하면 계의 응답은 다음 식과 같다.

$$\frac{\overline{X}_i}{\overline{F}_e / k} = \frac{k}{(k - m\omega^2) + jk\eta} = \frac{1}{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right) + j\eta} \quad (14)$$

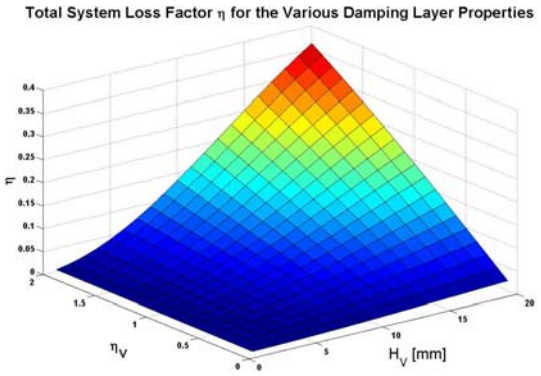

Fig.7. System loss factor η for η_V & H_V

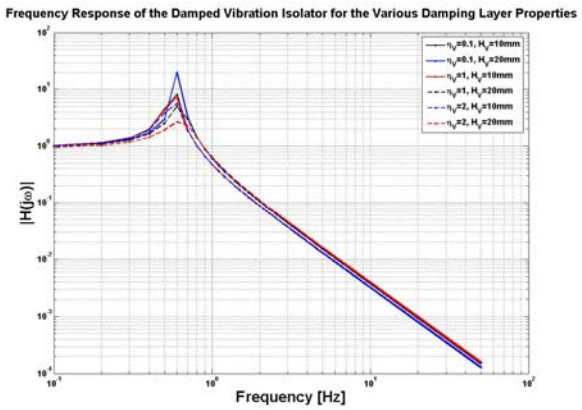

Fig.8. Frequency response of damped vibration isolator for η_V & H_V

식(3)~(10)으로부터, 감쇠층이 부가된 빔 유연체의 복소 강성을 구할 수 있고, 식 (14)로부터 계의 감쇠 정도를 결정할 수 있다. 계의 손실 계수 η 는 빔의 형상과 가해지는 압축력, 그리고 사용되는 점탄성 재질의 물성과 형상에 따라 결정된다.

빔 유연체의 형상과 압축력이 결정되었을 때에 점탄성 감쇠층의 두께 H_V 와 재료의 손실계수 η_V 에 따른 진동계의 손실계수 η 를 Fig.7 에 나타냈고, Fig.8 에는 점탄성 감쇠층의 두께 H_V 와 재료의 손실계수 η_V 에 따른 계의 응답을 보였다.

4. 형상 설계

● 4.1 수직 방향 제진기의 설계

수직 방향 제진기의 개략적인 형상은 Fig.9 와 같고, 수직 방향 제진기의 경우 지지물의 하중을 지지할 수 있는 코일 스프링을 필요로 한다. 이 코일 스프링의 강성을 상쇄시켜 전체 계의 강성을 낮추기 위해 빔 유연체의 강성이 음의 강성이 되도록 압축력을 가한다. 이 때 빔에 가해지는 압축력은 1 차 좌굴력보다 큰 값이 되며, 따라서 2 차 좌굴력에 대해 가해지는 압축력의 비가 중요하다.

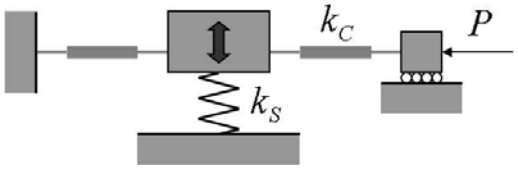

Fig.9. Vertical vibration isolator

설계 조건

- 목표로 하는 제진기의 고유 진동수를 갖도록 빔의 강성이 결정 되어야 한다.
- 2 차 좌굴 모드가 나타나지 않도록 압축력이 가해져야 한다.
- 빔 내부의 최대 응력이 재료의 내구 응력 이내여야 한다.
- 빔에 부가되는 점탄성 감쇠층의 물성과 형상에 의해 계의 감쇠 정도가 결정된다.

설계의 편의를 위하여 점탄성 감쇠층의 재질과 형상을 먼저 결정한다. 그리고 제진기의 전체적인 크기가 정해지면 빔의 전체 길이 L 이 정해지고, 설치 위치 등을 고려하여 빔의 폭 b 를 결정하면, 전체 계의 강성 k 는 빔의 두께 H_B 와 점탄성 감쇠층이 부착된 부분의 길이 l , 그리고 압축력 P 에 관한 함수가 된다.

$$k = k_S - k_C = f(H_B, l, P) \qquad (15)$$

지지물의 하중이 m 이고, 목표 고유 진동수를 f_n 이라 하면, $k = m(2\pi f_n)^2$ 이므로, 설계 조건을 만족시키기 위한 압축력 P 는 H_B 와 l 의 함수가 된다. 이 영역 내에서 가해지는 압축력의 2 차 좌굴력에 대한 비율의 제한 조건과 빔의 내부 최대 응력이 내구 응력 이내에 존재하기 위한 조건을 동시에 만족시키는 영역이 최종 설계 영역이 된다.

● 4.2 수평 방향 제진기의 설계

수평 방향 제진기의 개략도를 Fig.10 에 보였다.

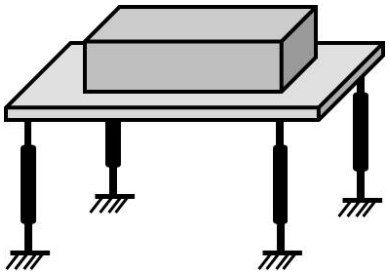
Fig.10. Horizontal vibration isolator

수평 방향 제진기의 경우 지지물의 하중에 의해 압축력이 결정되며, 계가 안정하기 위해서 강성이 0 보다 커야 하므로, 지지물의 하중에 의해 가해지는 압축력은 1 차 좌굴력보다 작아야 한다. 수평 방향 제진기로서 사용되는 유연체는 원형 단면을 갖는 봉재로서 이 때에 점탄성 재질은 봉재에 원주 방향으로 결합시킨다. 기본적인 설계 방법은 수직 방향 제진기와 유사하지만 수평 방향의 경우 압축력이 지지물의 하중에 의해 결정되고, 코일 스프링이 없으므로, 강성은 다음과 같다.

$$k = f(d, l) \qquad (16)$$

역시 지지물의 하중 m 과 목표 고유 진동수 f_n 으로부터 2 차 좌굴력 조건과 최대 응력 제한 조건을 만족시키는 봉재의 지름 d 와 l 의 설계 영역을 찾을 수 있다.

5. 실험 결과 및 분석

● 5.1 실험 장치의 구성

기본적인 가진 실험 장치의 개략도는 Fig.11 과 같다. DA Converter 를 이용해 PC 의 가진 신호를 Linear Motor(LM)에 가해 주고, LM 위에 올려진 빔 유연체가 가진 된다. 가속도계를 이용하여 바닥과 상부 질량의 가속도를 측정하여 다시 AD Converter

를 이용해 PC 에서 이 가속도 신호를 Fourier Transform 한다. 바닥과 상부의 가속도의 비율로부터 계의 주파수 응답을 얻는다.

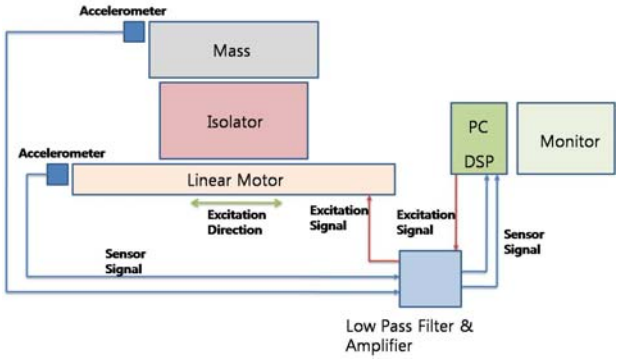

Fig.11. Experimental setup

● 5.2 1 자유도 가진 실험

점탄성 감쇠층이 부착된 사각 단면을 가진 빔 유연체로 구성된 간단한 제진기를 Fig.12 에 보였다.

Fig.12. 1-DOF excite experiments

이렇게 구성된 계의 응답을 해석식의 모의 실험 결과와 비교하고, 또 감쇠층이 없는 비감쇠 계와 비교한 결과를 Fig.13 과 Fig.14 에 보였다. Fig.13 으로부터 계의 특성이 이론값에서 크게 벗어나지 않음을 알 수 있고, 본 논문에서 제안된 설계 방법의 타당성을 확인할 수 있다. Fig.14 의 결과로부터 비감쇠 계에 비해 감쇠 성능이 크게 향상되었음을 확인할 수 있다. 공진역에서의 감쇠뿐 아니라 고주파의 기계적인 진동에 대한 방진 성능 역시 크게 향상되었다는 것을 알 수 있다.

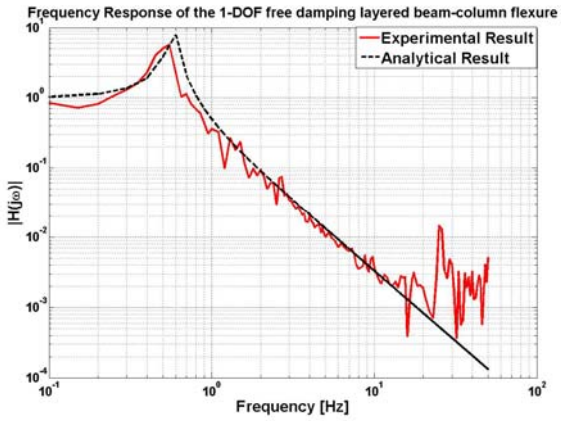

Fig. 13. FRF of 1-DOF damping layered isolator

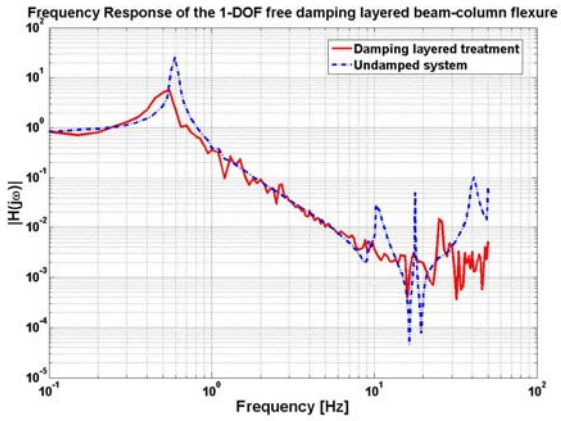

Fig. 14. FRF of 1-DOF damped & undamped isolator

● 5.3 2 자유도 가진 실험

점탄성 감쇠층을 반경 방향으로 결합시킨 원형단면을 가진 빔 유연체를 이용해 Fig.15 와 같이 간단한 2 자유도 제진기를 구성하고, 가진 실험을 수행하여, 계의 응답을 Fig.16 에 보였다. 어느 정도 감쇠 성능이 향상되었음을 확인할 수는 있지만 판재 형태의 빔에 비해 감쇠가 약한 것을 알 수 있다. 원형 단면을 갖는 빔 유연체가 변형할 때 점탄성 감쇠층의 변형량이 크지 않음이 그 이유라고 생각할 수 있다. 감쇠 성능을 더욱 높이기 위해 Fig.1(d)와 같은 형상으로 빔 유연체와 감쇠층을 제작하여 제진기를 구성할 수 있다.

Fig.15. 2-DOF excite experiments

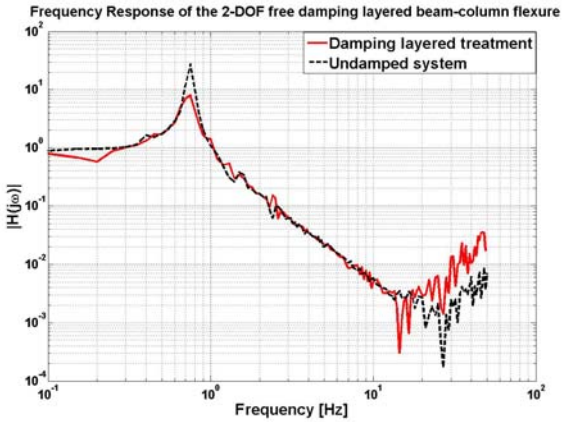

Fig. 16. FRF of 2-DOF damped & undamped isolator

6. 결 론

점탄성 감쇠층이 부가된 빔 유연체의 해석을 통해 저주파 제진기에 새로운 형태의 좌굴 기구의 적용 가능성을 검토하였다. 감쇠 성능 향상을 위한 설계 변수 도출 및 설계 방법을 제시하였으며, 빔 유연체로 이루어진 계의 동특성을 분석하였다. 실험을 통하여 이론을 검증하였으며, 제진기에 사용될 유연체의 성능 향상을 위한 설계 방법이 제시되었다. 이후 실제 사용되는 다자유도 제진기에 설계 내용을 적용해 볼 수 있으리라 기대한다.

참 고 문 헌

(1) Newport Co., http://www.newport.com
(2) Kurashiki Kako Co., http://www.kuraka.co.jp
(3) Tokkyokiki Co., http://www.tokkyokiki.co.jp
(4) 장지욱, “능동 제어형 초저주파 제진기의 설계 및 제어에 관한 연구”, 박사학위 논문, 서울대, 2007
(5) Alan N. Gent., 2001, “Engineering with rubber” *Hanser*, 2nd edition, pp. 74~96.
(6) David I. G. Jones, 2001, “Handbook of viscoelastic vibration damping”, JOHN WILLEY & SONS LTD, pp. 262~268
(7) R. Seshadri, “Active Vibration Control of Beams Using Piezoelectric Actuators,” M.S. Scholarly Paper, Department of Mechanical Engineering, University of Maryland, College Park, MD, 1994