

축대칭 원통 탄성 쉘의 진동음향

Vibroacoustics of Axisymmetric Cylindrical Elastic Shells

박찬일†
Chan IL Park

Key Words : cylindrical shell(원통 쉘), vibroacoustics(진동음향), wall impedance(벽 임피던스).

ABSTRACT

Fluid loading of a vibrating cylindrical shell can change natural frequencies and vibration magnitudes of the shell and a vibrating cylindrical shell can also change acoustic pressure of fluid. The vibroacoustics of fluid-filled cylindrical shells need the coupled solution of Helmholtz equation and governing equation of a cylindrical shell with boundary conditions. This paper proposed the wall impedance of fluid-filled axisymmetric cylindrical shells, focusing on the inner fluid/shell interaction. To propose the impedance, shell displacements used the linear combination of in vacuo shell modes. Acoustic pressure prediction of fluid used Kirchhoff-Helmholtz Integral equation with Green function of the plane mode. For the demonstration of the proposed results, numerical applications on mufflers were conducted.

기호설명

a	shell mean radius
c	acoustic speed of fluid
E	Young's modulus
G	Green function
h	shell thickness
j	complex
k	wave number of fluid
L	shell length
m	modal mass
n	surface normal
p	pressure
S	area
u, v, w	shell displacements in the axial, rotational, radial direction
U, W	Shell displacement amplitudes
V	particle velocity
Z	impedance
∇^2	Laplace operator
η	structural damping
δ	Kronecker delta
ρ	density
ω	circular frequency
ν	Poisson's ratio
Φ	mode
	Subscripts:
s	shell
f	fluid
q	modal index

1. 서론

원통 쉘로 된 원형 흡음 머플러의 음향적인 모델은 기하적인 단순성 때문에 잘 설립되어 있다. 그러나 대부분의 연구들은 원형 머플러의 벽을 강체로 가정하여 원통 쉘의 두께에 대한 내부의 음향 특성을 예측하지 못하고 있다⁽¹⁻⁴⁾. 원통 쉘의 진동 음향 특성은 머플러 이외에도 항공기의 동체, 선박의 선체, 산업용 파이프 및 악기 등 많은 응용분야를 가지고 있다. 특히 이런 원통 쉘이 유체로 채워져 있을 경우에 원통 쉘과 유체의 상호 작용은 쉘의 진동과 음향 분야의 복잡한 연성 관계를 가진다. 쉘의 진동과 유체의 상호 작용은 구조 진동의 크기, 감쇠와 고유 진동수에 큰 영향을 준다. 이러한 쉘에 대한 유체의 하중 효과는 유체의 힘이 일반적으로 평균 유체밀도에 비례하기 때문에 밀도가 큰 유체에서 진동하는 쉘 구조물에서 크나 공기도 상당한 유체 하중효과를 줄 수 있다.

유체로 채워진 쉘의 진동 음향의 연구로 Fuller 와 Fahy⁽⁵⁾는 무한 원통 쉘안의 파 전파를 연구하여, 시스템의 자유파의 에너지 분포와 분산(dispersion)곡선을 조사하였다. Brevart 와 Fuller⁽⁶⁾는 Kennard 의 쉘 운동 방정식을 사용하여 유체로 채워진 무한 원통 쉘의 능동 소음 제어를 해석적으로 연구하였다. 그러나 이들의 논문에서 제시한 유체와 무한 원통 쉘의 수직하지 않은 파의 모드는 유한 원통 쉘의 거동을 묘사하기는 적합하지 않다. 이와 다른 방법으로 Junger 와 Feit⁽⁷⁾는 유체와 쉘의 거동을 비연성계의 모드

† 책임저자; 강릉대학교 정밀기계공학과
E-mail : pci@kangnung.ac.kr
Tel : (033) 640-2392, Fax : (033) 640-2244

로 표현하고, 원통 쉘로부터 외부로 방사되는 파를 묘사하였다. Gautier 와 Tahani⁽⁸⁾는 내부 유체를 가진 유한 원통 쉘의 내부 음압을 결정하기 위해 separate modal expansion 방법을 제안하고 방사 임피던스(radiation impedance)를 결정하였다. Pico et al.⁽⁹⁾은 유체로 채워진 유한 축대칭 쉘의 음향 입력 임피던스를 해석적으로 구하여 쉘 벽의 진동을 검토하였다. 본 연구에서는 외부의 유체의 영향을 무시하고, 내부 유체와 쉘간의 상호 작용만을 검토한다. 이를 위하여 Pico et al.⁽⁹⁾의 해석 경계조건을 일반화하여, 머플러해석과 상용해석 프로그램의 입력조건에 적합한 평면모드에 대해 쉘 벽의 임피던스 식을 제안한다. 이 제안된 식의 수치적인 적용을 위하여, 머플러의 쉘 모델에 벽 임피던스에 영향을 주는 요소의 검토와 쉘 위치와 주파수에 따른 벽 임피던스를 해석한다.

2. 이론

2.1 원통 쉘의 운동방정식

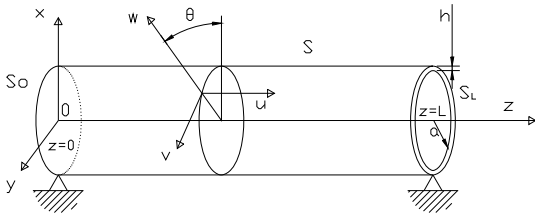


Fig. 1 Coordinate system of a cylindrical shell

본 연구에서는 Fig.1의 좌표계에서 두께 h , 반경 a , 길이 L 의 등방성의 균일한 원통 쉘을 고려한다. 원통쉘의 운동방정식은 Donnell-Mashtari의 식이 사용된다. 원통 쉘의 중립면의 운동은 축방향, 원주방향, 반경 방향의 운동을 각각 나타내는 변위 u , v , w 로 표현된다. 축방향 진동만을 고려하면, 변위 u 와 w 는 원주 방향의 비틀림 운동 v 와 비연성화 된다. 또한 원주 방향으로 가진을 주지 않으면, 원통쉘의 운동방정식은 u 와 w 만의 변위로 다음과 같이 된다^(5,9).

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{v}{a} \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\omega^2}{C_p^2} u = 0, \quad (1)$$

$$\frac{v}{a} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{w}{a^2} + \beta^2 a^2 \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} - \frac{\omega^2}{C_p^2} w = \frac{p(1-\nu^2)}{Eh}, \quad (2)$$

여기서

$$\beta^2 = \frac{h^2}{12a^2}, \quad C_p^2 = \frac{E}{\rho_s(1-\nu^2)}.$$

이 식은 쉘의 양 끝 $z=0, z=L$ 에서 단순 지지된 경계 조건을 갖는다.

2.2 쉘 내부의 음향 지배방정식

쉘 내부는 유체에 의한 압력 p 가 작용한다고 하면 그 지배 방정식은 다음과 같이 Helmholtz 식으로 된다.

$$(\nabla^2 + k^2)p = 0. \quad (3)$$

이 식에 쉘의 표면 S_0, S, S_L 에 일반적인 음향학적 경계조건을 다음과 같이 부여한다.

$$\text{원통쉘의 입구 } z=0 \text{에서 음향수직속도 } V_0, \quad (4)$$

$$\text{원통쉘의 측표면에서의 수직 속도 } \dot{w}, \quad (5)$$

$$\text{원통쉘의 출구 } z=L \text{에서 음압 } p_L. \quad (6)$$

앞서 제시된 원통 쉘의 운동방정식, 쉘 내부의 Helmholtz 식, 단순지지 경계조건과 음향학적 경계조건을 연립하여 유한 원통 쉘 벽의 음향 임피던스를 유도한다.

2.3 원통 쉘의 운동방정식의 해

원통 쉘의 운동방정식과 Helmholtz 식의 연성해를 구하기 위해 진공(in vacuo) 쉘의 모드를 사용한다. 쉘의 가진과 응답이 축대칭이라고 가정하므로, 쉘의 응답은 breathing 모드로 불리는 축대칭 모드 Φ_q 만 고려된다. 이 모드들은 축방향과 반경 방향에서의 연성된 운동만 포함되고, 그 모드 형상은 다음으로 표시된다⁽¹⁰⁾.

$$\Phi_q = \begin{bmatrix} U_q \cos(q\pi z/L) \\ W_q \sin(q\pi z/L) \end{bmatrix}. \quad (7)$$

식(7)을 식(1)과 외력인 압력항이 제거된 식(2)에 대입하면 다음의 식으로 된다.

$$[\Delta][U_q \ W_q]^T = 0, \quad (8)$$

여기서 $[\Delta] =$

$$\begin{bmatrix} -\left(\frac{q\pi a}{L}\right)^2 + \left(\frac{\omega_q}{\omega_a}\right)^2 & \nu\left(\frac{q\pi a}{L}\right) \\ \nu\left(\frac{q\pi a}{L}\right) & -1 - \beta\left(\frac{q\pi a}{L}\right)^4 + \left(\frac{\omega_q}{\omega_a}\right)^2 \end{bmatrix}$$

$$, \omega_a = \frac{1}{a} \sqrt{E/(\rho_s(1-\nu^2))}.$$

고유 진동수는 $|\Delta| = 0$ 에서 다음 식을 얻고 이 식의 해로부터 고유 진동수 ω_q 를 구한다⁽⁹⁾.

$$\left(\omega_q/\omega_a\right)^4 - K_2\left(\omega_q/\omega_a\right)^2 + K_0 = 0, \quad (9)$$

여기서

$$K_0 = (1-\nu^2)(q\pi a/L)^2 + \beta(q\pi a/L)^6,$$

$$K_2 = 1 + (q\pi a/L)^2 + \beta(q\pi a/L)^4.$$

또한 변위크기 U_q 와 W_q 사이의 관계는 식(8)로부터 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{U_q}{W_q} = \frac{\nu(q\pi a/L)}{(q\pi a/L)^2 - (\omega_q/\omega_a)^2}. \quad (10)$$

이 연구에서 $W_q = 1$ 로 두고 식(9)의 두 해를 식(10)에 대입하여 U_q 가 구해지고 모드의 질량가중 수직 관계로부터 모달 질량 m_q 가 얻어진다.

$$\int_S \Phi_q^T \Phi_{q'} \rho_s h dS = m_q \delta_{qq'}, \quad (11)$$

$$\text{여기서 } m_q = \rho_s h \pi a L (U_q^2 + W_q^2).$$

축대칭 쉘의 변위를 $X = [u \ w]^t$ 로 나타내면, 미지의 모드크기 A_q 를 가진 모드들의 선형 조합인 식(12)로, 운동방정식은 식(13)으로 표현된다.

$$X = \sum_{q=1}^{\infty} A_q \Phi_q, \quad (12)$$

$$\rho_s h \sum_q (-\omega^2 + \omega_q^2) A_q \Phi_q = P, \quad (13)$$

여기서 $P = [0 \ p]^t$.

식(13)에서 모드의 수직 성질을 이용하면 다음

과 같이 된다.

$$m_q (-\omega^2 + \omega_q^2) A_q = \langle P | \Phi_q \rangle, \quad (14)$$

여기서

$$\langle P | \Phi_q \rangle = \int_S P^t \Phi_q dS = 2\pi a \int_{z=0}^{z=L} p(z) \sin(q\pi z/L) dz.$$

식(14)에서 구조 감쇠가 도입되면 다음으로 된다.

$$m_q (-\omega^2 + \omega_q^2 (1 - j\eta_q)) A_q = \langle P | \Phi_q \rangle. \quad (15)$$

이 식에서 쉘 내부의 음압 p 가 알려지면, 쉘 모드 크기 A_q 가 정해지고 쉘의 변위 X 가 구해진다.

2.4 쉘 내부의 음압의 해

진동하는 면에서 방출되는 음압은 경계조건과 파동 방정식이 결합된 적분방정식으로 나타낼 수 있으며, 쉘내부의 음압을 구하기 위해 다음의 Kirchhoff-Helmholtz Integral equation 을 사용한다^(11,12).

$$p(z) = \int_S [G \partial p / \partial n - p \partial G / \partial n] dS. \quad (16)$$

이 식을 적용하기 위해 Green 함수가 필요하며, 쉘 벽에서 많은 반사가 일어나고 파가 모든 방향으로 가는 것이 아니라 z 축으로 만으로 방사에너지가 이동하기 때문에 원통 파가이드(wave guide)의 평면 모드를 사용해서 Green 함수를 구성한다⁽¹³⁾.

$$G(z, z_0) = \frac{j}{2k\pi a^2} e^{jk|z-z_0|}. \quad (17)$$

식(17)을 식(16)에 대입하면, 다음의 쉘 내부의 음압은 다음과 같이 된다.

$$p(z) = [A^+ + B^+(z)] e^{jkz} + [A^- + B^-(z)] e^{jk(L-z)}, \quad (18)$$

여기서

$$\begin{aligned} A^+ &= \frac{j}{2k\pi a^2} \int_{s_0} (-j\rho_f \omega) V dS + \frac{1}{2\pi a^2} \int_{s_0} p dS \\ &= \frac{\rho_f c}{2} V(0) + \frac{p(0)}{2}, \end{aligned} \quad (19)$$

$$A^- = \frac{j}{2k\pi a^2} \int_{s_L} (j\rho_f \omega) V dS + \frac{1}{2\pi a^2} \int_{s_L} p dS$$

$$= -\frac{\rho_f c}{2} V(L) + \frac{p(L)}{2}, \quad (20)$$

$$B^+(z) = -\frac{\rho_f c}{a} \int_0^z e^{-jkz_0} \dot{w}(z_0) dz_0, \quad (21)$$

$$B^-(z) = -\frac{\rho_f c}{a} e^{-jzL} \int_z^L e^{jkz_0} \dot{w}(z_0) dz_0. \quad (22)$$

음압 식(18)에 쉘의 양 끝의 압력을 대입하면,

$$p(0) = A^+ + B^+(0) + [A^- + B^-(0)]e^{jzL}, \quad (23)$$

$$p(L) = [A^+ + B^+(L)]e^{jzL} + [A^- + B^-(L)] = p_L. \quad (24)$$

$B^+(0) = B^-(L) = 0$ 이므로 식(24)에서 A^- 를 구하고, 이를 식(23)에 대입하고 다시 식(19)에 대입하여 정리하면 다음의 식들을 얻는다.

$$A^+ = \frac{1}{1+e^{jzL}} [\rho_f c V_o + (B^-(0) + p_L)e^{jzL} - B^+(L)e^{2jzL}], \quad (25)$$

$$A^- = \frac{e^{jzL}}{1+e^{jzL}} [-\rho_f c V_o - B^-(0)e^{jzL} - B^+(L) + p_L e^{-jzL}]. \quad (26)$$

쉘의 변위가 $e^{-j\omega t}$ 의 조화파로 작용하면 쉘 벽의 반경방향 속도는 다음의 모드 성분들에 의해 주어진다.

$$\dot{w}(z) = -j\omega \sum_{q=1}^{\infty} A_q \sin(q\pi z / L). \quad (27)$$

이 식을 식(21), (22)에 대입하면 다음 식이 얻어진다.

$$B^+(z) = \frac{j\rho_f c \omega}{a} \sum_q \frac{A_q}{[k^2 - (q\pi/L)^2]} \times \left[-\frac{q\pi}{L} + \left(jk \sin \frac{q\pi}{L} z + \frac{q\pi}{L} \cos \frac{q\pi}{L} z \right) e^{-jzL} \right], \quad (28)$$

$$B^-(z) = \frac{j\rho_f c \omega}{a} \sum_q \frac{A_q}{[k^2 - (q\pi/L)^2]} \times [(-1)^q \frac{q\pi}{L} + \left(jk \sin \frac{q\pi}{L} z - \frac{q\pi}{L} \cos \frac{q\pi}{L} z \right) e^{jzL}]. \quad (29)$$

쉘 내부의 음압은 쉘의 탄성 진동에 의한 음압과 쉘이 강체로 되어 음향 경계 조건만에 의해 발생하는 음압의 합으로 표현될 수 있다. 입구 속도 가진 V_o 와 출구 압력 p_L 에 의한 강체 쉘에서 생성되는 음압은 (25), (26), (28), (29)에

$A_q = 0$ 를 대입하여 식(18)에 적용함으로써 다음 식으로 주어진다.

$$P_{rigid}(z) = -j\rho_f c V_o \frac{\sin k(L-z)}{\cos kL} + p_L \frac{\cos kz}{\cos kL}. \quad (30)$$

한편 쉘 벽의 탄성 진동만에 의한 음압은 $V_o = p_L = 0$ 를 대입함으로써 다음 식으로 주어진다.

$$P_{elastic}(z) = -\frac{2\rho_f c \omega}{a} \sum_q \frac{A_q}{[k^2 - (q\pi/L)^2]} \times \left[\frac{q\pi \sin k(L-z)}{L \cos kL} + k \sin \frac{q\pi}{L} z \right]. \quad (31)$$

2.5 쉘 벽의 임피던스

쉘의 응답은 식(15)의 우변의 압력에 의한 일반화된 힘의 가진에 의해 구할 수 있다. 이 일반화된 힘은 강체 쉘의 음압과 탄성 쉘의 음압을 분리하여 다음과 같이 각각 구한다.

$$\begin{aligned} \langle P_{rigid} | \Phi_q \rangle &= 2\pi a \int_{z=0}^{z=L} p_{rigid}(z) \sin(q\pi z / L) dz \\ &= 2j\rho_f c V_o \pi a \tan kL \frac{q\pi / L}{k^2 - (q\pi / L)^2} \\ &\quad + \frac{\pi a p_L}{\cos kL} [(-1)^q \cos kL - 1] \frac{q\pi / L}{k^2 - (q\pi / L)^2}, \quad (32) \end{aligned}$$

$$\langle P_{elastic} | \Phi_q \rangle = j\omega \sum_{q'} Z_{qq'} A_{q'}. \quad (33)$$

여기서 임피던스 $Z_{qq'}$ 는 내부 방사 임피던스라고 하며, 유체에 의한 쉘모드들의 상호작용을 묘사하는 $q \neq q'$ 인 상호 임피던스(mutual impedance)와 $q = q'$ 인 자체 임피던스(self impedance)로 구분되며, 다음 식으로 각각 주어진다⁽⁹⁾.

$$Z_{qq'} = -j\rho_f c (2\pi a L) \frac{2(q\pi / L)(q'\pi / L) \tan kL}{aL[k^2 - (q\pi / L)^2][k^2 - (q'\pi / L)^2]}, \quad (34)$$

$$Z_{qq} = -j\rho_f c (2\pi a L) \left[\frac{2(q\pi / L)^2 \tan kL}{aL[k^2 - (q\pi / L)^2]^2} - \frac{k}{a[k^2 - (q\pi / L)^2]} \right]. \quad (35)$$

이 식들을 식(15)에 대입하여 정리하면 다음의 식을 얻는다.

$$(-m_q \omega^2 + m_q \omega_q^2 (1 - j\eta_q) - j\omega Z_{qq}) A_q = \left\langle P_{rigid} \middle| \Phi_q \right\rangle + j\omega \sum_{q \neq q'} A_{q'} Z_{qq'} . \quad (36)$$

이 식에서 모드 크기가 얻어지고 그 결과를 식 (31)에 대입하면 탄성 쉘만의 음압이 구해진다. 그러면 쉘의 탄성 효과만에 의한 벽의 임피던스는 식(27)로 식(31)을 나누어서 다음 식으로 구해진다.

$$Z = \frac{P_{elastic}(z)}{\dot{w}(z)} . \quad (37)$$

3. 수치적용 및 토의

3.1 쉘의 고유진동수 및 모드

본 해석 결과의 검증을 위하여 Pico et al.⁽⁹⁾ 이 사용한 반경 7.12mm, 길이 0.5m, 두께 0.5mm의 강제 파이프($\rho_s = 7800 \text{kg/m}^3$, $E = 210 \text{GPa}$, $\nu = 0.29$)를 사용하여 고유 진동수를 계산한 결과 $q=1$ 의 첫번째 고유 진동수는 5.188 kHz, $q=2$ 의 첫번째 고유진동수는 10.374 kHz로 Pico의 논문과 일치하였다.

반경 82.2mm, 길이 257.2mm의 강제 머플러 팽창부의 Selamet et al.⁽⁴⁾ 쉘 데이터에 1.2mm, 1.0mm, 0.8mm 세 종류의 두께에 대한 고유 진동수와 모드를 계산하였다. 그 결과, 모달 질량은 1.226kg, 1.022kg, 0.818kg으로 감소되지만, 고유진동수는 8.863kHz, 11.947kHz, 모드는 0.986, -1.014로 동일하여, 두께에 대한 주파수의 영향은 없었다. 이것은 본 해석이 평면 모드로 한정하여 평면모드는 두께를 반영하는 요소가 없기 때문으로 사료된다. 또한 팽창부와 연결된 파이프의 반경 24.5mm, 길이 257.2mm 두께 1.2mm에 대해 계산된 고유 진동수는 10.046 kHz, 35.364kHz이었다.

3.2 상호 임피던스와 참여모드의 영향

벽의 임피던스를 계산하기 위한 해석 데이터로 구조감쇠는 0.01, 입력속도는 머플러의 평균 흐름을 나타내는 0.6m/s ⁽¹⁾, 출구의 압력을 100kPa, 쉘의 내부 유체는 공기($\rho_f = 1.21 \text{kg/m}^3$, $c = 343.21 \text{m/s}$)로 하고, 쉘은 반경 82.2 mm, 길이 257.2mm, 두께 1.2mm로, 재질은 강으로 하였다. 3kHz에서 상호 임피던스를 고려한 경우와 아닌 경우에 쉘의 z 좌표를 쉘의 길이로 나눈 쉘 상대 위치에 따른 원통 쉘 벽의 임피던스를 계산한 결과, 상호 임피던스는 벽 임피던스에 큰 영

향을 주지 않았다. 따라서 자체 임피던스만을 고려하여 벽 임피던스를 계산하여도 충분한 결과를 줄 수 있다.

참여모드의 개수에 대한 벽 임피던스의 영향을 알기 위해 참여한 모드 수 5, 10, 15, 20로 3kHz에서 벽 임피던스를 계산하였고 그 결과를 Fig.2에 도시하였다. 모드 5개로 계산한 결과는 10개 이상으로 계산한 결과들과 차이를 보였고 3kHz에서는 10개 이상으로 계산하여야 벽 임피던스의 정확한 결과를 준다.

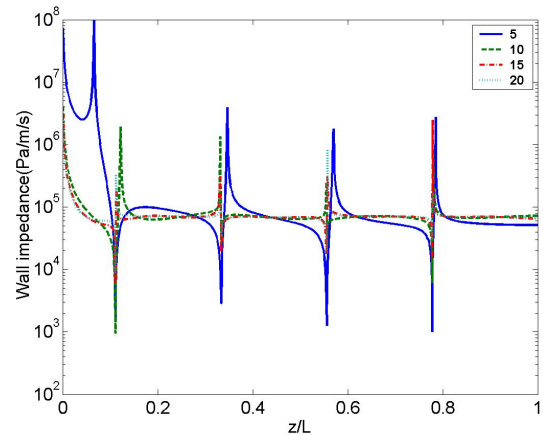


Fig. 2 Effect of a number of modes on wall impedance

3.3 쉘 위치와 주파수에 의한 벽 임피던스

주파수에 따른 벽 임피던스의 결과를 보기 위해 1, 2, 3kHz에서 참여모드를 10개로 하고, 쉘 상대 위치에 따른 벽의 임피던스 계산 결과를 Fig.3에 나타내었다. 그 결과 고주파가 됨에 따라 길이에 따른 변화가 심하고 피크가 증가함을 볼 수 있다.

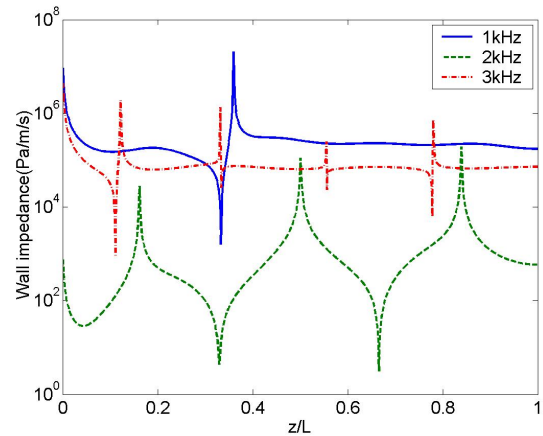


Fig. 3 Wall impedance of shell relative positions

쉘 위치에 따라 벽 임피던스의 결과를 보기 위해 쉘 길이의 0.25, 0.5, 0.75에서 참여모드를

10 으로 하고 주파수에 따른 벽의 임피던스 계산 결과를 Fig.4 에 나타내었다. 그 결과, 위치에 따라 많은 음향모드와 연관된 피크가 존재함을 알 수 있다.

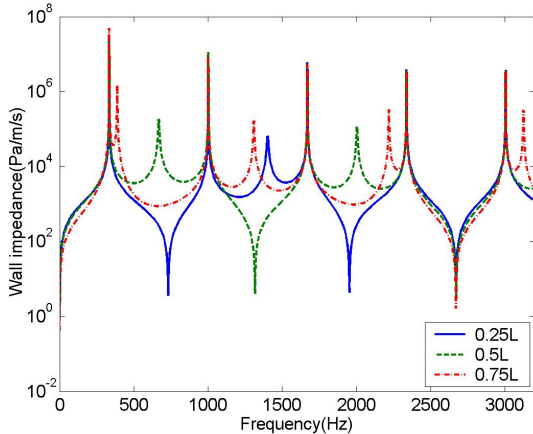


Fig. 4 Frequency characteristics of wall impedance

4. 결론

본 연구는 유체로 채워진 유한 축 대칭 탄성 원통 쉘의 진동 음향 특성을 알기 위해, 유체와 쉘간의 상호 작용을 쉘의 운동방정식과 Helmholtz 식의 연성 해를 구하였다. 이를 위해 유한 원통쉘의 진동 음향거동을 진공의 쉘 모드의 선형 조합으로 표현하고, 평면모드에 대해 Kirchhoff-Helmholtz Integral equation 을 사용하여 쉘 내부의 음압을 구하고, 쉘 벽의 임피던스를 유도하였다. 유도된 식을 이용하여, 쉘의 고유진동수를 계산하여 이전에 보고된 논문과 일치함을 보이고, 상호 임피던스와 참여 모드 수에 대한 벽 임피던스의 영향을 조사하였으며, 주파수와 쉘의 위치에 따른 벽 임피던스의 변화를 해석 하였다.

후 기

본 연구는 강릉대학교 지원에 의해 연구되었다.

참고문헌

(1) Cummings A. and Chang, I.J., 1988, "Sound Attenuation of a Finite Length Dissipative Flow Duct Silencer with internal mean flow in the absorbent," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 127, pp. 1~17.
 (2) Peat, K. S., 1991, "A Transfer Matrix for an Absorption Silencer Element," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 146, pp. 353~369.
 (3) Kirby, R., 2001, "Simplified Techniques for Predicting the Transmission Loss of a Circular Dissipative Silencer,"

Journal of Sound and Vibration, Vol. 243, No. 3, pp. 403~426.
 (4) Selamet, A., Xu, M.B., Lee, I. J. and Huff, N. T., 2004, "Analytical Approach for Sound Attenuation in Perforated Dissipative Silencers," *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 115, pp. 2091~2099.
 (5) Fuller, C.R., Fahy, F.J., 1982, "Characteristics of wave propagation and energy distribution in cylindrical elastic shells filled with fluid," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 81(4), pp. 501~518.
 (6) Brevart, B.J. and Fuller, C.R., 1993, "Active control of coupled wave propagation in fluid-filled elastic cylindrical shells," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 94(3), pp.1467~1475.
 (7) Junger, M.C., Feit, D., 1986, *Sound Structures and their Interaction*, second ed. MIT press, Cambridge.
 (8)Gautier, F. and Tahani, N., 1998, "Vibroacoustics of cylindrical pipes: internal radiation modal coupling," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 215, pp. 1165~1179.
 (9) Pico, R., Gautier, F., Redondo, J. 2007, "Acoustic input impedance of a vibrating cylindrical tube," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 301, pp. 649~664.
 (10) Soedel, W., 1993, *Vibrations of shells and plates*, second ed., Marcel Dekker, New York.
 (11) Pierce, A., 1991, *Acoustics*, the Acoustical Society of America, New York.
 (12) Fahy, F. and Gardonio, P., 2007, *Sound and structural vibration*, second ed., Elsevier, Amsterdam.
 (13) Morse, P.M and Ingard, K.U.,1968, *Theoretical Acoustics*, McGraw-Hill, New York.
 (14) Morse, P.M., 1949, *Vibration and Sound*, the Acoustical Society of America, New York.
 (15) Munjal, M.L., 1987, *Acoustics of Ducts and Mufflers*, Wiley-Interscience, New York.