적합직교분해법을 이용한 복잡한 동적응답의 선형화 모델링 기법

Linearized Modeling Technique for Complex Dynamic Responses Using Proper Orthogonal Decomposition

이 수 일*·홍 상 혁** Soo II Lee and Sang Hyuk Hong

Key Words: Proper Orthogonal Mode(적합직교모드), Microcantilever(마이크로캔틸레버), Nonlinear Vibration(비선형진동)

ABSTRACT

Proper orthogonal decomposition is a statistical pattern analysis technique for finding the dominant components, called the proper orthogonal modes, in ensembles of spatially distributed data. We present recent ideas based on proper orthogonal decomposition (POD) and detailed experiments that yield new perspectives into the microscale structures. The linearized modeling technique based on POD is very useful to show the principal characteristics of the complex dynamic responses.

1. 서 론

적합직교모드(POM: proper orthogonal mode)는 큰 자유도계나 여러 가지 복잡한 물리 현상이 연성된 계의 해석에서 주된 요소(principal component)를 효 과적으로 추출할 수 있게 해 주는 방법[1]으로 최 근 일반적인 구조시스템 뿐 아니라 AFM 등 미소 시스템 등과 관련한 응용사례가 보고되고 있다. Kerschen 등[2] 은 선형과 비선형 모델의 구조시스 템을 모델링하여 해석하였으며, Azeez 등[1] 은 캔 틸레버의 끝단에 작용하는 충격에 의해 발생하는 복잡한 진동 현상을 몇 개의 POD 모드로 해석한 결과를 보여주었다. 또, Li 등[3]은 AFM 프로브에 부착된 복잡한 고분자의 진동 특성을 POM 으로부 터 동정 (identification)하는 연구를 진행하였다.

그러나 AFM 마이크로캔틸레버와 같은 미소구 조물에서 비선형 작용력에 의한 복잡한 진동현상 의 주요 특성에 대한 노력은 부족하다고 할 수 있 다. 특히 POD 방법을 통하여 복잡한 비선형 응답 으로부터 주요성분을 추출하고 선형화 하는 모델 링 기법에 대한 연구는 복잡한 모델을 단순화하여 주요 특성 분석과 해석을 진행하기 위한 기본 단 계에 해당한다고 할 수 있다.

따라서 본 연구에서는 실제 이용되는 AFM 마이

| * | (Corresponding Author) |
|---|-----------------------------|
| | 서울시립대학교 기계정보공학과 |
| | E-mail : leesooil@uos.ac.kr |
| | 서우미하고 미하의 기계하고고하 |

** 서울대학교 대학원 기계항공공학과

크로캔틸레버의 비선형 응답을 측정하여 직교적합 모드(proper orthogonal mode)를 추출하고, 모드 특 성에 따른 MAC(modal assurance criterion)값 비교를 통하여 추출된 모드의 특성 비교를 시도하였다.

2. 실 험

미소구조물의 복잡한 진동현상 측정을 위하여 우선 Fig. 1 과 같은 AFM 마이크로캔틸레버에 대 하여 등간격으로 5 개 측정점을 설정하였다. 이용 된 마이크로캔틸레버 팁은 Olympus OMCL-AC240TS 로 제원은 Table 1 과 같다. 이 때 캔틸레 버 팁의 기저부 가진이 이루어질 때 AFM 의 기본 레이저 측정기구를 활용하여 각 점 별로 시간 응 답을 측정한다.



Fig. 1 AFM microcantilever in measurement

| microcantinever | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------|--|--|--|--|--|
| Descriptions | Nominal values | | | | | |
| Tip radius (nm) | 10 | | | | | |
| Tip height (μm) | 14 | | | | | |
| Cantilever thickness (nm) | 2.8 | | | | | |
| Cantilever length (µm) | 240 | | | | | |
| Cantilever width (µm) | 30 | | | | | |
| Spring constant (N/m) | 1.8 | | | | | |
| 1 st resonance freq. (kHz) | 70 | | | | | |
| 2 nd resonance freg. (kHz) | 390 | | | | | |

 Table 1 Dimensions and properties of the microcantilever





기본적으로 캔틸레버 팁의 1 차 및 2 차 고유진 동수 가진을 통하여 공진 모드의 위치별 신호를 측정용 PC 에 장착된 2 채널 고속 데이터 수집장 치(NI-5122)를 통해 저장한다. 각 채널에서 수집되 는 데이터는 Fig. 2 와 같이 캔틸레버 기저부 가진 신호와 캔틸레버 측정점에서 들어오는 레이저 변 위 신호에 해당하는 PSD(position sensitive detector) 신호이다. 일반적으로 AFM 에서 팁의 변위를 측 정하는 데는 1 개의 레이저 빔을 사용하는 것이 일반적이어서 동시에 다중 빔으로 5 개 측정점을 커버하도록 구현하는 것이 쉽지 않다. 따라서 본 연구에서는 개별 진동 특성이 정상상태라고 가정 하고 캔틸레버의 각 측정점에서 순차적으로 측정 한 신호를 가진신호를 기준으로 위상(phase)을 일 치시켜 이후 처리를 진행하였다.

Fig. 3 은 AFM 팁이 HOPG(highly oriented pyrolytic graphite) 샘플 표면과 PDMS(polydimethylsiloxane) 표면 상을 비접촉/간헐접촉 진동 시 팁 변위의 주파수 특성을 나타낸다. 기본적으 로 해당 공진모드의 피크와 고차 조화성분이 잘 나타나는 것을 알 수 있다. 단지 샘플의 특성에 따라 피크의 크기에서 미소한 차이가 발생함을 알 수 있다.



Fig. 3 Frequency spectrum of the tip deflection signals with and without tapping: (a) at the first resonance; (b) at the second resonance.

적합 직교 분해법(POD)과 모달 평가 기준(MAC)

Karhunen-Loeve 변환으로도 알려져 있는 적합직 교 분해법(POD: proper orthogonal decomposition)은 실험 등으로 구한 일단의 앙상블(ensemble) 데이터 로부터 직교성을 보장하는 주 기저 함수(principal basis function) 성분을 추출하는 방법으로 적합직교 모드(POM)와 적합직교값(POV)를 구하게 된다.[3] 이 때 POV 는 해당 POM 이 차지하는 상대적인 동적 에너지 비중을 뜻한다.

먼저 다음과 같이 *m* 개의 측정점에서 *n* 번 샘플 된 신호 값을 갖는 앙상블 행렬 Q를 구성하면 다 음과 같다.

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_1(t_1) & \cdots & q_1(t_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ q_m(t_1) & \cdots & q_m(t_n) \end{bmatrix} = [\mathbf{q}(t_1) & \cdots & \mathbf{q}(t_n)]^T \qquad (1)$$

이로부터 공분산 관계행렬 G 를 구하면 다음과

같다.

$$\mathbf{G} = \frac{1}{n} \mathbf{Q} \mathbf{Q}^T \tag{2}$$

다음으로는 G 로부터 고유치와 고유벡터를 구 하면 각각 POV 와 POM 이 되는 것을 확인할 수 있다.

이 때 각 모드 별로 구해지는 POM 의 특성을 파악하기 위해 선형모드 이론에서 유도되는 MAC 값을 구하여 적용하여 보았다. 이는 기준 모드와 비교 모드 사이의 차이를 정량화 해주는 수치로 실제 측정에서 추출된 모드가 얼마나 차이가 있는 지를 알 수 있게 해주는 지표로 간주할 수 있다. 이 때 MAC 값을 계산하는 식은



와 같고, (ψ_R) 와 (ψ_X) 는 각각 기준 모드벡터와 비교 모드벡터를 나타낸다.

4. 결 과

실험 결과 추출된 각 경우의 POM 은 Fig. 4 와 5 에 나타낸 것과 같다. 특히 Fig. 4(a)와 5(a)에 나타 난 것과 같이 1 차와 2 차의 해당 공진모드에서 뚜 렷한 POM 을 얻을 수 있었다. 그러나 AFM 에서 캔틸레버 변위를 측정하는 레이저 기구의 특성에 의하여 실제 변위(청색선) 모드형상이 아니고 기 울기 각(slope angle)에 해당하는 각변위(적색선) 모 드형상이 얻어짐을 알 수 있다. 그리고 가진 모드 보다 고차모드에서는 추출된 POM 이 선형모드로 부터 상당히 흐트러져 나타나고, 비접촉/간헐접촉 모드에서는 샘플의 특성에 따라서도 POM 이 변화 함을 을 알 수 있다. 그리고 해당 POM 의 POV 값 을 Table 2 에 나타내었는데 이로부터 추출된 POM 의 상대적인 에너지 점유비중을 파악할 수 있다.

또한 자유 상태 공진모드에서의 POM 을 기준모 드로, 비접촉/간헐접촉 모드를 비교모드로 하여 MAC 값을 계산하여 비교한 결과는 Fig. 6 및 7 과 같다. Fig. 6 에서와 같이 1 차 공진모드는 기준 모 드와 비교모드는 어느 경우나 잘 일치함을 알 수 있으나,(MAC 값이 1.0 에 가까움) Fig. 7 에서 2 차 공진모드는 가진 모드에서는 잘 일치하나 고차모 드에서는 접촉 샘플의 특성에 따라 그 패턴이 다



Fig. 4 The POMs at the 1st resonance (excitation at 390 kHz) with tapping on HOPG (red \blacktriangle) and PDMS (black \blacktriangledown), and without tapping (blue \bullet).

| Table 2 | POVs with respect to the samples and t | he |
|---------|--|----|
| | resonance. | |

| Excitations and tapping surfaces | | POV (%) | | | |
|----------------------------------|------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| | | 1 st | 2 nd | 3 rd | 4^{th} |
| 1 st | FREE | 99.75 | 0.21 | 0.03 | 0.01 |
| resonance | HOPG | 93.58 | 6.38 | 0.02 | 0.01 |
| resonance | PDMS | 91.71 | 8.25 | 0.02 | 0.01 |
| and | FREE | 91.56 | 8.27 | 0.09 | 0.06 |
| Z | HOPG | 85.62 | 14.11 | 0.19 | 0.05 |
| resonance | PDMS | 84.07 | 15.75 | 0.07 | 0.06 |



Fig. 5 The POMs at the 2^{nd} resonance (excitation at 390 kHz) with tapping on HOPG (red \blacktriangle) and PDMS (black \blacktriangledown), and without tapping (blue \bullet).

5. 결 론

본 연구에서는 POD 기법과 MAC 값 계산을 통 하여 AFM 마이크로캔틸레버 팁과 같은 미소구조 물의 복잡한 비선형 진동 특성을 유한 개의 유효 한 선형 직교모드로 추출하였고, 그 진동특성의 차이를 정량적으로 도시하였다. 즉, 이러한 실험적 적합직교모드 추출을 통하여 복잡한 동적 응답을 나타내는 복잡한 구조물의 특성이라도 효과적으로 모델링할 수 있는 가능성을 확인하였다고 할 수 있다. 향후 개별 모드의 정량적 비교와 함께 저차 원(low dimension) 모델링을 통한 현상의 기본적인 이해를 도울 수 있을 것으로 판단된다.



Fig. 6 MAC with respect to the samples at the 1st resonance: (a) HOPG, (b) PDMS.



Fig. 7 MAC with respect to the samples at the 2nd resonance: (a) HOPG, (b) PDMS.

참고문헌

- Azeez, M. F. A. and Vakakis, A. F., 1998, "Proper orthogonal decomposition of a class of vibroimpact oscillators," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 240, pp. 859-889.
- (2) Kerschen G. and Golinval, J. C., 2002, "Physical interpretation of the proper orthogonal modes using the singular value decomposition," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 249, pp. 849-865.
- (3) Li, A. and Dowell, E. H., 2006, "Modal reduction of mathematical models of biological molecules", *Journal of Computational Physics*, Vol. 211, pp262-288.