

주변 음장과 연동하는 탄성 구조체의 감쇠 효과

Damping Effects of a Flexible Structure Interacting with Surrounding Acoustic Fluid

이문석† · 박윤식* · 박영진**
MoonSeok Lee, Youn-sik Park and Youngjin Park

Key Words : External acoustic - structure interaction, damping effect.

ABSTRACT

A flexible structure submerged in acoustic fluid is affected by its surrounding fluid. In transient response of a submerged structure, the coupled effect between structures and surrounding fluid emerges as damping and added mass at early and late time, respectively. Therefore, the characteristics of submerged structure such as natural frequencies and damping coefficients are changed by its surrounding fluid. In this paper, the analytic modal equation of a spherical shell surrounded by water and air is dealt with. Through the example, the damping coefficients and natural frequencies of flexible structures are studied for various external acoustic fluid and structures.

- 기호설명 ————
- a : radius of a sphere
 - c/c_s : sound speed in fluid/structure
 - E : Young's modulus of structure
 - G^T : transformation matrix from structure mesh to those wet-surface mesh
 - h : thickness of a spherical shell
 - P_n : n^{th} order Legendre polynomial
 - n : Legendre polynomial order
 - p^S / p^I : scatterd/incident pressure
 - u^S / u^I : scatterd/incident velocity
 - n : normal vector at Q
 - v/w : meridional/radial displacement
 - ρ / ρ_s : density of fluid/structure
 - ϕ : velocity potential
 - κ_n : n^{th} order spherical bessel function of the 3^{rd} kind
 - ν : Poisson's ratio

1. 서론

고체 구조물과 주변 음장과의 연동 문제는 1950

년대 이래로 많은 연구자들에 의해 연구되어 왔다 [1-3]. 특히, 물 속에 잠긴 탄성의 얇은 shell 은 외부 유체에 의해 많은 영향을 받으며, 이로 인해 잠수함과 같이 물 속에 잠긴 구조물의 해석에서는 매우 중요하게 구조물과 외부 음장 사이의 연동 현상을 다루어 왔다. 이 경우, 구조물은 외부의 음장에 의해 고유진동수와 감쇠력과 같은 동특성이 변하게 되며, 그에 따라 충격과 같은 입력에 따른 과도 응답의 특성도 변하게 된다. 하지만, 이런 구조물과 외부 음장 사이의 연동 현상은 매우 복잡하여 모든 주파대역에 따른 특성을 정확히 예측해 내기 힘들다. 그래서, 고주파와 저주파의 특성을 고려한 plane wave approximation[4]과 virtual mass approximation[5]이 제안되었다. 이는 실제의 고주파에서의 감쇠 효과와 저주파에서의 added mass 효과를 나타내며, 이를 통해 외부 음장과 결합한 구조물의 감쇠력과 고유진동수를 변화를 예측할 수 있다.

기존에 이런 연동 현상은 잠수함과 같은 밀도가 높은 유체 둘러싸인 구조물에 대해서는 많은 연구가 진행되었다. 하지만, membrane 과 같은 공기 중의 매우 얇은 구조 경우도 이런 연동 현상이 매우 큼에 불구하고, 공기의 밀도가 매우 낮은 관계로 이런 효과들을 무시해 왔다.

본 연구에서는 외부 음장이 물과 공기와 같이 그 특성이 변함에 따라 구조물에 미치는 영향이 어떻게 변하는지를 살펴보고자 한다. 이를 위해, 실제 해석 해가 존재하는 구체의 modal equation 을 이용하여 물 속과 공기 중에서의 과도 응답을 살펴보고, 또한, 자유 진동 특성을 보여주는 결합된 시스템의 characteristic equation 의 pole 의 움직임을 통해, 외부 음장과 연동하는 구체의 고유진동수와 감쇠력을 알아보고, 이를 물리적으로 살펴보고자 하겠다.

† 이문석; KAIST 기계공학과 Novic
E-mail : esteban@kaist.c.kr
Tel : (042) 869-3060, Fax : (042) 869-8220
* KAIST 기계공학과 Novic
** KAIST 기계공학과 Novic

2. External acoustic – structure interaction

2.1 External acoustic - structure interaction

고체 구조물과 음장은 관심 있는 물리적인 값이 서로 다르며, 또한 그에 따른 지배 방정식도 다르다.

고체 구조물은 다음과 같은 2 차의 운동 방정식 (1) 에 의해 그 운동이 정의되며,

$$M\ddot{x} + Kx = f \quad (1)$$

음장의 경우는 wave equation (2)에 정의 된다.

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{c^2} \ddot{\phi} \quad (2)$$

이 때, 외부 음장과 접하는 구조물의 표면에서는 비록 불연속적인 물성치를 가지고 있지만, 각각의 물리적 변수들은 여전히 연속적인 값을 가진다. 이 때의 외부 압력은

$$p = p^I + p^S \quad (3)$$

과 같이 입사파와 산란파의 압력의 합으로 표현되며, 구조물 표면의 수직 방향 속도도 다음과 같은

$$G^T \dot{x} = u^I + u^S \quad (4)$$

geometric compatibility condition 으로 입사파와 산란파의 속도의 합으로 표현된다. 이를 통해, 구조물의 운동 방정식과 외부 음장의 wave equation 은 서로 결합한다.

2.2 외부 음장과 연동하는 구체

외부 음장과 연동하는 구조물은 이전에도 많은 연구자에 의해 연구되어 왔다. 그 중, 구체의 wave equation 의 Laplacian 은 spherical coordinate 에서 그 해석해가 존재하기 때문에, Legendre polynomial 의 modal equation[3]형태로 그 해석해가 계산되었다. 또한, spherical shell 의 경우도, shell 의 두께가 얇다는 조건하에 Legendre polynomial 형태의 modal equation[6]이 존재한다. 본 논문에서는 식 전개 of 명료성을 위해 Fig 1 의 구의 변수들을 길이는 a, 시간은 a/c, 음압은 ρc^2 로 정형화하여, 앞으로 무 차원의 식과 변수를 사용하도록 하겠다.

(1) 외부 음장과 연동하는 구체의 modal equation

Spherical coordinate 에서 구체에 의한 산란파는 Legendre polynomial 과 modified spherical Bessel function of the third kind 의 함수로 표현할 수 있다. 이 때의 음압과 particle 의 속도는

$$\overline{p}^s(s, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \overline{p}_n^s(s) P_n(\cos \theta) \quad (5)$$

$$\overline{u}^s(s, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \overline{u}_n^s(s) P_n(\cos \theta)$$

과 같이 Legendre polynomial series 로 전개되며, overline 은 Laplace transformed value 를 의미한다. 이 음압과 particle 의 속도는 Legendre polynomial order 별로

$$\overline{p}_n = \frac{\kappa_n(s)}{\kappa_n'(s)} \overline{u}_n(s) \quad (6)$$

과 같은 임피던스 관계를 가진다.

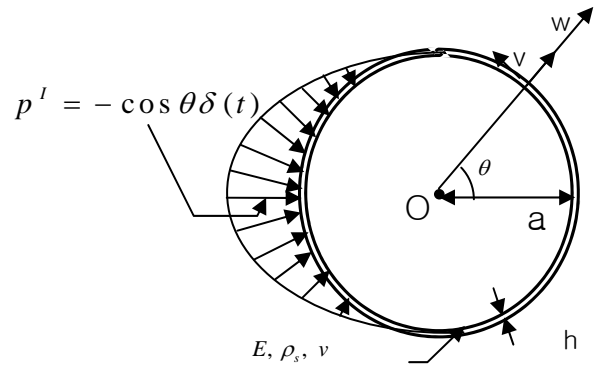


Fig. 1 cosine 형태의 충격을 받는 구체

또한, 구체의 radial 과 meridional 방향의 변위도

$$w(t, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} w_n P_n(\cos \theta), \quad v(t, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} v_n \frac{\partial}{\partial \theta} P_n(\cos \theta) \quad (7)$$

과 같이 Legendre polynomial 로 전개되며, 이 때 외부 음장과 결합한 구체의 modal 형태의 운동방정식[6]은

$$\begin{pmatrix} \lambda_n s^2 + A_n^{vv} & A_n^{vw} & 0 \\ A_n^{vw} & s^2 + A_n^{ww} & \mu \\ 0 & -s \kappa_n(s) & \kappa_n'(s) \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} v_n \\ w_n \\ p_n^s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -\mu p_n^I \\ -\kappa_n(s) u_n^I \end{Bmatrix} \quad (8)$$

$$A_n^{vv} = \lambda_n (1 + \beta) \xi_n \gamma_0, \quad A_n^{vw} = \lambda_n (1 + \nu + \beta \xi_n) \gamma_0$$

$$A_n^{ww} = [2(1 + \nu) + \lambda_n \beta \xi_n] \gamma_0$$

$$\mu = (\rho / \rho_s)(a / h), \quad \gamma_0 = c_0^2 / c^2$$

$$\beta = (h / a)^2 / 12, \quad \xi_n = \lambda_n - 1 + \nu$$

로 표현된다.

이 식을 이용하여, 알고 있는 입사파의 압력과 particle 속도를 대입하면, 그 때 구체 표면에서의 변위와 압력을 구할 수 있다.

3. Numerical simulation

앞에서 구한 구체의 modal equation 을 이용하여, 외부 음장의 물성치에 따라 구조물의 특성이 어떻게 변하는지를 살펴보도록 하겠다. 이 때의 물성치는 물 속에선 $\rho_s/\rho=7.7$, $c/c_s=3.8$, 공기 중에선 $\rho_s/\rho=6417$, $c/c_s=15.2$ 로 주워졌다.

3.1 구체의 과도 응답 특성

물 속에 잠긴 구조물의 과도 응답은 잠수함의 충격 해석 등에서 매우 중요하게 다루어지고 있으며, 주파수 특성에서 볼 수 없는 특성들을 시간 영역에서 살펴볼 수 있다.

본 연구에선, Fig. 1 과 같이 cosine type 의 충격에 대한 구체에 과도응답을 살펴본다. 이 경우, Fig. 2 와 같이 초기 응답이 활발하게 변하면서 여러 모드들이 가진되고, 시간이 지남에 따라 주기성을 가지는 응답을 보이며, 외부 음장에 따른 감쇠 효과에 의해 응답의 변동 크기가 조금씩 줄어드는 것을 볼 수 있다. 또한, 외부 음장이 구체에 미치는 특성을 살펴보기 위해, 구체의 shell 의 두께를 변화시켜가면서 구체의 과도 응답을 살펴보았다. Shell 두께를 바꾸는 것은 식 (8)의 결합 변수인 μ 를 변화를 의미하는데, 이를 통해 외부 음장이 구체에 의한 효과를 조절할 수 있다.

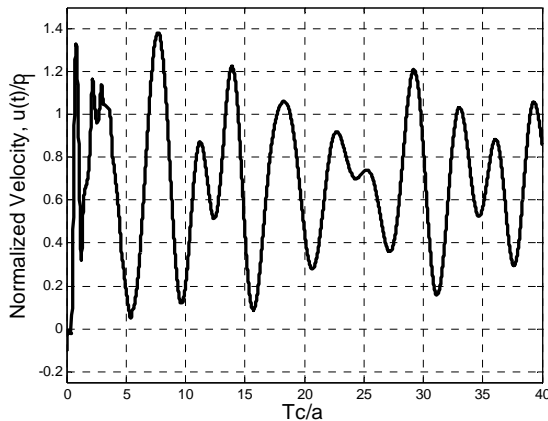


Fig. 2 물 속에서 구체 표면($h/a=0.01$, $\theta=180^\circ$)에서의 Radial velocity

(1) 물 속 구체의 과도 응답 특성

먼저 물 속 구체에 cosine type 의 충격 가진을 한 경우의 과도 응답을 살펴보도록 한다. 이 경우, h/a 를 0.05, 0.01, 0.001 로 바꾸어 가면서 과도 응답을 Fig. 3 과 같이 구하였다. 그림에서 보이는 것처럼 h/a 이 작아질수록 주요 주파수 성분이 줄

어들이며, 감쇠 효과가 거의 나타나지 않는 것을 볼 수 있다. 반면, h/a 가 커질수록 과도 응답의 주파수 성분들이 높아지고, 감쇠 효과가 커지면서 일정한 값으로 수렴해 가는 것을 볼 수 있다.

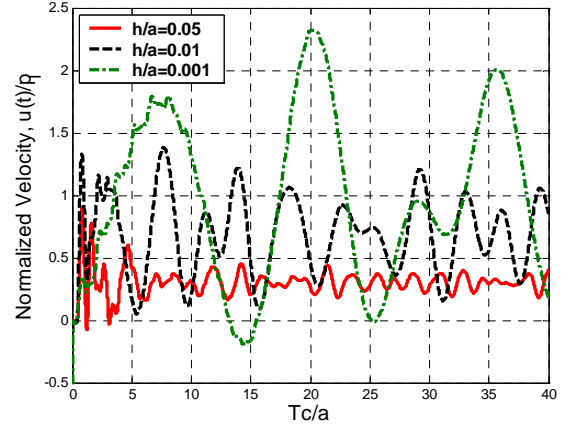


Fig. 3 물 속에서 구체의 shell 두께에 따른 표면 ($\theta=180^\circ$)에서의 Radial velocity

(2) 공기 중에서의 구체의 과도 응답 특성

공기의 밀도는 구조물의 밀도와 비교하면 무시할 수 있을 정도로 그 값이 매우 작다. 그 결과 Fig.4 와 같이 외부 음장을 고려한 경우(wet spherical shell)나 고려하지 않은 경우(dry spherical shell)나 응답의 차이가 크지 않은 것을 볼 수 있다. 하지만, membrane 과 값이 매우 얇은 구조물의 경우는 주위의 공기에 의해 많은 영향을 받는다. 여기서는 h/a 를 물 속의 구체보다 줄여서 0.001, 0.0001, 0.00001 에 대해서 과도 응답을 구하였다. Fig. 5 는 이 때의 과도 응답을 보여주며, h/a 가 증가할수록 감쇠 효과도 커지면서, 빠르게 일정한 값으로 응답이 수렴해 가는 것을 볼 수 있다. 반면 주파수 특성은 크게 변하지 않는 것을 볼 수 있다. 이 경우, 감쇠 효과는 물 속의 경우와 반대되는 특징을 보인다. 이를 좀더 자세히 살펴보기 위해, 외부 음장과 결합한 구체의 자유 진동 특성을 살펴보도록 하겠다.

3.2 구체의 자유 진동 특성

식 (8)의 characteristic equation 은

$$\kappa'_n(s)S_n(s) + \mu C_n(s) = 0 \quad (9)$$

$$S_n(s) = \det \begin{vmatrix} \lambda_n s^2 + A_n^{vv} & A_n^{vw} \\ A_n^{vw} & s^2 + A_n^{ww} \end{vmatrix} \quad (10)$$

$$C_n(s) = -s\kappa_n(s)(\lambda_n s^2 + A_n^{vv}) \quad (11)$$

로, 이 식을 통해 $\mu = \frac{\rho}{\rho_s} \frac{a}{h}$ 에 따른

characteristic equation의 pole의 움직임을 살펴볼 수 있다.

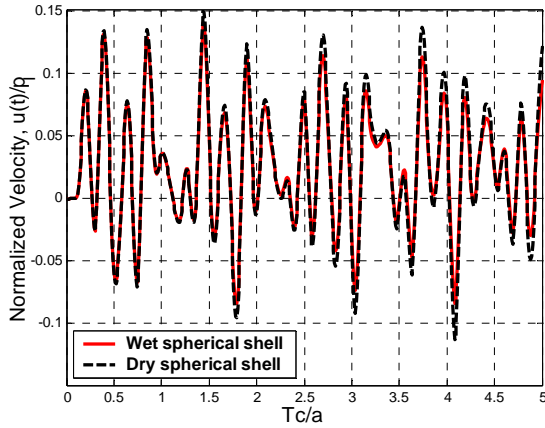


Fig. 4 공기 중에서 구체 표면($h/a = 0.001$, $\theta = 180^\circ$)에서의 Radial velocity

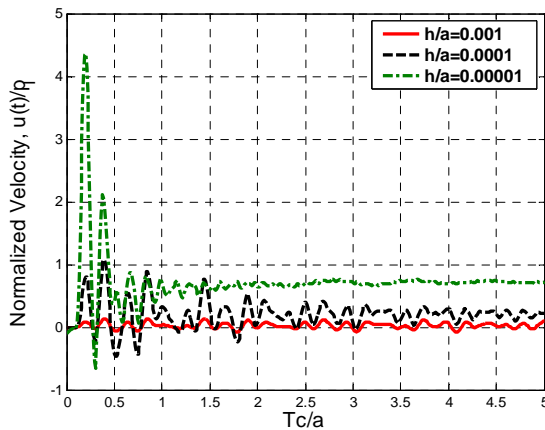


Fig. 5 공기 중에서 구체의 shell 두께에 따른 표면($\theta = 180^\circ$)에서의 Radial velocity

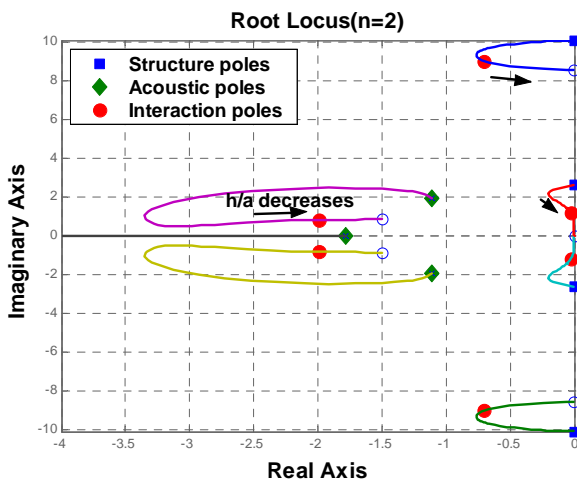


Fig. 6 물 속에서 구체의 μ 에 따른 자유 진동 root loci ($n=2$, $h/a=0.01$)

Fig. 6은 Legendre polynomial order (n)가 2

일 때, 물 속에 잠긴 구체의 μ 에 따른 자유 진동 root loci이다. 사각형은 외부 음장의 영향이 없는 구체의 structure pole이며, 식 (10)의 determinant가 0일 때의 s 의 값이고, 다이나몬드는 $\kappa'_n(s)=0$ 일 때의 s 의 값으로 external acoustic pole이다. 이 때, μ 가 점점 커질수록 외부 음장과 구체 사이의 결합 효과가 커지며, 결합 상태의 pole은 Fig. 7처럼 움직인다. 여기서, h/a 에의 변함에 따라 structure pole도 변하지만, 저 차의 모드의 경우는 그 변동이 매우 작으므로 이를 무시할 수 있다[6]. 따라서, Fig. 6의 μ 변동에 따른 root loci는 h/a 에 따른 root loci라고 볼 수 있다. 여기서, imaginary 축에 가장 가까우면서 자유 진동 응답에 가장 큰 영향을 끼치는 pole은 h/a 가 감소할수록 imaginary 축에 접근해 간다. 이는 Fig. 3처럼 h/a 가 줄어들수록 과도 응답의 감쇠 효과가 줄어드는 효과와 일치한다. 또한, structure pole과 acoustic pole에서 시작한 interaction pole들이 서로 교차하지 않고 자신의 과도에서 움직이는 것을 볼 수 있다.

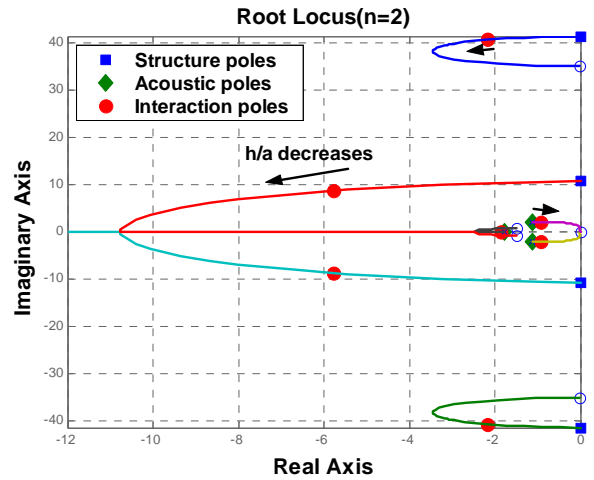


Fig. 7 공기 중에서 구체의 μ 에 따른 자유 진동 root loci ($n=2$, $h/a=0.00001$)

반면, 공기 중에서의 interaction pole은 structure pole에서 시작한 interaction pole이 h/a 가 작아질수록 imaginary axis에서 멀어지면서, 자유 진동의 감쇠 효과가 커지고, 이는 Fig. 5의 과도 응답의 결과와도 일맥상통한다. 특히, 이 경우는 structure pole과 acoustic pole에서 시작한 interaction pole들이 서로 교차하면서, 그 structure pole과 acoustic pole의 특성이 서로 바뀌게 된다. 이는 [7]에서 언급된 root loci와 비슷한 특성을 보인다.

이런 현상은 물 속의 경우, 주위 유체의 음속이 빨라지면서, acoustic pole 자체의 natural

frequency 값도 커진다. 그 결과, structure pole 과 acoustic pole 의 imaginary 값의 차이가 줄어들면서, 서로 가까운 위치에 pole 이 위치한다. 그 결과, open loop 의 pole 들이 서로 밀어내어, interaction pole 들이 서로 교차하지 않으면서 근처의 zero 로 이동해 간다. 이런 interaction pole 의 움직임은 밀도가 큰 물 속에서는 added mass 효과가 커져서 발생하는 구조물의 고유진동수 감소를 설명해 준다. 반면, 공기 중의 구체의 경우는 acoustic pole 의 imaginary 값이 structure pole 의 imaginary 값과 비교해 상대적으로 작으면서, 서로 멀리 떨어져 있다. 이로 인해 이들 open loop pole 사이의 밀어내는 효과가 거의 없이, interaction pole 들이 근처의 zero 로 이동해 가면서 서로 교차한다. 이런 interaction pole 의 움직임은 공기의 낮은 밀도에 의한 added mass 효과가 작아, 구체의 natural frequency 의 변동이 작고, 구체가 유연해짐에 따라 상대적으로 외부 음장에 의한 저항이 커지는 현상을 설명해 준다. Fig. 8 은 물의 밀도와 음속에 대해 정형화한 물 속과 공기 중에서 구체의 μ 에 따른 자유 진동 interaction pole 들의 움직임을 보여준다.

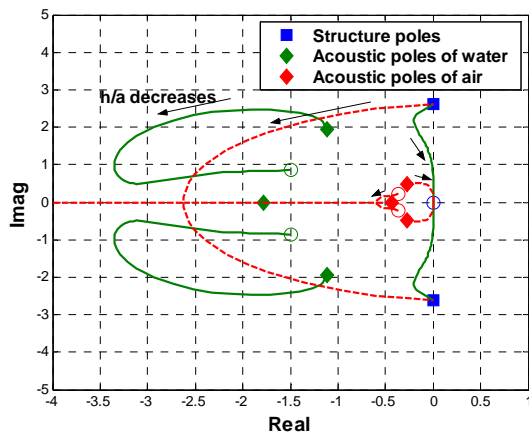


Fig. 8 물 속과 공기 중에서 구체의 μ 에 따른 자유 진동 root loci ($n=2$), root 의 값은 물의 물성치를 이용하여 정형화하였음

4. 결 론

본 연구에선 외부 음장과 연동하는 구조물의 특성을 해석해가 존재하는 구체를 통해 살펴보았다. 기존의 연구들은 주로 잠수함과 같이 밀도가 높은 유체가 둘러싸인 구조물에 대해 진행되어 왔으나, 본 연구는 공기와 같이 밀도가 매우 낮은 유체에서도 그 특징을 살펴보았다. 각각의 경우의 과도

응답과 자유 진동 특성을 살펴 본 결과, 물 속과 공기 중의 구조물은 고유 진동수뿐만 아니라, 특히 감쇠 효과에서 서로 다른 특성을 보였다. 이는 characteristic equation 의 외부 음장의 acoustic pole 과 구조물의 structure pole 의 위치에 의해 발생하며, 물리적으로는 외부 음장의 밀도에 따른 added mass 효과에 따라 interaction pole 이 서로 상반되게 움직인다.

후 기

이 논문은 BK21 과 2008 년도 정부(과학기술부)의 재원으로 한국과학재단의 국가지정연구실사업으로 수행된 연구임(R0A-2005-000-10112-0)."

참 고 문 헌

- (1) Carrier G. F., 1951, The Interaction of an Acoustic Wave and an Elastic Cylindrical Shell, Contract N7onr-35810, Technical Report No.4 Brown University, Providence R.I.
- (2) Huang H., 1969, " Transient Interaction of Plane Acoustic Wave with a Spherical Elastic Shell" , J. Acoust. Soc. Am. , Vol 45, pp. 661- 670.
- (3) Huang H., 1970, " An Exact Analysis of the Transient Interaction of Acoustic Plane Waves with a cylindrical Elastic Shell" , ASME J. Appl. Mech. Vol 37, pp. 1091- 1099.
- (4) Mindlin R.D. and Bleich H. H., 1954, " Response of an Elastic Cylindrical Shell to a Transverse, Step Shock Wave" , ASME Journal of Applied Mechanics. Vol. 20, pp. 189- 195.
- (5) George Ghertock, 1972, " Transient Flexural Vibrations of Ship-Like Structures Exposed to Underwater Explosions" , J. Acoust. Soc. Am., Vol. 48, pp.170-180
- (6) Junger M.C. and Feit D., 1986, Sound, Structure, and Their Interaction.(2nd), MIT Press
- (7) Felippa. C. A. and Geers. T. L, 1980, " Axisymmetric free vibration of a submerged spherical shell" , J. Acoust. Soc. Am., Vol. 67, pp.1427-1431