

자기 베어링과 영구자석 베어링으로 이루어진 시스템의 비연성 제어

Decoupled Control of Active and Permanent Magnetic Bearing System

박상현† · 이종원*

Sang-Hyun Park and Chong-Won Lee

Key Words : Active Magnetic Bearing (전자기 베어링), Permanent Magnet Bearing (영구자석 베어링), Redundant Coordinates (잉여좌표계), Modal Controllability(모드 제어도), Modal Observability(모드 관측도), Holonomic Constraints (홀로노믹 구속)

ABSTRACT

In this paper, we propose a bearing redundant coordinates and decoupled PD controller for 5-axes active magnetic bearing system, which consists of two bearing parts such as three-pole hybrid active magnetic bearing for stabilize the radial direction and ring-type permanent magnetic bearing stabilizing in axial and tilting motion. Based on derived system equation with decoupled control scheme, we conduct the modal analysis and measure of modal controllability and observability.

1. 서론

전자기 베어링은 전자기력을 이용한 축의 비접촉 지지를 기본 개념으로 마찰과 마멸의 감소, 소음 및 진동 특성향상으로 고속 회전 기계와 고정밀 구동장치에 적용되어 왔다. 최근에는 향상된 자성체 개발 및 전기전자 소재의 발달로 시스템의 소형화, 성능향상, 적은 전력 손실에 초점이 맞춰지고 있다. 특히 회전 원판 시스템에서 혈류 펌프와 하드 디스크 등에 사용되는 전자기 베어링은 소형화와 적은 전력 손실을 요구한다[1-3]. 이 같은 이유로 자기 베어링의 여러 설계 개념들이 등장하게 되었는데 그 중에 하나가 하이브리드형 전자기 베어링이다[4,5]. 하이브리드형 자기베어링은 바이어스 자속을 기존의 DC 전류에서 영구자석으로 대체 하여 전력 손실을 줄일 수 있는 자기 베어링이다. 그리고 영구자석 베어링을 이용하는 것 역시 시스템을 소형화 시키고 전력 손실 또한 최소화 시킬 수 있다. 그런데 영구자석 만으로는 전체 5 자유도 시스템을 부상시킬 수 없다[6]. 이는 시스템 부상을 위해서는 적어도 하나 이상의 능동 소자가 필요함을 의미한다. 즉, 전자기 베어링과 영구자석 베어링을 적절히 설계한다면 5 자유도 시스템 부상을 좀더 실용적으로 설계할 수 있다. 대부분의 3-폴 자기베어링 시스템은 형상에서 기인된 비선형성과 연성 효과 때문에 비선형 제어를

법과 같은 복잡한 제어를 이용하는 것이 일반적이거나, 이는 실용화 측면에서 문제점이 많은 것이 사실이다.

본 논문에서는 소형화에 적합하고 전력손실을 최소화 할 수 있는 새로운 형태의 하이브리드형 3-폴 전자기 베어링과 축방향 영구자석 베어링으로 구성된 시스템에 대해 간단히 소개하고 제안된 시스템에 적합한 베어링 잉여좌표계와 비연성 제어를 제안하였고 이를 바탕으로 모드 해석을 하였으며 모드 제어도와 관측도를 이용하여 비연성 제어기의 성능을 간단히 확인 하였다.

2. 자기 베어링 시스템의 구성

그림 1 은 본 논문에서 제안한 자기 베어링과 영구자석 베어링으로 구성된 시스템의 단면도이다. 시스템의 완전한 5 자유도의 부상을 위해서 반경방향의 3-폴 자기 베어링과 원환 형태의 영구자석 베어링이 사용되었다. 이는 보다 소형화에 적합하고 전력손실을 줄일 수 있는 구성이다. 축 방향으로 자화된 한 쌍의 영구자석이 영구자석 베어링을 이루고 있는데, 이 형상은 축 방향과 각 변위 방향으로 시스템에 양의 강성을 부여해주고, 반경방향으로 축 방향 강성의 절반 값에 해당하는 음의 강성을 부여한다. 그러나 이 음의 강성 값은 반경 방향의 3-폴 자기 베어링의 제어 강성 값에 비해 상당히 작은 값으로 전체 시스템의 반경 방향으로 충분히 안정화 될 수 있다. 이 같은 원리로 반경 방향의 자기 베어링과 축 방향의 영구자석 베어링을 이용해서 시스템의 완전한 부상이 가능하며 이는 전체 5 자유도 시스템에서 오직 반경 방향으로만 능동 제어를 하여

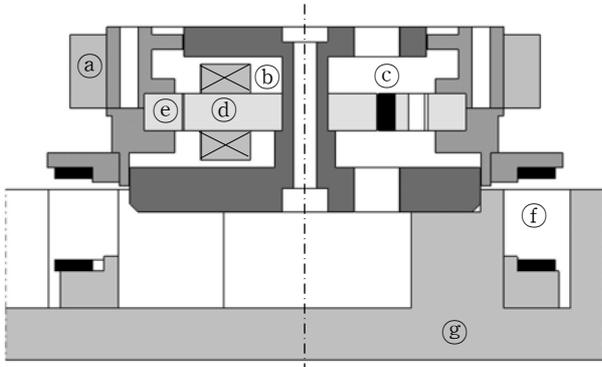
† 책임저자; 한국과학기술원 기계공학과

E-mail : ppark-0525@kaist.ac.kr

Tel : (042) 869-3056, Fax : (042) 869-8220

* 정회원, 한국과학기술원 기계공학과

시스템을 부상 시킬 수 있어서 능동소자의 수를 줄여 보다 소형화 시스템 구현이 가능하다. 그러나 영구자석 베어링은 자기 베어링의 강성에 비해 낮은 강성 값과 감쇠 효과가 거의 없기 때문에 시스템의 안정성에 영향을 미칠 수 있다.



- Ⓐ: impeller Ⓑ: coil Ⓒ: bias PM
- Ⓓ: three-pole stator(silicon iron)
- Ⓔ: rotor(silicon iron) Ⓕ: axial PM Ⓖ: base

Figure 1. Schematic view of the proposed active and permanent magnetic bearing system

3. 자기 베어링 시스템의 구성

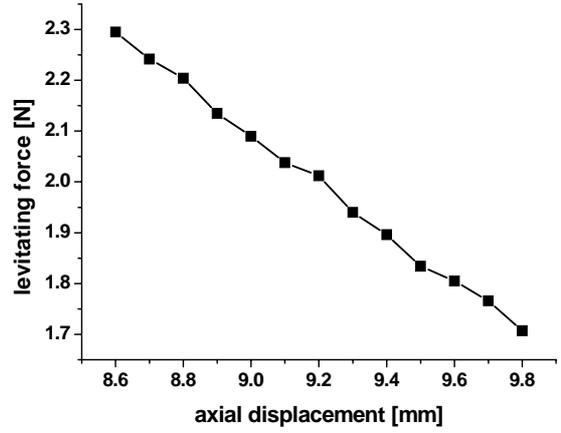
본 논문에서 사용한 축 방향으로 자화된 원환 형의 영구 자석 베어링의 축 방향 힘과 강성, 그리고 반경방향과 각 변위방향의 강성은 다음과 같다[7].

$$F_x = \rho \int \int_{s_1, s_2} \frac{J_1 J_2}{2\pi\mu_0 h_2^3} dS_1 dS_2 \approx \rho \frac{J_1 J_2}{2\pi\mu_0 h^3} S_1 S_2 \quad (1-1)$$

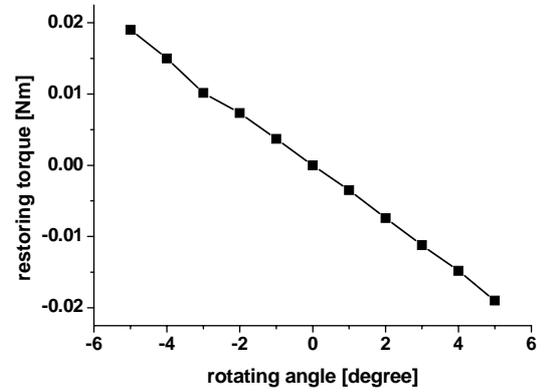
$$K_x = \rho \int \int_{s_1, s_2} \frac{J_1 J_2}{2\pi\mu_0 h_2^4} dS_1 dS_2 \approx \rho \frac{J_1 J_2}{2\pi\mu_0 h^4} S_1 S_2 \quad (1-2)$$

$$K_r = -\frac{1}{2}K_x, K_\theta = \frac{R^2}{2}K_x \quad (1-3)$$

여기서 ρ 는 베어링의 원주길이, J 는 영구자석의 자속 밀도 크기, S 는 영구자석의 단면적, h 는 영구자석 베어링의 축 방향 거리이다. 식 (1)을 이용해서 회전체를 부상시킬 수 있도록 영구자석 베어링을 설계하였으며, 그림 2 는 사용된 영구자석 베어링의 반경방향과 각 변위방향의 강성을 3 차원 자기해석 프로그램 (Maxwell v10.0)을 통해 얻은 값을 도시한 결과다.



(a)



(b)

Figure 2. Levitation force(a) and restoring torque(b) of axial PM bearing

그림 2 에서 축 방향 길이, h 가 약 9.2 mm 에서 회전체($m=0.194\text{kg}$)을 부상할 수 있는 것을 알 수 있다.

4. 반경방향 3-폴 자기 베어링

그림 3 은 반경 방향의 하이브리드형 3-폴 자기 베어링이다. 전력 손실을 줄이고자 바이어스 전류를 대체하는 영구 자석을 사용하였으며, 별도의 위치센서를 사용하지 않고 홀센서를 고정자에 내장 시킴으로써 센서에서 차지하는 비용 절감뿐 아니라 소형화에 적합하도록 설계 되었다. 그림 3 의 반경 방향 자기 베어링은 간단히 그림 4 와 같이 모형화 할 수 있다.

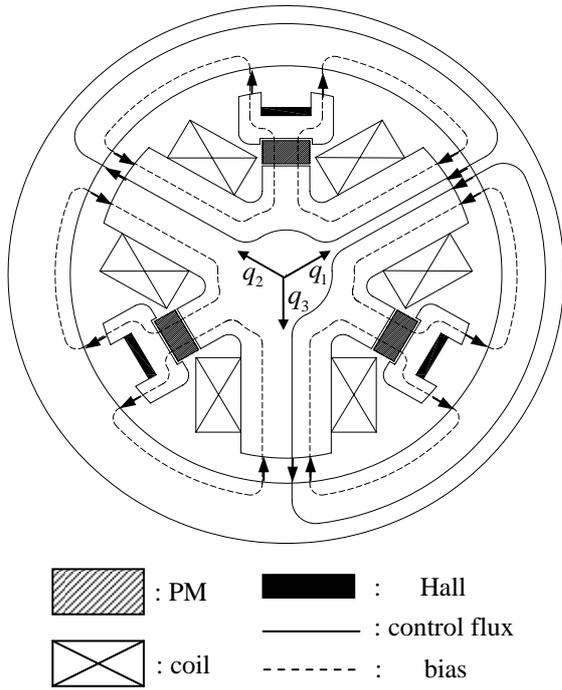


Figure 3. Schematic of the 3-pole AMB

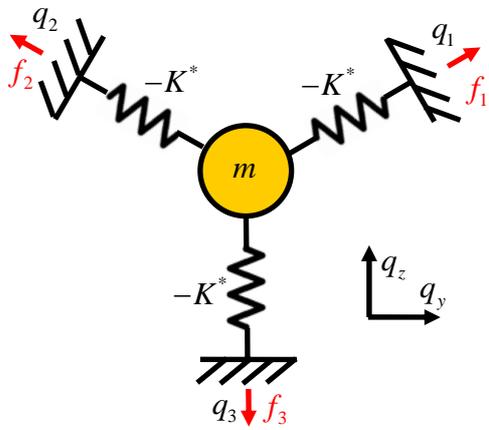


Figure 4. Simple model of 3-pole radial AMB

K^* 와 $f_k, k=1\sim 3$ 은 각 폴에 대한 자기 베어링의 변위 강성(음의 강성)과 전자기 힘을 말한다. 여기에서 K^* 는 대각 강성(K_{qd})과 비 대각 강성(K_{qo})과 관련된다.

$$K^* = \frac{3}{2} K_{qd} = 3K_{qo} \quad (2)$$

$$K_{qd} \equiv K_{qmn} \quad (m=n), K_{qo} \equiv K_{qmn} \quad (m \neq n) \quad (3)$$

$$K_{qmn} = \frac{\partial F_m}{\partial q_n}, \quad (m, n=1, 2, 3)$$

마찬가지로 전자기력의 전류 강성(K_i)도 식(2), (3) 과 같은 관계를 가지며 간단한 자기 회로 식과 자기 해석 프로그램을 이용해서 구할 수 있다. 그림 5 는 자기 회로 식을 이용한 변위 강성과 전자기 해석 프로그램을 이용해서 구한 결과다.

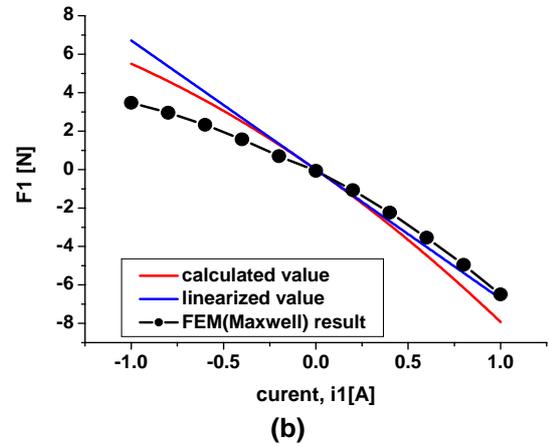
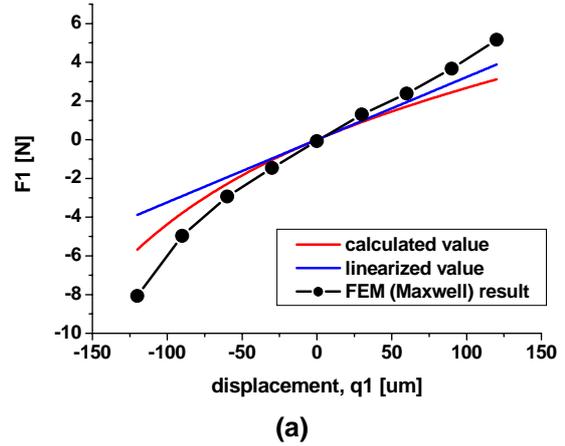


Figure 5. Displacement(a) and current(b) stiffness of 3-pole radial AMB

5. 베어링 잉여좌표계를 이용한 시스템 모델링 및 비선형제어기 설계

제안된 자기 베어링 시스템에서 반경 방향의 3-폴 자기베어링은 형상에서 기인된 비선형성 때문에 일반적인 직교 좌표계를 이용하여 전자기력을 위치와 제어 전류에 대해서 선형화 할 때 1 차 선형화 계수로 표현할 수 없는 연성 항이 존재하게 되어 정확한 선형화 모델 구현이 불가능 하다. 이 같은 이유로 120 도 등 간격으로 이루어진 잉여좌표계를 도

입하였고 이를 이용 하면, 3-폴 자기 베어링을 선형화할 수 있다. 본 논문에서는 축 방향을 제외한 4 자유도 시스템에 베어링 잉여좌표계를 이용해서 시스템을 모델링하고 이를 이용해서 독립적인 제어기 설계를 하고자 한다.

베어링 잉여좌표계를 이용하여 회전체의 질량중심 좌표계에서 각 베어링 좌표계로 변환한다면, 복잡한 각변환(angular transformation)을 할 필요 없고, 단지 두 번의 선형 변환만으로 가능하다.

$$\begin{aligned} \mathbf{q}^{(6)} &= \mathbf{T}_r \mathbf{T}_b \mathbf{q}_g^{(4)} \\ \mathbf{q}_g^{(4)} &= \{y \quad z \quad \theta_y \quad \theta_z\}^T \\ \mathbf{q}^{(6)} &= \{q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad p_1 \quad p_2 \quad p_3\}^T \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 \mathbf{T}_r 와 \mathbf{T}_b 는 잉여좌표계 변환과 베어링 좌표계 변환을 각각 말하며, $\mathbf{q}_g^{(4)}$ 와 $\mathbf{q}^{(6)}$ 는 질량중심 좌표계와 베어링 중심 좌표계를 의미한다. 그리고 $q_k, k=1 \sim 3$, $p_k, k=1 \sim 3$ 는 자기 베어링의 잉여좌표계와 영구자석 베어링의 잉여좌표계를 말한다. 먼저 질량 중심 좌표계에서 베어링 중심 좌표계의 변환에 대해 알아보자. 질량 중심에서 자기베어링과 영구자석 베어링 중심까지의 거리를 b_a , b_p 라 하고, 영구자석 베어링의 반지름을 R 이라 할 때 변환 행렬 \mathbf{T}_b 는 다음과 같다 [8].

$$\begin{aligned} \mathbf{q}^{(4)} &= \mathbf{T}_b \mathbf{q}_g^{(4)} \\ \mathbf{T}_b &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & b_a \\ 0 & 1 & -b_a & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -b_p \\ 0 & 1 & b_p & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{q}_g^{(4)} = \begin{bmatrix} y_a \\ z_a \\ y_p \\ z_p \end{bmatrix}, \mathbf{q}_g^{(4)} = \begin{bmatrix} y \\ z \\ \theta_y \\ \theta_z \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 첨자 a , p 는 자기베어링과 영구자석 베어링을 의미한다. 다음으로 직교 좌표계를 120 도 등간격의로 이루어진 잉여좌표계로의 변환에 대해 알아보도록 한다. 잉여좌표계를 (1,2,3)라고 할 때, 이 좌표계의 구성 성분의 합은 0 이라는 다음과 같은 구속 조건식을 항상 만족 하여야한다.

$$g_q : q_1 + q_2 + q_3 = 0 \quad (6-1)$$

$$g_p : p_1 + p_2 + p_3 = 0 \quad (6-2)$$

그리고 물리좌표계(y, z)와 잉여좌표계(1,2,3)사이의 변환 행렬이 필요한데, 그림 6 은 두 좌표계 사이의 관계를 나타낸 그림이고 식(7)는 변환 행렬, \mathbf{T}_r 이다 [9]. 여기에서 $\varphi = -30^\circ$ 이다.

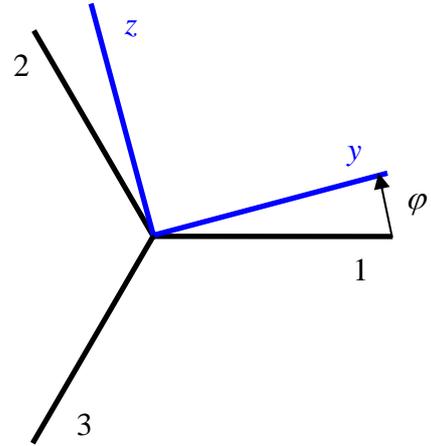


Figure 6. Schematic of redundant coordinates' transform

$$\begin{aligned} [y \ z \ 0]^T &= \mathbf{T}_s [1 \ 2 \ 3]^T \\ \mathbf{T}_s &= \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \cos \varphi & \cos \left(\varphi - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\varphi + \frac{2\pi}{3} \right) \\ -\sin \varphi & -\sin \left(\varphi - \frac{2\pi}{3} \right) & -\sin \left(\varphi + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 변수 0 은 단순히 두 좌표계의 좌표 수를 맞추주기 위한 보조 변수이다.

지금부터 질량 중심 좌표계에서 라그랑지 방정식(Lgrange equation)을 구하고 이를 앞에서 구한 두개의 변환 행렬을 이용하여 시스템의 운동 방정식을 베어링 잉여좌표계로 표현 하고자 한다. 그런데 식(4)에서 알 수 있듯이 전체 4 자유도 시스템을 6 개의 잉여좌표계를 이용하여 모델링 하기 때문에 두개의 홀로노믹 구속 조건이 존재한다. 이는 식(6)과 같으며, 이는 홀로노믹 구속조건이 있는 라그랑지 방정식이 필요함을 의미한다. 그리고 식(8)이 홀로노믹 구속조건이 있는 라그랑지 방정식이다[10].

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_k} = \sum_{l=1}^m \lambda_l a_{lk} \quad (8)$$

$$\text{, where } q_k = q_1, q_2, q_3, p_1, p_2, p_3 \quad m=2, a_{lk} = \frac{\partial g_l}{\partial q_k}$$

여기서 L 은 라그랑지안(Lagrangian)이고 λ_l 은 라그랑지 승수(Lagrange multiplier)이다. 물리적으로 라그랑지 승수는 구속조건(식(6))을 만족시키는 힘이다. 식(6)을 고려한 라그랑지안, L 은 다음과 같다.

$$L = T - V$$

$$T = \frac{1}{2}m\{\dot{y}^2 + \dot{z}^2\} + \frac{1}{2}J_d\{\dot{\theta}_y^2 + \dot{\theta}_z^2\} - J_p\theta_y\dot{\theta}_x\dot{\theta}_z$$

$$V = \frac{1}{2}(-K^*)\{\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + \dot{q}_3^2\} + \frac{1}{2}\left(-\frac{K_x}{2}\right)\{\dot{y}_p^2 + \dot{z}_p^2\} \quad (9)$$

$$+ \frac{K^2}{4}(K_x)\{\theta_y^2 + \theta_z^2\}, \text{ where } \dot{\theta}_x = \Omega$$

여기에서 운동에너지에 회전체의 자이로스코픽 모멘트 항이 들어갔으며, 위치에너지에서는 영구자석의 각 변위 방향으로의 모멘트 항이 들어간 것을 확인할 수 있다. 식(9)와 변환 행렬 식(5)와 식(7)을 이용해서 운동방정식을 식(10)과 같이 기술할 수 있다.

$$M\ddot{x} + G\dot{x} + Kx = f \quad (10)$$

$$\text{, where } x = \{q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad p_1 \quad p_2 \quad p_3\}^T$$

여기에서 M , G , K 행렬은 부록의 식(A1)에 기술하였으며, M 과 K 행렬은 연성항이 있는 것을 확인할 수 있으며 G 행렬은 자이로스코픽 행렬의 특성인 비대칭(skew symmetric)을 확인할 수 있다. 또한 식(10)과 (A1)에서 λ_q 와 λ_p 는 다음과 같이 유도된다.

$$\lambda_q = -\frac{1}{3}\{f_1 + f_2 + f_3\} \ \& \ \lambda_p = 0 \quad (11)$$

그리고 유도된 라그랑지 승수 (11)를 전자기력, f 식(A1)에 적용하고 정리하면 전자기력은 다음과 같다.

$$f = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{Bmatrix} \quad (12)$$

여기서, 전자기력은 당연히 영구자석 베어링에 인가되지 않고 오직 전자기 베어링에 작용하는 것을 확인할 수 있으며, 또한 반경방향 자기 베어링에 서로 연성되어 있음을 확인할 수 있다. 본 논문에서는 자기 베어링의 각 축에 독립적인 PD 제어기를 제안하였으며, 이를 적용하면 다음과 같이 전자기력을 쓸 수 있다.

$$f_j = K_i i_j = -K_i K_A K_s [K_p q_j + K_d \dot{q}_j], \quad j = 1, 2, 3 \quad (13)$$

여기에서 K_i 는 전류 강성, i_j 는 각 축의 제어전류를 의미하며, K_s , K_A 는 각각 센서와 전력증폭기 게인을 각각 나타낸다. 그리고 K_p , K_d 는 제어기의 P, D 게인을 말한다. 식(13)을 식 (12)에 적대입, 정리하면 다음과 같이 전자기력, f 을 표현할 수 있다.

$$f = K_p^* \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{Bmatrix} + K_d^* \begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{Bmatrix} \quad (14)$$

$$\text{, where } K_p^* = \begin{bmatrix} \text{diag}[K_p^*]_{3 \times 3} \\ [0]_{3 \times 3} \end{bmatrix}, K_d^* = \begin{bmatrix} \text{diag}[K_d^*]_{3 \times 3} \\ [0]_{3 \times 3} \end{bmatrix}$$

이는 식(12)에서 서로 연성되어 있는 전자기력이 비연성 제어기를 이용함으로써 각 축에 대해 독립적이며 동등한 게인을 갖도록 비연성 됨을 알 수 있다. 이제 식(14)를 이용해서 운동방정식(10)에 적용하면, 비연성 제어기를 적용한 자기 베어링의 운동 방정식을 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$M\ddot{x} + (G + K_d^*)\dot{x} + (K + K_p^*)x = 0 \quad (15)$$

rotor mass, m	0.194 kg
polar moment of inertia, J_p	$11.17 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
diametrical moment of inertia, J_d	$6.23 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
bearing span	$b_a = -1.18 \text{ mm}$ $b_p = 10.17 \text{ mm}$
displacement stiffness, K_r^*	$4.86 \times 10^4 \text{ N/m}$
current stiffness, K_i	10.07 N/A
axial PM stiffness, K_x	490 N/m
radius of PM, R	33 mm
power amp. Gain, K_c	1.0 A/V
sensor gain, K_s	2500 V/m

Table 1. Specification of the system

식 (15)에서 $G_c (= G + K_d^*)$ 와 $K_c (= K + K_p^*)$ 행렬에서 전자기력이 오직 자기베어링 부분에 대각행렬 요소에만 작용하는 것을 알 수 있다. 그러나 자기 베어링 부분과 영구자석 베어링 부분이 서로 연성되어 있기 때문에 자기 베어링의 힘이 영구자석 베어링에 영향을 미친다.

표 1 은 제안된 시스템의 사양이며 그림 7 과 8 은 선회속도 그림(whirl speed chart)과 root locus 이다.

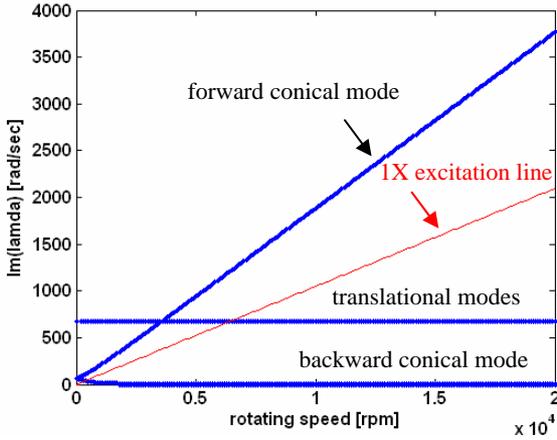


Figure 7. Whirl speed chart

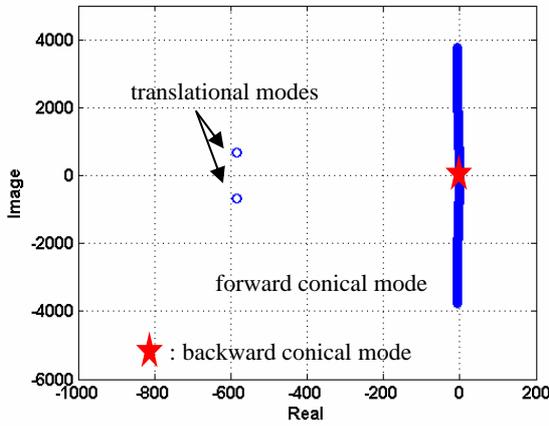


Figure 8. Root-locus increasing rotating speed

그림 7에서 병진모드(translational modes)는 회전속도가 올라가더라도 거의 일정하지만, 원추모드(conical modes)는 크게 분리 되는 자이로스코픽 모멘트(gyroscopic moment)효과를 확인할 수 있다. 즉, 전진 원추 모드(forward conical mode)는 회전속도가 증가할 때 모드 주파수(modal frequency)가 증가하지만, 후진 원추 모드(backward conical mode)는 0으로 수렴한다. 이는 비연성 제어가 원추모드에 적절한 감쇠를 부여해 주지 못한다고 볼 수 있다.

6. 모드 제어도와 관측도 조사

앞서 설명한 베어링 잉여좌표계와 비연성제어를 사용한 자기 베어링 시스템의 각 모드의 제어도(controllability)와 관측도(observability)를 알아보기 위해서 우선 식 (10)을 상태 방식으로 표현한 후에 모드 분리(modal decomposition) 한다.

$$\dot{X} = A_c X + Bu, y = CX, X^T = [q_i \ p_i \ \dot{q}_i \ \dot{p}_i]^T$$

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}(K + K_p^*) & -M^{-1}(G + K_d^*) \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -M^{-1}K_p^* & -M^{-1}K_d^* \end{bmatrix}, C = [I \ 0 \ I \ 0]$$

$$\dot{X} = \Phi \Lambda \Psi^T X + Bu$$

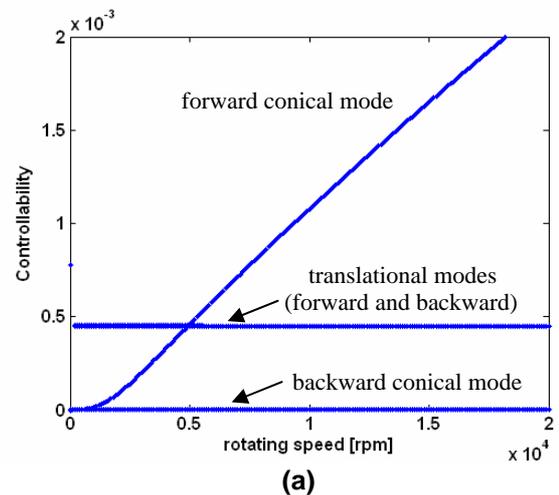
$$Y = C \Phi \int_0^{t'} e^{A(t-\tau)} \{ \Psi^T B \} u(\tau) d\tau \quad (17)$$

여기에서 $\Lambda \in R^{12 \times 12}$ 는 고유치(eigenvalues)로 이루어진 대각행렬이며, $\Phi \in R^{12 \times 12}$ 와 $\Psi \in R^{12 \times 12}$ 는 각각 오른쪽 왼쪽 모드 행렬(right and left modal matrices)이며, 이 행렬의 각 열은 오른쪽 왼쪽 고유벡터(right and left eigenvectors)로 이루어져 있다. 식 (17)에서 $\Psi^T B$ 는 제어입력이 각 모드에 미치는 영향을 나타내며, $C \Phi$ 는 시스템의 각 모드가 출력에 나타내는 정도를 나타낸다. 이 같은 이유로 모드 제어도와 관측도는 다음과 같이 표현할 수 있다 [11].

$$\text{Modal controllability, } v_{ij} = \cos \theta_{ij} = \frac{|\psi_i^T \cdot b_j|}{\|\psi_i\| \|b_j\|} \quad (18)$$

$$\text{Modal observability, } \mu_{ki} = \cos \delta_{ki} = \frac{|c_k \cdot \phi_i|}{\|c_k\| \|\phi_i\|} \quad (18)$$

식 (18)에서 v_{ij} 는 j 번째 입력에 대한 i 번째 모드의 모드 제어도를 의미하며, 식 (18)에서 μ_{ki} 는 i 번째 모드가 k 번째 출력으로 나타나는 모드 관측도를 말한다. 그림 9는 식(18)과 (19)을 이용해서 제안된 시스템의 모드 제어도와 관측도를 회전 속도에 따라 그린 결과이다.



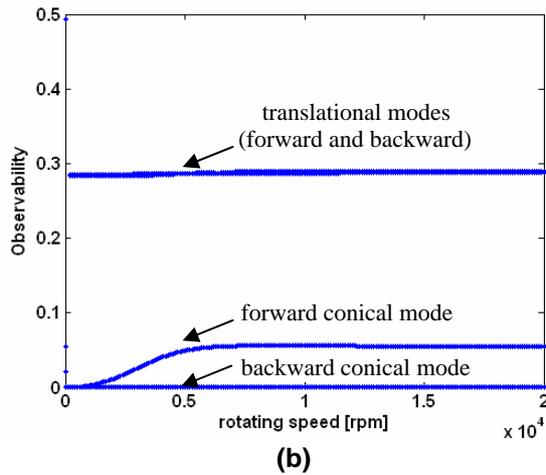


Figure 9. Modal controllability(a) and observability(b) of proposed system

그림 9 에서 병진모드(translational modes)의 제어도와 관측도에 비해 후진 원추모드(backward conical mode)는 매우 작은 값이 나왔다. 이는 제안된 비연성 제어기로는 효과적으로 후진 원추모드를 제어할 수 없다는 말과 같다.

7. 결론

지금까지 제안된 시스템, 즉 3-폴 자기 베어링과 영구자석 베어링으로 이루어진 자기 베어링 시스템에서 3-폴 형상에 맞는 베어링 잉여좌표계와 간단한 비연성 PD 제어기를 이용한 운동방정식에 대해 모드해석을 수행 하였으며, 모드 제어도와 관측도를 조사하였다. 그 결과, 비록 형상에서 기인된 비선형성이 큰 3-폴 자기 베어링 시스템을 잉여좌표계를 이용해서 선형화 시킬 수 있고, 이를 비연성 PD 제어기로 간단히 제어할 수 는있지만, 후진 원추모드(backward conical mode)를 효과적으로 제어 할 수 없다는 것을 모드 제어도와 관측도 조사에서 알 수 있다. 이 때문에 향후에 후진 원추모드(backward conical mode)를 효과적으로 제어할 수 있는 알고리즘 개발이 필요하다.

참고 문헌

- (1) Masuzawa, T., Kojima, J., Onuma, H., Okada, Y., Nishida, M., and Yamane, T., 2004, "Micro magnetic bearing for an axial flow artificial heart," *in Proceedings of the Ninth International Symposium on Magnetic Bearings*, Lexington, Kentucky, USA, August 3-6.
- (2) Onuma, H., Murakami, M., and Masuzawa, T., 2004, "Design of the permanent magnet bearing of

the maglev artificial heart," *in Proceedings of the Ninth International Symposium on Magnetic Bearings*, Lexington, Kentucky, USA, August 3-6.

- (3) Reisinger, M., Amrhein, W., Silber, S., 2004, "Development of a Low Cost Permanent Magnet Biased Bearing," *in Proceedings of the Ninth International Symposium on Magnetic Bearings*, Lexington, Kentucky, USA, August 3-6.

- (4) Okada, Y., Koyanagi, H., Kakihara, K., Ueno, S., 2004, "MiracBearing New Concept of Miracle Magnetic Bearings," *in Proceedings of the Ninth International Symposium on Magnetic Bearings*, Lexington, Kentucky, USA, August 3-6.

- (5) Earnshoaw, S., "On the nature of molecular forces" . *Trans. Cambridge Philisophical Society*, vol. 7, part. 1, pp. 97-112.

- (6) Yonnet, J. P., 1981, "Permanent magnet bearings and couplings" , *IEEE Transactions on Magnetics*, 17(1), pp. 1169-1173.

- (7) Kim, C. S., 1995, *Dynamic Analysis and Isotropic Optimal Control of Active Magnetic Bearing System*, KAIST ph.D. Thesis, pp. 23-28.

- (8) Krause, P. C., Wasynczulk, O., and Sudhoff, S. D., 1986, *Analysis of electric machinery*, McGraw-Hill.

- (9) Meirovitch, L., 1970, *Methods of analytical dynamics*, McGraw-Hill.

- (10) Hamdan, A. M. A., Nayfeh, A. H., 1989, "Measures of modal controllability and observability for first- and second-order linear system," *Journal of Guidance, control, and Dynamics*, Vol. 12, No. 3. pp. 421-428.

- (11) Lee, C. W., 2006, "Mechatronics in rotating machinery," *The seventh IFToMM International Conference on Rotor Dynamics*, Vienna, keynote paper.

- (12) Park, S. H., Lee, C. W., 2007, "Control of a three-pole hybrid active magnetic bearing with three Hall diodes," *The ASME Turbo Expo 2007*, Montreal, Canada.

- (13) Park, S. H., Lee, C. W., 2007, "Control of a three-pole hybrid active magnetic bearing using redundant coordinates," *2007 KSNVE Annual Fall Conference*.

부 록

식 (10)에서,

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{G}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{f} \quad , \text{where } \mathbf{x} = \{q_1 \ q_2 \ q_3 \ p_1 \ p_2 \ p_3\}^T \quad (10)$$

에서 \mathbf{M} , \mathbf{G} , \mathbf{K} , \mathbf{f} 행렬은 각각 다음 과 같다.

$$\mathbf{M} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} (j_d + ml_p^2) & 0 & 0 & (-j_d + ml_a l_p) & 0 & 0 \\ 0 & (j_d + ml_p^2) & 0 & 0 & (-j_d + ml_a l_p) & 0 \\ 0 & 0 & (j_d + ml_p^2) & 0 & 0 & (-j_d + ml_a l_p) \\ (-j_d + ml_a l_p) & 0 & 0 & (j_d + ml_a^2) & 0 & 0 \\ 0 & (-j_d + ml_a l_p) & 0 & 0 & (j_d + ml_a^2) & 0 \\ 0 & 0 & (-j_d + ml_a l_p) & 0 & 0 & (j_d + ml_a^2) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G} = \frac{2\sqrt{3}j_p\Omega}{9} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (A1)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \left(\frac{2R^2 K_x}{3b_t^2} - K_r^*\right) & 0 & 0 & -\frac{2R^2 K_x}{3b_t^2} & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{2R^2 K_x}{3b_t^2} - K_r^*\right) & 0 & 0 & -\frac{2R^2 K_x}{3b_t^2} & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{2R^2 K_x}{3b_t^2} - K_r^*\right) & 0 & 0 & -\frac{2R^2 K_x}{3b_t^2} \\ -\frac{2R^2 K_x}{3b_t^2} & 0 & 0 & \left(\frac{2R^2}{3b_t^2} - \frac{2}{3}\right)\frac{K_x}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2R^2 K_x}{3b_t^2} & 0 & 0 & \left(\frac{2R^2}{3b_t^2} - \frac{2}{3}\right)\frac{K_x}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2R^2 K_x}{3b_t^2} & 0 & 0 & \left(\frac{2R^2}{3b_t^2} - \frac{2}{3}\right)\frac{K_x}{2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{f} = \{f_1 + \lambda_q \quad f_2 + \lambda_q \quad f_3 + \lambda_q \quad \lambda_p \quad \lambda_p \quad \lambda_p\}^T$$

, where

$$j_d = J_a / b_t^2, j_p = J_p / b_t^2, l_a = b_a / b_t, l_p = b_p / b_t, b_t = b_a + b_p$$