

전달손실 최대화를 위한 흡음재-패널 배열 최적설계 Sound Transmission Loss Maximization of Multi-panel Structures Lined with Poroelastic Materials by Topology Optimization

김 용 진* · 이 중 석* · 강 연 준** · 김 윤 영†
Yong Jin Kim, Joong Seok Lee, Yeon June Kang and Yoon Young Kim

Key Words : Multi-panel Structure(다중패널 구조), Poroelastic Material(탄성 다공성 물질), Transmission Loss Maximization(전달손실 최대화), Topology Optimization(위상최적화)

ABSTRACT

Though multi-panel structures lined with a poroelastic material have been widely used to reduce sound transmission in various fields, most of the previous works to design them were conducted by repeated analyses or experiments based on initially given configurations or sequences. Therefore, it was difficult to obtain the optimal sequence of multi-panel structures lined with a poroelastic material yielding superior sound isolation capability. In this work, we propose a new design method to sequence a multi-panel structure lined with a poroelastic material having maximized sound transmission loss. Being formulated as a one-dimensional topology optimization problem for a given target frequency, the optimal sequencing of panel-poroelastic layers is systematically carried out in an iterative manner. In this method, a panel layer is expressed as a limiting case of a poroelastic layer to facilitate the optimization process. This means that main material properties of a poroelastic material are treated as interpolated functions of design variables. The designed sequences of panel-poroelastic layers were shown to be significantly affected by the target frequencies; more panel layers were used at higher target frequencies. The sound transmission loss of the system was calculated by the transfer matrix derived from Biot's theory.

1. 서 론

다중패널(multi-panel) 구조는 소리의 전달을 차단하기 위한 목적으로 비행기, 선박, 건축물 등 다양한 분야에서 널리 사용되고 있는데, 그것은 패널 사이에 존재하는 공기 층이나 흡음재 층으로 무게를 크게 증가시키지 않으면서도 패널의 차음 성능을 크게 향상시킬 수 있기 때문이다. 다중패널 구조의 음향학적 거동을 해석하고 나아가 그것의 차음 성

능을 향상시키기 위하여 많은 연구가 이루어져왔다.^(1,2) 하지만, 기존의 다중패널에 대한 설계 방법은 주로 반복적인 해석이나 실험에 의존하기 때문에 구체적인 설계에 앞서 패널의 개수 등의 기본적인 변수를 한정해야만 했다⁽³⁾. 따라서, 획기적으로 차음 성능을 향상시키거나 설계목적에 정확히 부합하는 다중패널을 얻기 어려웠다.

이에 본 연구는 흡음재로 채워진 다중패널을 초기 배열 없이 목적에 맞게 설계할 수 있는 새로운 설계 방법을 제안한다. 이를 위하여 패널-흡음재 층의 배열 문제를 2, 3차원에 사용되는 위상최적화기법⁽⁴⁾의 1차원 최적화 문제 형태로 정식화 하였다. 수직 입사하는 음파에 대해서 설계하고자 하는 영역을 유한개의 층으로 이산화하여 각 층의 상태를 흡음재 층과 패널 중에서 결정함으로써, 흡음재와

† 교신저자; 정회원, 서울대학교 멀티스케일설계 창의연구단
E-mail : yykim@snu.ac.kr

Tel : (02) 880-7154, Fax : (02) 883-1513

* 서울대학교 멀티스케일설계 창의연구단

** 서울대학교 차세대자동차연구센터

패널로 이루어진 다중패널 구조의 배열 및 각 요소의 두께를 직접적으로 설계하는 방법이다.

이를 위해서 본 연구에서는 흡음재 층과 패널의 음향학적 거동을 하나의 지배 방정식으로 구현한다. 일반적인 해석 방법에서는 흡음재 층과 패널은 서로 다른 지배방정식에 의해 구현되는데 이런 방법으로는 패널-흡음재 층의 효율적 최적 설계를 구현하기 어렵다. 따라서, 본 연구에서는 물성치 보간 기법(material property interpolation)⁽⁴⁾을 이용하여 설계변수에 따라 흡음재 층으로부터 패널로 연속적으로 변화하는 가상의 층을 구성한다. 즉, 고체로 이루어진 패널이 특정한 물성치를 갖는 흡음재 층으로 표현되는 것이다. 또한, 층과 층 사이에 두께를 가지지 않는 가상의 공기 층을 가정하여 층간 경계조건을 통일한다. 따라서, 설계영역의 전체 층에 동일한 설계변수를 부과한 뒤 최적화 알고리즘에 의하여 설계변수들을 반복적으로 개선(update)하여 모든 층이 흡음재 층 또는 패널로 수렴하면 흡음재-패널에 대한 최적배열이 완료된다.

이러한 최적화를 구현하기 위해서 시스템에 대한 반복적인 해석이 필요한데, 본 연구에서는 유한요소법 등 미분방정식을 직접 풀어내는 방법 대신 전달 행렬법(transfer matrix method)을 사용하였다.

본 설계문제에서 배열을 최적화하고자 하는 두 가지 물질은 흡음재와 패널이다. 이와는 달리 흡음재와 공기 층을 최적배열 하는 연구가 선행된 바 있으며 해당 참고자료로부터 물성치 보간 기법을 적용하는 상세한 과정을 살펴볼 수 있다.⁽⁵⁾

2. 이론적 배경

2.1 흡음재 해석모델

본 논문에서의 흡음재는 탄성 다공성 물질(poroelastic material)을 의미한다. 탄성 다공성 물질의 고체상 및 유체상에서 전파하는 탄성파에 대한 이론은 Biot⁽⁶⁾에 의하여 제시되었으며, 다음의 연성된 지배방정식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} N\nabla^2\mathbf{u} + \nabla[(A+N)\mathbf{e} + Q\boldsymbol{\varepsilon}] \\ = \rho_1 \frac{\partial^2\mathbf{u}}{\partial t^2} + \rho_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\mathbf{u}-\mathbf{U}) + b \frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{u}-\mathbf{U}) \\ \nabla[Q\mathbf{e} + R\boldsymbol{\varepsilon}] \\ = \rho_2 \frac{\partial^2\mathbf{U}}{\partial t^2} + \rho_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\mathbf{U}-\mathbf{u}) + b \frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{U}-\mathbf{u}) \end{aligned} \quad (1)$$

식(1)에서 \mathbf{u} 와 \mathbf{U} 는 탄성 다공성 물질에서의 고체상과 유체상의 변위를 나타내는 벡터이고, \mathbf{e} 와

$\boldsymbol{\varepsilon}$ 은 고체상과 유체상의 부피 변형률이다. N 은 전단률을, A 는 첫 번째 Lamé 상수를 나타낸다. Q 는 고체상의 부피변형과 유체상의 부피변형 사이의 연성을 반영하는 계수이고, R 은 유체상의 체적 탄성률에 해당한다. 탄성 다공성 물질에서는 고체상과 유체상이 상대적인 움직임에 의하여 서로 힘을 주고받게 되는데 ρ_0 를 포함한 항이 관성에 의한 고체상과 유체상 간의 연성을, b 를 포함한 항이 유체상의 점성에 따른 연성을 나타낸다.

이러한 계수들은 탄성 다공성 흡음재의 여러 거시적인 물성치들로부터 결정되며^(7,8), 이러한 거시적인 물성치로서 벌크 밀도(bulk density), 벌크 영률(bulk Young's modulus), 포아송 비(Poisson's ratio), 유동저항계수(flow resistivity), 구조인자(structural factor), 손실인자(loss factor), 공극률(porosity) 등이 있다. 본 연구에서는 물성치 보간 기법을 적용하여 위 물성치의 일부 등을 변화시킴으로써 흡음재 층으로 패널의 음향학적 거동을 표현하도록 한다.

2.2 전달 행렬법

전달 행렬은 층의 양단에서의 변수들을 행렬식 형태로 연결함으로써 층의 물리적 특성을 나타낸다. 이러한 전달 행렬은 흡음재를 해석하기 위한 도구로서 널리 연구되고 사용되어왔으며⁽⁹⁻¹¹⁾, 특히 배열로 이루어진 다층 시스템을 해석하는데 있어 매우 효율적이다. 양단에서 어떤 물리적 변수를 선정하여 구성하는가에 따라 전달 행렬은 여러 가지 형태를 가질 수 있으며 이러한 변수 선정에 따라 층간 경계조건의 구현 방식이 결정된다.

본 연구에서는 수직 입사하는 음파에 대한 1차원 흡음재-패널 배열을 설계하기 때문에 경계 면에서의 음압(p) 과 수직 입사 속도(v_n) 를 이용하여 임의의 층의 전달 행렬을 정의하였다.

$$\begin{Bmatrix} p \\ v_n \end{Bmatrix}_L = [\mathbf{TM}] \begin{Bmatrix} p \\ v_n \end{Bmatrix}_R \quad (2)$$

첨자 L 과 R 은 층의 양단을 구분하기 위하여 표기한다.

층과 층 사이에 두께가 0인 가상의 공기 층이 있다고 가정하면, 다중 층의 전달 행렬은 아래의 식(3)과 같이 각 층에 대한 전달 행렬의 단순 곱으로써 표현된다. 따라서 최적화 과정 중에 나타나는 설계변수에 따른 층의 상태에 상관없이 전체 배열을 쉽게 해석할 수 있어 최적 설계가 용이해진다.

$$\begin{cases} p \\ v_n \end{cases}_L = [\mathbf{TM}]_{total} \begin{cases} p \\ v_n \end{cases}_R \quad (3)$$

$$[\mathbf{TM}]_{total} = [\mathbf{TM}]_1 [\mathbf{TM}]_2 \cdots [\mathbf{TM}]_n$$

3. 물성치 보간 기법과 위상최적화

3.1 물성치 보간 기법

임의의 층의 상태(흡음재 또는 패널)를 나타내는 설계변수 χ 가 0이면 패널을, 1이면 흡음재를 나타낸다고 할 때, 본 연구의 설계문제는 원칙적으로 정수계획법(integer programming) 문제이다. 하지만 설계변수가 0과 1사이의 임의의 실수 값을 갖도록 하면 미분기반의 최적화 알고리즘으로 많은 층을 갖는 흡음재-패널 배열 설계 문제를 다룰 수 있게 된다. 여기서 설계변수가 0과 1사이의 중간 값을 갖는 층은 본질적으로 가상이며 물성치 보간 기법(material property interpolation)을 사용하면 이러한 가상의 상태가 도입된다.

본 연구에서는 흡음재 층에 대하여 물성치 보간 기법을 적용하여 흡음재의 물성치를 가상적으로 변화시킴으로써 Biot 이론에 의하여 표현된 흡음재 층이 패널과 같은 음향학적 거동을 하도록 만든다. 설계변수가 1에서 0으로 가까워짐에 따라 흡음재의 본래 물성치가 패널의 음향학적 거동을 모사할 수 있는 물성치로 변화하는 것이다. 이와 같은 물성치 보간을 구성할 때에는 설계변수가 0일 때 해당 층이 패널을 정확히 표현할 수 있도록 하여야 하며, 흡음재와 패널 두 상태 사이를 적절한 함수로 보간해야만 최적화 마지막 단계에서 설계변수들이 흡음재 또는 패널로 잘 수렴된다. 본 연구에서는 다음의 세 가지 흡음재 물성치를 선정하여 설계변수의 함수로 보간한다. 수치적인 불안정성을 피하기 위하여 패널에 대한 설계변수는 0이 아닌 0.0001의 값을 이용한다.

첫 번째로, 패널은 고체이므로 흡음재의 유체상이 차지하는 비율을 없애 개념적으로 패널에 가까워지도록 공극률(h)을 설계변수의 함수로 보간한다. 이때, h_{foam} 은 흡음재의 공극률을 나타내고, h_{panel} 은 0이다.

$$(h)_e = (h_{foam} - h_{panel}) \cdot \frac{\chi_e}{1 + 4(1 - \chi_e)} + h_{panel} \quad (4)$$

여기서 하 첨자 e 는 e 번째 요소를 의미한다.

두 번째로, 패널의 차음 성능은 질량에 크게 의존하므로 흡음재 층의 고체상의 밀도를 다음과 같이 설계변수의 함수로 보간한다.

$$(\rho_m)_e = (\rho_{m,foam} - \rho_{m,panel}) \cdot \chi_e + \rho_{m,panel} \quad (5)$$

마지막으로 유체상의 점성에 의한 연성을 나타내는 계수 b 를 보간한다. 패널은 점성에 의한 연성 효과를 가지지 않으므로 흡음재로 패널을 표현하고자 할 때 이 계수의 값(b_{panel})은 0이 되어야 한다.

$$(b)_e = b_{foam} \cdot \chi_e + b_{panel} \quad (6)$$

이와 같이 세 가지 변수에 대하여 물성치 보간 기법을 적용하면 흡음재 층을 점차 변화시켜 패널의 음향학적 거동을 표현할 수 있다. 두께가 0.5 mm인 하나의 흡음재 층에 대하여 설계변수의 변화에 따른 전달손실(transmission loss)-주파수 곡선의 변화를 Fig. 1에 도시하였다. 설계변수 χ_e 가 1에서 0.0001까지 변화함에 따라 해당 층의 전달손실이 흡음재 층의 전달손실로부터 패널의 전달손실로 점차 변화함을 확인할 수 있다.

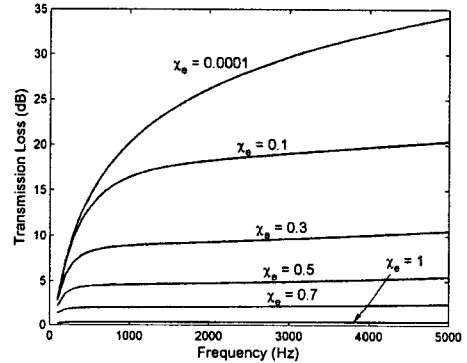


Fig. 1 Transmission loss of a poroelastic material layer for various values of the design variable χ_e .

3.2 배열최적화를 위한 설계문제 정식화

본 연구에서는 전달손실 최대화를 위한 흡음재-패널 배열 최적설계 문제를 1차원 배열최적화 문제로 정식화하였다. 최적화를 위한 목적함수와 구속조건은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} & \min_{\chi_e} |T(\chi_e; f_i)| \\ & \text{subject to } \sum_{e=1}^{N_e} \chi_e \geq V_0 \end{aligned} \quad (7)$$

식(7)에서 $|T(\chi_e; f_i)|$ 는 설계변수 χ_e 에 대한 목적함수로서 전달손실을 최대화하는 문제를 전달계수 T 의 절댓값을 최소화하는 문제로 치환하는데 사용된 함수이다. 목적 주파수 f_i 에 대한 전달계수는 전체 시스템의 전달 행렬인 식(3)로부터 간단한 계

산을 통하여 구할 수 있다⁽¹¹⁾. N_e 는 설계변수의 총 개수로서 설계영역의 이산화된 층의 개수와 같다. 설계변수 χ_e 가 0.0001일 때, 해당 층은 음향학적 패널을 나타내고, 1의 값을 가질 때는 원래의 흡음재 층에 해당하므로 제시된 제한조건은 전체 설계영역에서 흡음재가 차지하는 양이 일정 수준 V_0 이상이어야 함을 의미한다. 즉, 설계영역에서 허용되는 패널의 양이 일정 수준 이하로 제한된다.

최적화 알고리즘이 설계변수를 개선하기 위해서는 설계변수에 대한 목적함수와 제한조건도의 민감도(sensitivity)를 계산하여야 한다. 본 문제의 경우, 목적함수에 들어있는 전달계수 T 의 설계변수에 대한 민감도를 해석적으로 유도하는 것이 매우 복잡하므로, 유한차분법(finite different method)을 이용하여 해당 민감도를 구하였다. 최적화 알고리즘은 위상최적설계에서 널리 사용되는 MMA(method of moving asymptotes) 알고리즘⁽¹²⁾을 적용하였다.

4. 흡음재-패널 배열 설계 예제

제시된 정식화에 따라 흡음재를 포함하는 유한한 두께의 1차원 다중패널 구조를 최적화한다. 설계영역은 Fig. 2에서와 같이 x 방향으로 유한하고 y 또는 z 방향으로 무한하다고 가정한다. 설계영역 두께는 4 cm이며 총 80개 층으로 이산화하였다. 수직 입사하는 음파에 대해 설계영역 내에서 허용되는 패널의 양은 전체 부피의 10% 이하로 제한하였다. 이러한 문제정의를 바탕으로 위상최적화 알고리즘을 통하여 80개의 설계변수를 반복적으로 개선하여 80개 층을 각각 흡음재 층 또는 패널로 수렴시킴으로써 최적화 과정이 완료된다. 수치 예제에서 사용한 흡음재와 패널의 소재는 각각 폴리우레탄 폼과 알루미늄이다. 폴리우레탄 폼의 상세한 물성치는 Table 1에 제시하였다.

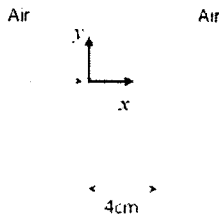


Fig. 2 Design domain

Table 1 Material Parameters of polyurethane foam

Material parameter	Value
Density of solid phase (ρ_m)	552.5 kg/m ³
In <i>vacuo</i> bulk Young's modulus (E_m)	2.2×10^4 Pa
In <i>vacuo</i> loss factor (η)	0.98
Bulk Poisson's ratio (ν)	0.01
Flow resistivity (σ)	67670 MKS Rayls/m
Porosity (h)	0.819
Structure factor (ϵ')	2.57

본 연구에서 제안한 설계방법으로 여러 목적 주파수에 대해 흡음재-패널 층의 최적 배열을 설계한 결과를 Fig. 3에 정리하였다. 검정색으로 표시된 층은 패널에 해당하고 흡음재 층은 점이 있는 회색으로 표시하였다. Figure 3의 결과로부터 목적 주파수에 따라 최적화된 흡음재-패널 층의 배열이 크게 달라짐을 알 수 있다. 전체적으로 목적 주파수가 높아짐에 따라 보다 많은 다중패널이 설계되었다. 최적화 결과가 모두 좌우 대칭인 이유는 설계영역의 양쪽에 같은 경계조건을 부과하고 모든 층에 대해서 균일한 초기값을 사용하여 최적화를 수행했기 때문이다.

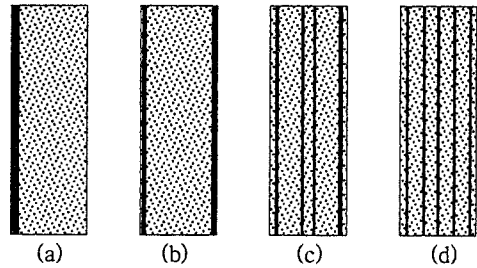
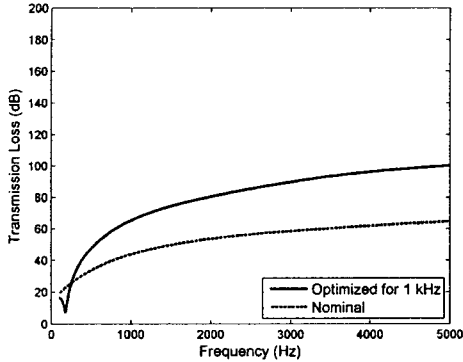


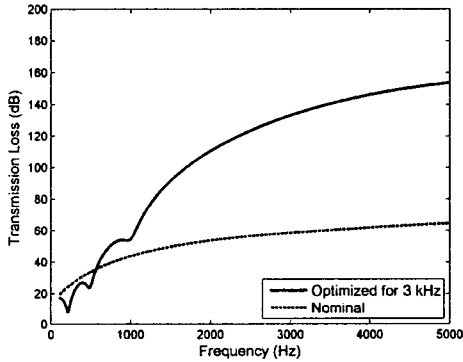
Fig. 3 Comparison of three optimized configuration and a nominal configuration. (a) A nominal configuration with a panel of 10% design domain, (b-d) Optimized multi-panel structure lined with a poroelastic material at 1.0 kHz, 3.0 kHz and 5.0 kHz, respectively.

Figure 3에서 정리한 각 목적 주파수 별 최적의 흡음재-패널 층 배열의 전달손실을 Fig. 4에 도시하였다. 기본적인 배열(Fig. 3(a))에 비해서 최적화된 배열들은 높은 전달손실 값을 나타내고 있다. 또한, 주파수가 높아짐에 따라 최적화된 배열의 성능도 고주파 영역에서 더 높은 성능을 내는 방향으로 달라지는 것을 알 수 있다. 국부적으로 낮은 전달 손

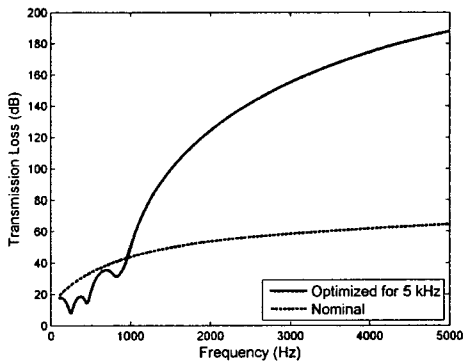
실을 갖는 저주파수는 흡음재와 패널이 각각 스프링과 질량으로서 작용하여 나타나는 공진주파수에 해당한다.



(a)



(b)



(c)

Fig. 4 Comparison of the sound transmission loss curve of nominal configuration and transmission loss curve of configuration which is optimized for the target frequency of (a) 1.0 kHz (b) 3.0 kHz (c) 5.0 kHz.

5. 결론

2, 3차원 위상최적화에 사용되는 기법을 도입하여 흡음재와 패널로 이루어진 1차원 다중패널의 전달 손실을 최대화하는 최적 배열을 찾는 설계방법을 제안하였다. 위상최적화에서 사용되는 물성치 보간 기법을 흡음재 모델에 적용하여 흡음재와 패널의 음향 특성을 모두 흡음재 모델로만 표시하였다. 이 방법을 사용하여 미분기반 최적화를 수행할 수 있었으며, 해석효율을 증가시키기 위해서 전달행렬 기법을 사용하였다. 제안된 방법을 이용하여 전달손실을 최대화하는 흡음재-패널 배열을 성공적으로 찾을 수 있었다. 목적 주파수가 높아질수록 더 많은 개수의 패널이 나타나는, 물리적으로 의미 있는 결과를 얻을 수 있었다.

후 기

본 연구는 서울대학교 정밀기계설계공동연구소를 통해 체결된 창의적연구진흥사업(한국과학재단, 과제번호 2008-011)의 지원으로 수행되었습니다.

참 고 문 헌

- (1) London, A., 1950, "Transmission of Reverberant Sound through Double Walls", Journal of Acoustical Society of America, Vol.22, No.2, pp.270~279.
- (2) Mulholland, K. A., Parbrook, H. D. and Cummings, A., 1967, "The Transmission Loss of Double Panels", Journal of Sound and Vibration, Vol.6, No.3, pp.324~334.
- (3) Yang, H. S., Kim, M. J. and Jeong, G. C., 2007, "Characteristics of Sound Reduction Index through Small Sized Lightweight Panel", Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering. Vol.17, No.12, pp.1184~1194.
- (4) Bendsøe, M. P. and Sigmund, O., 2003, Topology Optimization: Theory, Methods and Applications, Springer, Germany.
- (5) Lee, J. S., Kim, E. I., Kim, Y. Y., Kim, J. S. and Kang, Y. J., 2007, "Optimal Poroelastic Layer Sequencing for Transmission Loss Maximization by Topology Optimization", Journal of Acoustical Society of America, Vol.122, No.4, pp.2097~2106.
- (6) Biot, M. A., 1956, "Theory of Propagation of

Elastic Waves in a Fluid-Saturated Porous Solid”, *Journal of Acoustical Society of America*, Vol.28, pp.168~191.

(7) Allard, J. F., 1993, *Propagation of Sound in Porous Media: Modeling Sound Absorbing Materials*, Elsevier Science, New York.

(8) Bolton, J. S., Shiau, N. -M. and Kang, Y. J., 1996, “Sound transmission through multi-panel structures lined with elastic porous materials”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.191, No. 3, pp. 317~347.

(9) Allard, J. F., Champoux, Y. and Depollier, C., 1987, “Modelization of Layered Sound Absorbing Materials with Transfer Matrices”, *Journal of Acoustical Society of America*, Vol.82, No.5, pp.1792~1796.

(10) Baird, G. E., Thomas, P. D. and Sang, G., 1996, “The Propagation of Elastic Waves through a Layered Poroelastic Medium”, *Journal of Acoustical Society of America*, Vol.99, No.6, pp.3385~3392.

(11) Song, B. H. and Bolton, J. S., 2000, “A Transfer-matrix Approach for Estimating the Characteristic Impedance and Wave Numbers of Limp and Rigid Porous Materials”, *Journal of Acoustical Society of America*, Vol.107, No.3, pp.1131~1152.

(12) Svanberg, K., 1987, “The Method of Moving Asymptotes: A New Model for Structural Optimization”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.24, pp.359~373.