

전달 일률 계수 최대화를 위한 1 차원 도파관 형상 설계

One-dimensional Waveguides Shape Design for Transmission Power Coefficient Maximization

이 일 규† · 이 중 석* · 김 윤 영*

Il Kyu Lee, Joong Seok Lee and Yoon Young Kim

Key Words : Connecting waveguide(연결 도파관), Transmission power coefficient(전달 일률 계수), Shape optimization(형상 최적화).

ABSTRACT

This investigation presents a method to design an optimal shape of a matching waveguide connecting two waveguides having different impedances. The design objective is to maximize power transmission through the waveguide system. When an incident wave impinges on an elastic waveguide system consisting of waveguides of different impedances, all of the incident wave power may not pass through due to the mechanical impedance. Therefore, the maximization of the transmitted power through a waveguide difficult to achieve without a systematic design method. In this work, the optimal shape design of a matching waveguide connecting two waveguides of different impedances is formulated as a shape optimization problem. If the material of the matching waveguide is given, its shape is the only parameter controlling the transmission power. Relatively simple one-dimensional elastic wave transmission problems will be considered in this work, but the underlying methodology and the related physics can be clearly demonstrated. The influences of initial configurations as well as the target frequencies on the optimized shapes will be also investigated.

1. 서 론

도파관(waveguide)을 전파하는 파동의 반사 및 투과는 초음파 기계의 구동이나 서로 다른 물질로의 파동 전달 등을 효과적으로 수행하기 위해서 매우 중요하게 고려되어야 한다. 도파관에서의 파동의 전파는 도파관을 구성하는 물질에 따라 가장 크게 영향을 받지만, 파동의 반사 및 투과는 서로 다른 종류의 도파관이 연결되었을 때 그 경계면에서 발생하게 된다. 특히, 대부분 고체로 이루어져있는 도파관을 전파하는 탄성파의 경우 도파관을 연결하는 부분의 형상에 의해서 탄성파의 반사와 투과가 큰 영향을 받게 된다. 이를 고려하여 초음파 기계의 구동부와 공구 사이의 연결 부분의 형상에 대한 연구가 널리 수행되어 왔는데, 단계적으로(steped) 혹은 선형적(tapered)으로 변화하는 형상을 비롯하여, 부드러운 곡선의 혼(horn)형상이 초음파의 전달에 매우 효과적임이 해석 및 실험을 통해서 입증되었다.^(1,2)

그러나 기존 연구들은 일반적인 형상 및 설계목적에 대해서 수행되었으므로, 설계자가 원하는 설계목적, 특히 특정 주파수 대역에서의 파동의 투과를 최대화하려는 목적의 설계를 수행하는 데에는 무리가

있다. 이에, 본 연구에서는 원하는 목적 주파수 대역에서 파동이 최대로 전달될 수 있는 연결 도파관의 설계를 1 차원 형상 최적화(shape optimization) 문제로 정식화 하였다. 두 도파관 및 그것들을 연결하는 제한된 길이의 연결 도파관을 모두 같은 물성치를 가진 탄성체로 가정하면 임의의 지점에서의 임피던스는 단면적(cross-sectional area)에 의해서만 결정된다. 따라서 연결 도파관의 설계 문제는 그것의 형상 설계문제로 귀착된다. 효과적인 수치해석을 위해서 연결 도파관을 파동 진행방향을 따라 여러 층으로 나누어 이산화하고 각 층에 대하여 해석해를 바탕으로 한 전달 행렬법(transfer matrix method)을 이용하여 빠르고 정확한 계산을 수행하였다.^(1,3,4)

2. 연결 도파관 형상 설계 문제

서로 다른 단면적을 가지는 1 차원 도파관을 연결하는 설계영역은 Fig. 1 과 같이 이산화 되었다. 이산화된 각 층의 단면적은 0 과 1 사이의 값을 갖는 설계 변수(χ_e)의 함수로서 표현된다. 이때, 설계변수 $\chi_e = 0$ 과 $\chi_e = 1$ 은 연결 도파관 전후의 도파관 단면적을 각각 나타낸다.

† 교신저자; 서울대학교 멀티스케일설계 창의연구단
E-mail : plee219@ideallasb.snu.ac.kr
Tel : (02) 880-7130, Fax : (02) 872-5431
* 서울대학교 멀티스케일설계 창의연구단

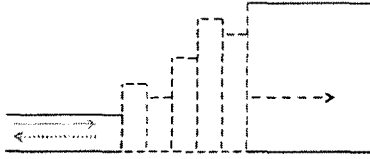


Fig. 1 Configuration of a one-dimensional waveguide. Left and right waveguides have different cross-sectional area and a connecting waveguide is discretized into layers.

1 차원 종파(longitudinal wave)가 입사되었을 때 연결 도파관에 의해서 일부는 반사되고 일부는 투과되는데, 이산화된 연결 도파관의 층 사이에서 입사되는 일률(power, P_i)과 투과되는 일률(P_t)에 대한 절대값의 비를 아래의 식(1)과 같이 전달 일률 계수(transmission power coefficient, T_{power})로 정의한다.

$$T_{power} = \frac{|P_t|}{|P_i|} = T^2 \left(\frac{A_t}{A_i} \right)^3 \quad (1)$$

문제의 정의에 따라서 이산화된 층의 물성치는 일정하므로 전달 일률 계수는 전달계수(T)와 입사면과 투과면의 단면적(A_i, A_t)의 함수로 표현된다.

3. 수치 예제

Figure 2 와 같이 앞부분의 도파관에 비해 뒷부분 도파관의 단면적이 네 배인 불연속적인 도파관 사이의 연결 도파관에 대한 설계를 수행하였다. 설계영역인 연결 도파관은 100 개의 층으로 이산화되었다. 최적 형상 설계를 위한 초기 형상(단면적)은 서로 다른 두 도파관을 선형적으로 연결하는 경우 (Fig. 2(a))와 두 도파관 단면적의 평균값을 갖는 경우 (Fig. 2(b))로 나누어 수행하였다. 이때 전달 일률 계수를 최대화하기 위한 목적 함수는 $k = \pi$ 로 설정하였으며, 이는 해당 종파의 반 파장이 연결 도파관의 길이와 일치하는 경우이다.

아래의 결과와 같이 같은 목적에 대한 최적 형상 설계를 수행하였지만, 초기 형상에 따라서 전달 일률 계수를 최대화 하는 최적의 연결 도파관의 형상은 서로 다르게 설계되었다.

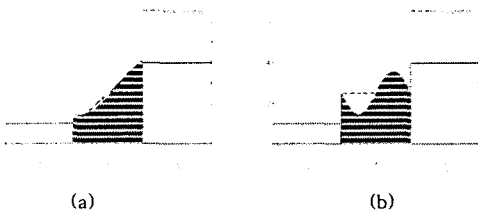


Fig. 2 Comparison of the optimized shapes of the connecting waveguides between two different one-dimensional waveguides. (a) Initial cross-sectional area is linearly increased, (b) Initial cross-sectional area has a mean value.

이는 연결 도파관의 초기 형상이 선형적으로 두 도파관을 연결하고 있을 때는 해석 해에 가까운 혼(horn) 형상으로 설계되는 것이 바람직한 반면 (Fig. 2(a)), 일반적으로 알려진 해석해와는 거리가 먼 평평한 초기 형상으로부터 수행된 형상 최적화의 경우는 해석해를 향해서 최적화되기 보다는 목적하는 주파수에서 가장 효과적으로 전달 일률 계수를 최대화할 수 있도록 시스템에서 공진이 일어나도록 형상이 설계된 것이다 (Fig. 2(b)). 그러나 두 경우 모두 목적 주파수에서의 전달 일률 계수는 최대값인 1 로 계산되어, 입사 일률이 최적 설계된 연결 도파관을 통해서 모두 전달된다.

4. 결론

본 연구에서는 전달 일률 계수 최대화를 위한 1 차원 연결 도파관의 형상 설계를 수행하였다. 도파관의 단면적만을 변수로 고려하여 서로 다른 단면적을 갖는 연결 도파관의 최적 형상을 설계하였다. 또한, 고려하는 목적주파수와 초기형상에 따라 최적의 형상이 다름을 확인하고, 이를 물리적으로 검증하여 제안한 설계 방법의 타당성을 검증하였다.

후 기

본 연구는 서울대학교 정밀기계설계공동연구소를 통해 체결된 창의적연구진흥사업(한국과학재단, 과제번호 2008-011)의 지원으로 수행되었습니다.

참고 문헌

- (1) Langley, R. S., 1999, "Wave Evolution, Reflection, and Transmission along Inhomogeneous Waveguides", *Journal of Sound and Vibration*, Vol.227, No.1, pp.131~158.
- (2) Pierce, A. D., 1981, *Acoustics: An Introduction to Its Physical Principles and Applications*, McGraw-Hill, New York.
- (3) Lee, S. K., Mace, B. R. and Brennan, M. J., 2007, "Wave Propagation, Reflection and Transmission in non-uniform one-dimensional Waveguides", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 4, No. 1-2, pp. 31~49.
- (4) Ohyoshi, T., 1993, "New Stacking Later Elements for Analyses of Reflection and Transmission of Elastic Waves to Inhomogeneous Layers", *Mechanics Research Communications*, Vol. 20, No. 4, pp. 353~359.