

# 균열 끝에서 성장하는 관형 채널의 에너지 방출률 Energy Release Rate for a Tubular Channel Emanating from the Tip of a Crack

\*김기현<sup>1</sup>, #범현규<sup>2</sup>

\*G. H. Kim<sup>1</sup>, #H. G. Beom(hgbeom@inha.ac.kr)<sup>2</sup>

<sup>1</sup>인하대학교 대학원 기계공학과, <sup>2</sup>인하대학교 기계공학과

Key words : Conducting crack, Dielectric solid, Dielectric breakdown, Energy release rate

## 1. 서론

유전재료는 전기산업분야에서 다양하게 사용되는 재료이다. 유전재료는 우리 주위에서 캐패시터, 레조네이터, 액츄에이터 등에서 많이 쓰인다<sup>(1,2,3)</sup>. 유전재료로는 취성이 강한 세라믹이 많이 사용되기 때문에 유전재료의 파괴에 대한 여러 가지 연구가 수행되었다<sup>(4,5)</sup>. 유전재료는 효율성을 높이기 위하여 유전체 내부에 전극을 만드는 경우가 많다. 이런 유전장치에 전기장을 인가하면 전극 선단부분에 전기장이 과도하게 집중되어 종종 절연파괴(dielectric breakdown)가 발생한다. 최근 연구에서는 유전체 표면에 전도성 결점(defect)에서 균열이 진전될 때 에너지 방출률을 구하여 유전체의 절연파괴를 해석했다<sup>(5)</sup>.

본 연구에서는 유전체로 외부에서 전기적인 하중에 의하여 균열 선단에서 관형 채널(tubular channel)의 형태로 절연파괴가 발생하는 경우를 고려하였다. 균열은 전도성 물질로 채워져 있다고 가정한다. 그리고 균열 선단에 집중된 전기장으로 인하여 절연파괴가 발생할 때 에너지 방출률을 구하였다.

## 2. 전도성 균열

전도성 균열이 존재하는 유전체 Fig. 1(a)가 있다. 여기서 전도성 균열이란 균열 내부가 전도성 물질이 채워져 있어 전하가 자유롭게 이동할 수 있는 균열을 말한다. 해석에 사용될 유전체에 전기하중을 인가하기 위하여 Fig. 1(a)의 유전체 좌우에 전도성 물질로 덮여있고, 양쪽 면에 전압을 걸어준다고 가정한다. 이때 유전체가 외부 전기장을 받으면 균열의 선단(crack tip)부분에 전기장(electric field)이 집중된다. 균열 선단에 집중된 전기장은 인접한 분자와 결정구조의 급격한 이온화 현상을 유도하여 절연파괴를 발생시키고, Fig. 1(b)에서 보여지는 채널을 성장하게 한다.

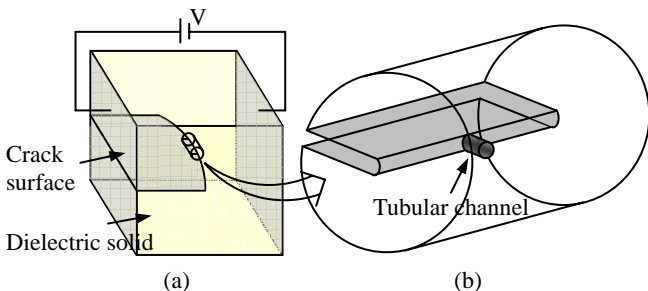


Fig. 1 Conducting crack and channel (a) Conducting crack in dielectric solid (b) Tubular channel

채널이 생성될 때 균열 선단 부위의 전기장을 구하기 위하여 점근문제(asymptotic problem)를 사용한다. 유전체의 절연파괴에 점근문제를 도입하기 위하여 Fig. 1(b)의 단면을 고려하였다. 해석에 사용될 재료는 선형 유전체로 가정하고 이에 따른 지배방정식과 경계조건을 설정하였다. 그리고 채널 생성이 시작되는 시점을 기준으로 에너지 방출률을 계산하기 위하여 필요한 전기장은 유한요소해석을 이용하여 구할 수 있다.

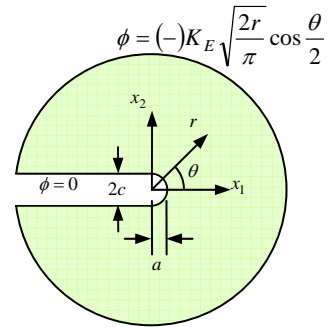


Fig. 2 Asymptotic problem for electric field analysis

절연파괴가 발생하기 전의 유전체를 점근문제로 해석하기 위하여 Fig. 2와 같이 2차원 모델을 적용하였다. 사용되는 지배 방정식은

$$\begin{aligned} D_i &= \epsilon E_i, \\ E_i &= -\phi_{,i} \end{aligned} \tag{1}$$

로 나타낸다. 여기서  $D_i$ ,  $\epsilon$ ,  $E_i$ ,  $\phi$ 는 각각 전기변위(dielectric displacement), 유전율(permittivity), 전기장(electric field), 전기 퍼텐셜(electric potential)이고, 아래 첨자에 점표(.)는 편미분을 의미한다. 해석에 쓰인 유전체는 선형으로 가정한다. 여기에 필요한 경계조건으로 Fig. 2에 표시된 것처럼 전도성 균열면의 전기 퍼텐셜은 0이고, 내부 전기 퍼텐셜은 선형유전체재료에 대한 특이성 지배영역(singularity-dominated zone) 균열문제에 관한 해에 의하여

$$\phi = (-)K_E \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \tag{2}$$

으로 한다. 여기서  $K_E$ 는 전기확대계수(electric intensity factor)이다.

## 3. 정전기 해석

유전체의 절연파괴시 에너지 방출률을 계산하기 위하여 전도성 균열 선단 주변의 전기장을 구해야 한다. 이때 유한요소해석은 상용프로그램인 ABAQUS를 사용하였다. 유전체가 균열면에 대하여 상하 대칭이므로 유한요소 모델의 전체 모양은 Fig. 3과 같다. 요소 타입은 압전평면변형요소(piezoelectric plane strain elements)인 CPE8E이고, 총 7200개의 요소로 이루어져 있다. 본 연구는 유전체에 관한 연구이므로 압전상수는 모두 0으로 입력하였다. 모델은 균열 선단을 중심으로 원모양이고 점근 문제임을 고려하여외부 반지름은 균열 높이의 100배로 설정하였다. 그리고 Fig. 2의  $a$ 를 변화시키면서 균열 선단의 타원 모양의 차이에 따라 변화하는 전기장의 분포를 계산하였다.

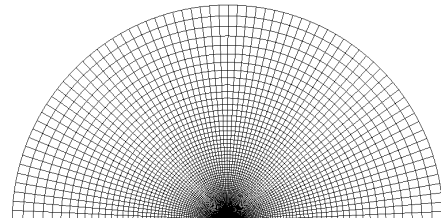


Fig. 3 FE mesh Model

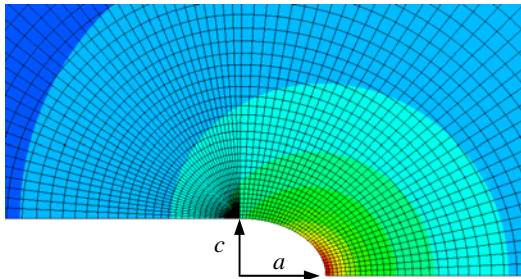


Fig. 4 Magnitude of electric field distribution near the crack tip

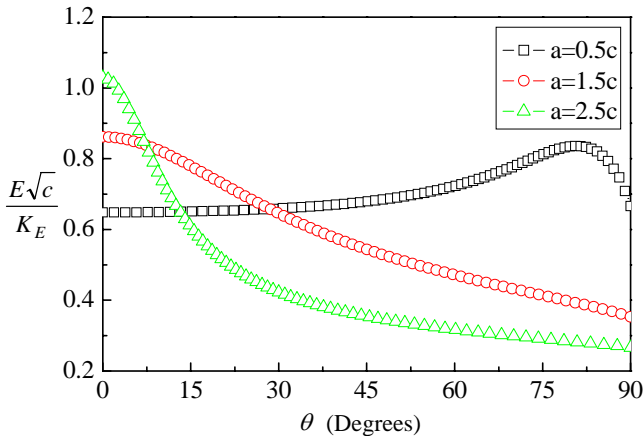


Fig. 5 Normal electric field on the surface of crack head

유전체는 외부 전기장의 영향으로 내부에 전기장의 분포를 형성한다. 위의 Fig. 4 는  $a=1.5c$  일 때 유한요소해석을 통하여 얻은 균열 선단 근처의 전기장 분포를 보여준다. 그림에서 전기장은 균열 끝에서 가장 크고 균열 끝에서 멀어질수록 점차 감소하는 것을 알 수 있다. 균열 선단의 타원면에 분포하는 전기장은 Fig. 5 에서 그래프로 나타내었다. 그래프를 통하여 대체로 균열의 끝부분인 0 도에 전기장이 집중되지만  $a$  가  $c$  보다 작은 경우의 결과로 미루어보아 곡률이 큰 지점에도 전기장의 집중이 유발됨을 알 수 있다.

#### 4. 에너지 방출률

집중된 전기장으로 인하여 균열 끝에서부터 관형 채널(tubular channel) 생성이 시작할 때의 에너지 방출률을 구한다. 이때 에너지 방출률은  $J$  적분으로 계산할 수 있다.  $J$  적분은 단위 면적에 대한 에너지 방출률과 같다.  $J$  적분은 탄소성 파괴역학에서 균열 선단 부근의 파괴 매개변수로 제안되었다<sup>(6)</sup>. 그리고 이것은 유전재료에 대하여 다음 식과 같이 확장된다<sup>(7)</sup>.

$$J = \int_A (wn_1 - t_k u_{k,1} + n_k D_k E_1) dA \quad (3)$$

여기서  $w$  와  $t_k$  는 각각 전기엔탈피밀도(electric enthalpy density)와 트래션(traction)으로서  $-\frac{1}{2}D_k E_k$ ,  $\sigma_{ki} n_i$  의 값을 갖는다. 그리고  $A$  는 절연파괴가 발생하는 면적을 가리킨다. 균열면에 가해지는 외력은 0 이므로 트래션 항이 소거되고, 나머지 항들을 정리하면

$$J = \int_A \frac{1}{2} (D_k E_k n_1) dA \quad (4)$$

으로 변형된다. 여기서  $n_1$  은 균열 선단의 타원면에서 수직인 단위벡터의  $x_1$  방향 성분이고, 유한요소해석을 통하여 얻은 전기장을 식(4)에 대입하여 수치적분을 수행하였다. 균열 선단의 형상에 따른 에너지 방출률의 변화를 찾기 위하여 계산한  $J$  적분값을  $r \rightarrow \infty$ 에서의  $J$  적분값

$$J^\infty = \frac{1}{2} \epsilon K_E^2 \quad (5)$$

으로 무차원화 시키고, 균열 선단의 가로축 타원 반지름  $a$  값에 대하여 각각 계산했다. 아래 Fig. 6 은 균열 선단의

타원모양에 대한 에너지 방출률의 크기를 나타낸다. 그래프의 모양으로 보아 타원 모양이 가늘해질수록 에너지 방출률이 증가하여 절연파괴가 쉽게 발생하고, 에너지 방출률의 증가폭은 점점 감소하는 것이 확인되었다.

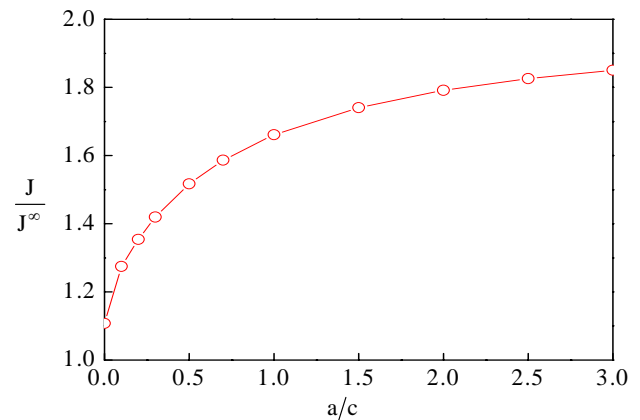


Fig. 6 The Energy release rate as a function of  $a/c$

#### 5. 결론

외부로부터 과도한 전기적 하중을 받는 유전체는 절연 파괴를 일으키며 기계적인 파괴를 동반한다. 유전체 내부에 전극 또는 전도성 균열이 있는 경우 절연파괴가 쉽게 발생할 수 있다. 이 논문에서는 파괴의 양상이 관형 채널(tubular channel)의 형태로 발생하는 경우를 고려하였다. 채널이 생성되기 시작할 때 파괴되는 부분의 에너지 방출률을 구하기 위하여  $J$  적분을 이용하였다. 그 결과 전도성 균열 선단의 모양이 가늘한 타원일수록  $J$  적분의 크기가 증가하였다. 그러므로 만일 어떠한 유전체가 특정한 값의 전기적인 인성을 가진다면, 균열 선단의 모양이 재료의 절연파괴에 영향을 줄 수 있다는 사실을 알게 되었다. 그리고 선단의 타원모양이 점점 가늘해 질수록 에너지 방출률의 증가가 둔화됨을 확인할 수 있었다.

#### 후기

이 논문은 2007 년도 정부재원(교육인적자원부 학술연구조성사업비)으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 연구되었음(KRF-2007-313-D00016).

#### 참고문헌

1. Yokio Sakabe, "Multilayer ceramic capacitors" Current Opinion in Solid state and Materials Science, **2**, 584-587, 1997.
2. Wolfram Wersing, "Microwave ceramics for resonators and filters" Current Opinion in Solid state and Materials Science, **1**, 715-731, 1996.
3. Kwangmok Jung, Kwang J. Kim, Hyouk Ryeol Choi, "A self-sensing dielectric elastomer actuator" Sensors and Actuators A: Physical, **142**, 343-351, 2008.
4. Robert F. Cook, Jeremy Thurn, "Stable dielectric fracture at interconnects from electromigration stress" Acta Materialia, **50**, 2627-2637, 2002.
5. H. G. Beom, Y. H. Kim, "Application of  $J$  integral to breakdown analysis of a dielectric material" International Journal of Solids and Structures, In press, 2008
6. J. R. Rice, "A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and crack" Journal of Applied Mechanics **35** (2), 379-386, 1968
7. Y. E. Pak, "Crack extension force in piezoelectric material" Journal of Applied Mechanics **57** (3), 647-653, 1990