R2R 시스템에서의 댄서를 이용한 LQR 장력제어에 대한 연구

A Study on the LQR Tension Control in R2R System Using Dancer

*성진우 [1], 강현규 [2], #신기현 [3]

*J. W. Seong[1], H. K. Kang[2], #K. H. Shin(khshin@konkuk.ac.kr)[3]

[1] 건국대학교 기계설계학과, [2]건국대학교 기계설계학과, [3]건국대학교 기계공학부

Key words : R2R, Dancer system, LQR, Multivariable feedback, Tension control

1. 서론

R2R(Roll-to-roll)시스템은 전통적으로 인쇄, 제지, 연속 주조, 압연 등의 분야에 적용되어 왔으며, 연속으로 대량생산이 가능한 이점 때문에 최근에는 인쇄전자소자의 저가격 대량 생산을 위한 대안으로 부상하고 있다. 전통적인 종이 매체 인쇄와는 달리 인쇄전자소자는 10 미크론(micron)의 인쇄 정밀도가 요구되기 때문에 정밀한 장력 제어가 필요하다.[2]

댄서 시스템은 R2R 시스템 내의 서브 시스템으로써 스프링-질량-댐퍼를 이용하여 웹의 장력 변화를 제어하는데 사용한다. 진자(pendulum) 방식의 댄서 시스템은 Fig. 1 과 같이 댄서 아이들 롤, 회전 댄서 암(arm), 스프링이 내장된 공압 실린더로 구성되며, 댄서 전· 후 웹의 장력과 댄서 암의 모멘트 평형에 의해 장력을 일정하게 유지하도록 설계한다. 댄서 암의 변위는 전위차계(potentiometer)를 이용하여 측정하며, 측정된 변위는 PI 제어기를 통해 댄서 아이들 롤 전· 후의 구동 롤로 되먹임하여 속도제어에 사용된다. 이 때 PI 제어기의 튜닝에 따라 장력 외란 제어 성능이 결정된다. 본 논문에서는 최적제어기법인 LQR 제어를 이용한 정밀 장력 제어에 대해 연구를 수행하고, 단일 변수 되먹임과 다변수 되먹임에 대해 천이구간에서의 동특성을 비교하였다.

2. Mathematical model

댄서의 수학적 모델은 댄서 전· 후의 스팬 모델과 댄서 암의 모멘트 방정식, 댄서 아이들 롤의 토크 방정식으로 구성된다. 각각의 모델은 장력 T, 속도 V, 댄서 암의 변위 θ 가 작다는 가정 하에 선형화 된 모델이다.[1]

식(1), (2)는 각각 댄서 아이들 롤 상류(upstream) 및 하류(downstream)의 장력 모델을 나타낸다. 장력 모델은 롤의 선속도 변화 V, 장력 변화 T 로 구성되며, 댄서 아이들 롤의 변위로 인해 발생하는 $l_2\dot{\theta}$ 로 인한 장력의 변화량이 고려되어있다.

식 (3)은 댄서 아이들 롤 양단의 장력 차이로 인해 발생하는 힘에 대한 토크 방정식이다. 댄서 아이들 롤은 구동 롤이 아니기 때문에 식 (3)을 통해 댄서 아이들 롤의 선속도를 계산한다.

식 (4)는 댄서 암의 모멘트 방정식이다. 공압 실린더에서 발생하는 스프링 력과 공기 압력, 댄서 암 끝에 작용하는 장력의 모멘트 합에 의해 댄서 변위 θ 를 계산한다.

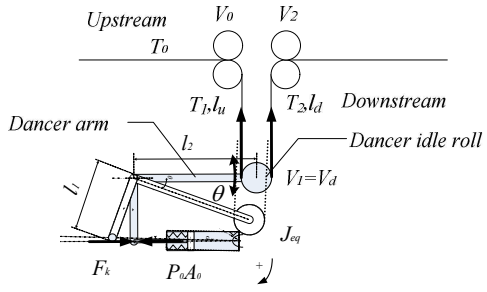

Fig. 1 Schematic of the dancer system and its primitive components

$$\dot{T}_1(t)=\frac{EA}{l_{u0}}\{-V_0(t)+V_1(t)\}+\frac{V_{00}}{l_{u0}}T_0(t)-\frac{V_{10}}{l_{u0}}T_1(t)+\frac{EA}{l_{u0}}l_2\dot{\theta}(t) \quad (1)$$

$$\dot{T}_2(t)=\frac{EA}{l_{d0}}\{-V_1(t)+V_2(t)\}+\frac{v_{10}}{l_{d0}}T_1(t)-\frac{v_{20}}{l_{d0}}T_2(t)+\frac{EA}{l_{d0}}l_2\dot{\theta}(t) \quad (2)$$

$$J_d\dot{V}_1(t)=\{T_2(t)-T_1(t)\}r_d^{\,2}-b_dV_1(t) \quad (3)$$

$$J_{eq}\ddot{\theta}(t)=-l_2\{T_1(t)+T_2(t)\}-\frac{24}{0.078}l_1^2\theta(t)-b\dot{\theta}(t) \quad (4)$$

다변수 제어인 LQR 제어를 위해서는 댄서 시스템의 상태공간 모델이 필요하다. 식 (5)와 같이 상태공간모델을 정의하였을 때, 상태벡터 x, 입력벡터 u, 행렬 A, B, C는 각각 식 (6), (7), (8), (9)와 같다.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t)&=Ax(t)+Bu(t)\\ y(t)&=Cx(t)\end{aligned} \quad (5)$$

$$x(t)=\begin{bmatrix}T_1 & T_2 & V_1 & \theta & \dot{\theta}\end{bmatrix}^T,\ u(t)=\begin{bmatrix}T_0 & V_0 & V_2\end{bmatrix}^T \quad (6)$$

$$A=\begin{bmatrix}-\frac{v_{10}}{l_{u0}} & 0 & \frac{EA}{l_{u0}} & 0 & \frac{EAl_2}{l_{u0}}\\ \frac{v_{10}}{l_{d0}} & -\frac{v_{20}}{l_{d0}} & -\frac{EA}{l_{d0}} & 0 & \frac{EA}{l_{d0}}l_2\\ -\frac{r_d^{\,2}}{J_d} & \frac{r_d^{\,2}}{J_d} & -\frac{b_d}{J_d} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1\\ -\frac{l_2}{J_{eq}} & -\frac{l_2}{J_{eq}} & 0 & -\frac{24l_1^{\,2}}{0.078J_{eq}} & -\frac{b}{J_{eq}}\end{bmatrix} \quad (7)$$

$$B=\begin{bmatrix}\frac{v_{00}}{l_{u0}} & -\frac{EA}{l_{u0}} & 0\\ 0 & 0 & \frac{EA}{l_{d0}}\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix} \quad (8)$$

$$C=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix} \quad (9)$$

3. LQR controller design

시스템의 극점 위치에 따라 시스템의 안정성과 응답속도가 결정이 되며, 시스템이 가관측, 가제어 한 경우 LQR 제어기 설계를 통해 최적 제어 게인을 얻을 수 있다 .이 때 최적 게인은 폐루프 시스템의 극점을 최적의 위치에 배치한다. 최적 게인은 다음의 식 (10)의 2 차형 평가함수 J 를 최소화하는 설계변수 Q 와 R 을 결정하여 얻을 수 있다. Q 는 상태변수 x 를 최소화하는 양반한정(semi-positive definite) 행렬이며, R 은 제어입력 u 를 최소화하는 양한정(positive definite) 행렬이다. LQR 문제를 풀면 식 (11)와 같은 최적 제어 입력을 얻을 수 있다. 식 (12)의 K 는 최적 게인을 의미하며, X 는 식 (13)의 대수 리카티 방정식

(algebraic Riccati equation)을 만족하는 양한정 행렬이다. [3,4]

$$J = \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt \tag{10}$$

$$u(t) = -Kx(t) \tag{11}$$

$$K = R^{-1} B^T X \tag{12}$$

$$A^T X + XA - XBR^{-1}B^T X + Q = 0 \tag{13}$$

가중치 행렬 Q 와 R 은 식 (14)과 같이 결정한다. 일반적으로 댄서를 이용한 장력제어는 장력의 직접 제어가 아닌 θ 값의 변화를 최소화 하는 간접적인 장력 제어 방법으로써, 장력변화로 인한 θ 변화를 빠르게 정상상태로 수렴시켜 장력 제어를 구현한다. 제안하는 LQR 제어기는 다변수 제어의 특성을 이용하여 θ, T_1, T_2 를 모두 되먹임에 고려하기 때문에 행렬 Q 는 상태벡터 x 의 θ, T_1, T_2 성분에 곱해지는 성분인 Q_{11}, Q_{22}, Q_{44} 를 제외하고 모두 0 으로 둔다. 장력제어를 위한 입력 u 는 행렬 R 에 의해 결정된다. R2R 시스템에서 장력제어를 위한 입력은 댄서 상류의 모터에 입력되므로 입력벡터 u 의 속도 성분 V_0 의 제어입력이 커지도록 가중치를 선정한다.

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} R_{11} & 0 & 0 \\ 0 & R_{22} & 0 \\ 0 & 0 & R_{33} \end{bmatrix} \tag{14}$$

4. Simulation

제안된 LQR 제어기의 성능을 다른 제어기와 비교하기 위하여 Table 1 의 파라미터를 이용하여 시뮬레이션을 수행하였다. 이 때 제어 성능은 출력 T_2 가 운전장력 대비 ±1% 이내로 수렴하는 것을 목표로 한다.

Table 1 Comparison of measured roughness data

Op. tension	50N	**l_2**	0.3m
Op. velocity	50mpm	**l_u**	2.2.m
Disturbance	30N	**l_d**	3.2m
J_{eq}	1.0004 kg m^2	**E**	4GPa
l_1	0.15m	**A**	14μm^2

Fig.2 에 PI 제어기와 LQR 제어기의 T_2 계단응답과 사인응답을 나타내었다. 두 가지 제어기 모두 운전장력 50N 에 대비하여 정상상태구간에서 ±1% 이내로 외란을 수렴시키는 것을 확인하였다. 그러나 LQR 제어기의 경우 θ, T_1, T_2 되먹임이 고려된 최적제어이기 때문에 PI 제어기와 비교하여 장력 T_2 가 천이구간에서 오버슛 없이 매우 작은 값으로 수렴한다. Fig. 3 에 θ 되먹임만 고려한 LQR 과 θ, T_1, T_2 되먹임을 고려한 LQR 제어 성능을 비교하였다. 시뮬레이션 결과 θ 되먹임만 고려한 LQR 제어는 PI 제어를 했을 때와 비슷한 수준의 오버슛을 보이나 더 빠르게 정상상태로 수렴한다. 그러나 상태 되먹임에 장력 T 를 고려하는 경우 천이구간에서의 오버슛을 효과적으로 줄이는 것을 확인할 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 R2R 시스템의 서브시스템인 댄서 시스템에서의 LQR 장력 제어에 대해 연구하였다. SISO PI 제어기와 MIMO LQR 제어기의 제어성능을 비교하였으며 다음과 같은 결과를 얻었다.

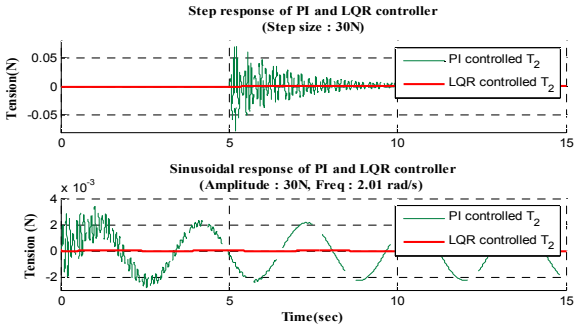

Fig. 2 Response comparision between PI and LQR controllers

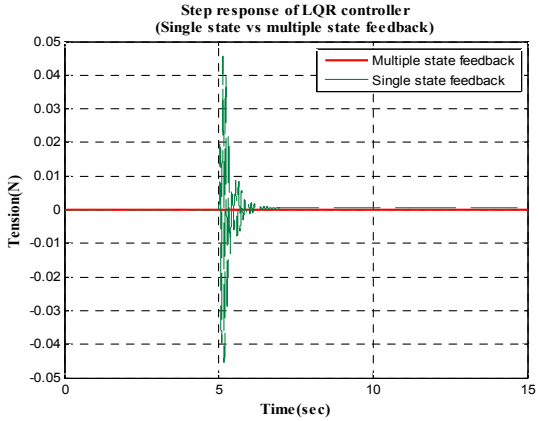

Fig. 3 Response comparision between single and multiple state feedback of LQR controller

(1) 최적 LQR 게인을 이용하여 θ 되먹임을 할 경우 PI 제어와 비교하여 천이구간에서 정상상태로 수렴하는 속도가 빠르다.
(2) LQR 제어 시 장력 T, 댄서변위 θ 를 고려하여 되먹임 할 경우 천이구간에서의 오버슛을 효과적으로 상쇄한다.
(3) 미크론 수준의 정밀 인쇄공정에서는 천이상태에서의 오버슛에 의해 인쇄품질이 영향 받을 것으로 예상되며, 따라서 정밀 장력제어를 위해 다변수 되먹임을 고려해야 한다.

후기

본 연구는 2008 년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 국제과학기술협력재단의 지원(No. K20701040597-07A0404-05110) 및 "서울시 산학연 협력사업(10848)"의 지원 하에 수행되었습니다

참고문헌

1. H. K. Kang, C. Y. Seong, K. H. Shin, "Dancer Modeling and Analysis in Converting Machines," KSME spring annual meeting, 1424~1429, 2006
2. W. Mildner, "OE-A – The international network for the organic and printed electronics industry," 1st Int. Conference on R2R Printed Electronics 2008, pp.49~67
3. S. Skogestad, I. Postlethwaite, "MULTIVARIABLE FEEDBACK CONTROL Analysis and Design," John Wiley & Sons, 344~349, 2005
4. Chao Hu, M. Meng, P, Liu, "Observer-based LQR control of shaping process of automobile belt," Fifth World congress on Intelligent Control and Automation, WCICA 2004, 4, 3310~3314, 2004