

Interval Type-2 TSK 퍼지 추론 시스템의 설계

지광희*, 오성권*
수원대학교*

Design of Interval Type-2 TSK Fuzzy Inference System

Kwang Hee Ji*, Sung-Kwun Oh*
Suwon University*

Abstract - Type-2 퍼지 집합은 Type-1 퍼지 집합의 확장으로 Type-1 퍼지 집합으로는 다루기 힘든 언어적인 불확실성을 다루기 위해 고안되었다. 대표적인 퍼지 논리 시스템(Fuzzy Logic System; FLS)으로 Mamdani FLS 모델과 TSK FLS 모델이 있다. 본 논문에서는 Interval Type-2 TSK FLS를 구성한다. FLS 구성을 위한 전반부는 가우시안 형태의 Type-2 멤버십 함수를 사용하며, 전·후반부 파라미터들은 오류역전과 알고리즘을 통한 학습으로 결정한다. 본 논문에서는 Type-1 TSK FLS와 Interval Type-2 TSK FLS를 설계하고 가스로 공정 데이터에 적용하여 성능을 비교 분석한다. 또한 노이즈를 추가한 데이터들을 통하여 노이즈에 대한 성능도 비교 분석한다.

1. 서 론

현재 가장 많이 쓰이고 있는 퍼지 논리 시스템(Fuzzy Logic System; FLS) 모델은 Mamdani와 TSK 이다. Mamdani 모델의 후반부는 퍼지 집합인 반면 TSK의 후반부는 함수이다. FLS는 Type-1과 Type-2가 있으며, Type-2는 불확실한 정보를 멤버십 함수로 표현함으로써 기존의 Type-1보다 불확실성을 보다 효율적으로 취급할 수 있다. Type-2 FLS를 더 구체화 하면 General Type-2 퍼지 논리 집합과 Interval Type-2 퍼지 논리 집합으로 나눌 수 있는데 본 논문에서는 Secondary membership grade가 '1'의 값을 갖는 계산량이 비교적 적은 Interval Type-2 퍼지 논리 집합을 사용하여 Type-2 퍼지 논리 시스템을 설계한다.

규칙 전·후반부의 멤버십 함수로 가우시안 형태의 Interval Type-2 퍼지 논리 집합을 사용하고, 전반부의 중심은 오류역전과 알고리즘(Back-propagation; BP)을 통한 학습으로 결정된다. 후반부는 1차식으로 표현된다. 후반부 계수 역시 전반부와 같은 오류역전과 알고리즘으로 학습을 통해 결정된다. 이렇게 설계된 모델에 가스로 공정 데이터를 적용하여 모델을 실험하고 인위적인 노이즈를 추가한 데이터를 사용했을 때 Type-2와 Type-1 시스템 결과를 비교 분석 한다.

2.Interval Type-2 TSK FLS

2.1 규칙

Interval Type-2 TSK FLS가 p 개의 입력과 한 개의 출력 Y 를 가지고 있을 때 l 번째 룰은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$R^l: IF x_1 \text{ is } \tilde{F}_1^l \text{ and } \dots \text{ and } x_p \text{ is } \tilde{F}_p^l \\ THEN Y^l = C_0^l + C_1^l x_1 + C_2^l x_2 + \dots + C_p^l x_p \quad (1)$$

$l=1..M$ 이고 \tilde{F} 는 전반부 Type-2 퍼지 집합이고 Y 는 l 번째 규칙의 출력이다. C 는 후반부 Type-1 Interval set이다. 이는 Mendel이 제시한 Interval Type-2 TSK FLS의 모델중 하나로 전반부는 Type-2 퍼지 집합 후반부는 Type-1 Interval set을 갖는다. 이는 가장 일반적인 경우이며 모델1이라고 부른다[3] 본 연구에서는 위의 모델을 설계하여 사용한다.

2.2 추론

본 연구에서는 멤버십 함수의 형태로 가우시안 형태를 사용하고 불확실한 중심을 갖는 Type-2 퍼지 집합을 사용한다. 가우시안 멤버십 함수는 식(2)와 <그림 1>로 나타낼 수 있다.

$$\mu_A(x) = exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2\right] \quad m \in [m_1, m_2] \quad (2)$$

Interval Type-2 퍼지 집합은 UMF(Upper Membership Function)와 LMF(Lower Membership Function)로 구성되어 있으며 멤버십 함수 $\mu_{\tilde{F}_k}(x_k)$ 에 대해 Lower와 Upper에 대한 표현은 각각 $\mu_{\tilde{F}_k}^-(x_k), \mu_{\tilde{F}_k}^+(x_k)$

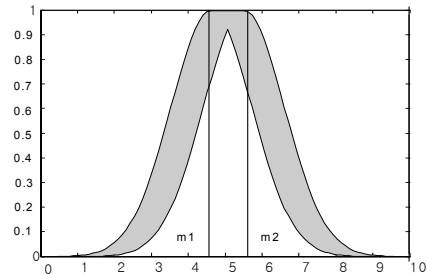
이다. l 번째 규칙의 전반부 적합도 $f^l(x)$ 는 Interval set이며 연산 결과는 다음 식과 <그림 2>와 같다. ($k=1, \dots, p$)

$$f^l = \mu_{\tilde{F}_1^l}(x_1) \star \dots \star \mu_{\tilde{F}_p^l}(x_p) \quad (3)$$

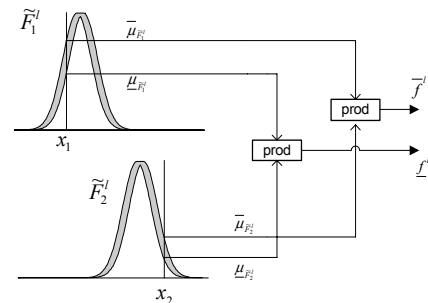
$$\bar{f}^l = \bar{\mu}_{\tilde{F}_1^l}(x_1) \star \dots \star \bar{\mu}_{\tilde{F}_p^l}(x_p) \quad (4)$$

$$F^l(x) = [f^l(x), \bar{f}^l(x)] \equiv [f^l, \bar{f}^l] \quad (5)$$

식들의 \star 는 product t -norm 연산자이다. l 번째 규칙의 후반부 계수는 다음과 같이 표현할 수 있다.



<그림 1> uncertain-mean을 갖는 가우시안 Type-2 멤버십 함수



<그림 2> Interval Type-2 TSK FLS의 전반부 연산

$C_k^l = [c_k^l - s_k^l, c_k^l + s_k^l]$, c_k^l 는 C 의 중심을 나타내고 s_k^l 는 C 의 폭을 나타낸다. 후반부 연산은 밑의 식과 같다.

$$y_l^i = \sum_{k=1}^p c_k^i x_k + c_0^i - \sum_{k=1}^p |x_k| s_k^i - s_0^i \quad (6)$$

$$y_r^i = \sum_{k=1}^p c_k^i x_k + c_0^i - \sum_{k=1}^p |x_k| s_k^i + s_0^i \quad (7)$$

$Y^i = [y_l^i, y_r^i]$ 역시 Interval set이다. 위 식들로부터 구해진 값들을 통해 최종출력은 다음 식으로 정리된다.

$$Y_{TSK,2}(x) = [y_l, y_r] = \int_{y \in [y_l^i, y_r^i]} \dots \int_{y^M \in [y_r^M, y_l^M]} \int_{f^i \in [f_l^i, f_r^i]} \dots \int_{f^M \in [f_l^M, f_r^M]} 1 \left/ \frac{\sum_{i=1}^M f^i y^i}{\sum_{i=1}^M f^i} \right. \quad (8)$$

최종출력 Y 는 Interval Type-1 퍼지 집합으로 나오게 된다. 그래서 y_l 과

y_r 의 평균을 이용하여 비퍼지화 시킨다.

$$Y_{TSK,2}(x) = \frac{y_l + y_r}{2} \quad (9)$$

3. 오류역전파 알고리즘을 사용한 파라미터 학습

3.1 전반부 파라미터 학습

본 논문에서 학습이 되어야 할 파라미터는 전반부 멤버십 함수의 m_1, m_2 , 후반부 1차식의 c, s 이다. 학습은 모든 입력 벡터 x 에 대하여 식(10)의 오차를 최소화 하도록 진행된다.

$$e^{(t)} = \frac{1}{2} [D^{(t)} - Y_{TSK,2}^{(t)}(x)]^2 \quad (10)$$

$D^{(t)}$ 는 t 번째 입력의 목적값(Desired value)이고 $Y_{TSK,2}^{(t)}(x)$ 는 t 번째 입력의 Type-2 TSK FLS의 출력이다. 학습은 $Y_{TSK,2}^{(t)}$ 이 $[y_l, y_r]$ 의 값을 갖는 interval set이기 때문에 y_l 과 y_r 에 대하여 각각 학습이 이루어지며 primary 멤버십 함수의 중심이 불확실성을 가지므로 구간에 따라 오차 식이 다르다. 임의의 멤버십 함수의 첫 번째 중심이 출력에 영향을 주었다면 오차에 따른 m_{j1}^l 의 변화분(delta)은 식(11)로 정의된다. 식(11)에서 α 는 학습률을 $l(1, \dots, M)$ 은 l 번째 규칙을 나타내며 $j(1, \dots, p)$ 는 입력벡터 x 의 j 번째 원소를 나타낸다. \bar{f}^l 은 KM알고리즘 내에서 y_r 을 계산하는데 영향을 준 \bar{f}^l 또는 f^l 중 하나를 나타낸다.

$$\Delta m_{j1}^l = -\alpha \frac{\partial e}{\partial m_{j1}^l} = \frac{1}{2} \alpha (D - Y_{TSK,2})(y_l - y_r) \cdot \frac{(x_j - m_{j1}^l)}{(\sigma_j^l)^2} \cdot \frac{\bar{f}^l y^l}{\sum_{l=1}^M \bar{f}^l} \quad (11)$$

본 연구에서는 입력공간을 균등하게 분할하고 분할된 공간의 중심에서 이웃하는 멤버십 함수가 만나도록 σ 를 고정시킨 후 m_1 과 m_2 를 학습하여 전반부 파라미터들을 동조하였다.

3.2 후반부 파라미터 학습

본 연구에서 제안한 후반부 구조는 1차식이며 후반부 계수들 역시 오류역전파 알고리즘을 사용하여 식(10)의 오차식을 최소화 하도록 학습된다. 다항식의 각각의 변화분(delta)은 밑의 식으로 표현되며 1차식인 경우 상수항에 대하여도 학습을 진행하여야 한다.

$$\Delta c_j^l = -\alpha \frac{\partial e}{\partial c_j^l} = \alpha (D - Y_{TSK,2})(y_l + y_r) x_j / 2 \quad (12)$$

4. 실험

제안된 모델의 평가를 위해 가스로 시계열 데이터를 적용한다. 입력 $u(t)$ 는 가스 흐름률이고 출력 $y(t)$ 는 이산화탄소 농도인 1입력 1출력의 데이터 296쌍으로부터 $u(t-3), u(t-2), u(t-1), y(t-3), y(t-2), y(t-1)$ 의 6개 입력변수와 한 개의 출력변수 $y(t)$ 를 설정하고, 학습데이터로 145개의 데이터 쌍을 사용한다. 이중 가장 균일한 분포를 나타내어 모델링에 적절한 $[u(t-3), y(t-1), y(t)]$ 의 입력 데이터 쌍을 사용한다.

테스트를 위해서 랜덤 화이트 가우시안 노이즈를 첨가한 트레이닝 입력 데이터 30개, 테스트 데이터 100개를 구축하여 각각 30번, 100번씩 실험하여 PI와 EPI의 평균과 표준편차를 구하였다. 실험에 사용된 파라미터와 실험 결과는 표 1, 2를 통해 정리하였다.

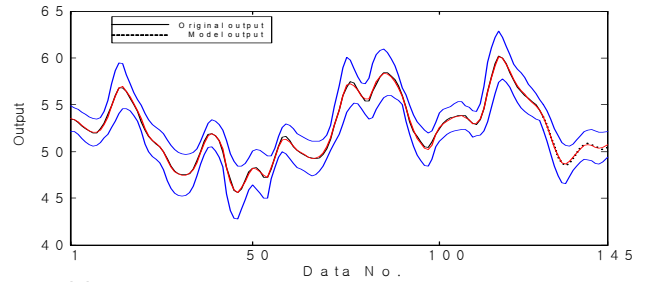
〈표 1〉 시스템 구축을 위한 실험 파라미터

파라미터	값	
	Type-1	Type-2
학습률	0.05	0.05
학습 횟수	전반부: 200	전반부: 200
$[\sigma_1, \sigma_2]$	[1.178, 6.200]	[1.178, 6.200]
멤버십 함수 수	$u(t-3)$: 3	$u(t-3)$: 3
	$y(t-1)$: 2	$y(t-1)$: 2

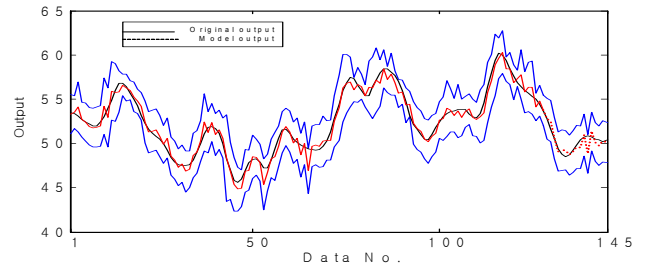
〈표 2〉 실험 결과

		Original Data	Noised Data
Type-1	PI	0.0184	0.4078 ± 0.055
	EPI	0.3036	0.7446 ± 0.081
Type-2	PI	0.0191	0.3854 ± 0.057
	EPI	0.302	0.7064 ± 0.07

표2의 실험 결과를 보면 노이즈가 없을 때의 성능지수는 Interval Type-1 TSK FLS이 미세한 차이로 좋은 것을 볼 수 있다. 하지만 노이즈가 추가된 데이터를 사용했을 때의 실험에서는 Interval Type-2 TSK FLS가 좋은 성능을 보이는 것을 확인할 수 있다. 이는 Type-2가 Type-1에 비해 노이즈에 좀 더 강인함을 보여준다. 그림 3은 노이즈가 있을 때와 없을 때의 출력을 보여준다. Type-2의 출력은 그림에서 모두가 Interval set으로서 upper출력과 lower출력이 존재한다.



(a) 노이즈가 없는 Interval Type-2 TSK FLS의 출력



(b) 노이즈를 갖는 트레이닝 입력데이터를 적용했을 때의 Interval Type-2 TSK FLS 출력

3. 결론 및 향후과제

본 논문은 Interval Type-2 TSK FLS를 구현하고 비선형 실험 데이터에 적용하여 종전의 Type-1 TSK FLS와 비교 분석 하였다. 특히 노이즈를 갖는 데이터에 대해 Type-2 시스템의 우수성을 보인 만큼 노이즈에 많은 영향을 받는 실제 공정에 적용될 때 보다 좋은 시스템 성능을 보일 것을 기대할 수 있겠다.

본 연구에서는 파라미터 동정 방법으로 오류역전파 알고리즘을 사용하였으나 차후 연구에서는 보다 효율적인 파라미터 동정방법과 보다 나은 시스템 구조를 찾는 것이 남은 과제라 할 수 있겠다.

감사의 글

이 논문(저서)은 2007년도 정부(교육인적자원부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (KRF-2007-313-D00710).

참고 문헌

- [1] N.Karnik, J. Mendel, and Q. Liang, "Type-2 Fuzzy Logic Systems," IEEE Trans. On Fuzzy Systems, Vol. 7, No.6, pp.643-658, 1999
- [2] Q. Liang and J. Mendel, "Interval Type-2 Fuzzy Logic Systems Theory and Design," IEEE Trans. On Fuzzy Systems, Vol. 8, No.5, pp.535-550, 2000.
- [3] J. M. Mendel, "Uncertain Rule-Based Fuzzy Logic Systems: Introduction and New Directions," Prentice-Hall: NJ, 2001
- [4] N.Karnik, J. Mendel, "Introduction to Type-2 Fuzzy Logic Systems," in Proc. IEEE Fuzzy conf., pp.915-920, Anchorage, AK, May. Trans. On Fuzzy System, Vol. 7, No. 6, pp.643-658, 1999