

## Interval Type-2 퍼지 제어기의 설계

장한중\*, 오성권\*  
수원대학교 전기공학과\*

### Design of Interval Type-2 Fuzzy Controller

Han-Jong Jang\*, Sung-Kwun Oh\*  
Department of Electrical Engineering, The University of Suwon\*

**Abstract** - Type-2 퍼지 논리 시스템은 기존의 Type-1 퍼지 논리 시스템으로부터 확장된 개념으로서 언어적 불확실성에 대한 개념을 부각시킨다. Type-2 퍼지 논리 시스템의 가장 큰 특징은 멤버쉽 함수에 Footprint Of Uncertainty(FOU)를 사용하여 불확실성을 표현한다. Type-2 퍼지 논리 시스템은 그것의 rule-base 안에서 최소한 한 개 이상의 Type-2 멤버쉽 함수(MF)를 포함한다. Type-2 퍼지 로직 제어기는 MF가 FOU를 포함하여 계산량이 많은 반면에 외란에 대하여 강한 성격을 지닌다. 따라서 본 논문에서는 비선형성이 강한 볼빔 시스템에 Type-1과 Type-2 퍼지 로직 제어기를 설계하고 외란에 대하여 견실한 제어기를 보인다.

#### 1. 서 론

최근 퍼지 로직 시스템들은 많은 응용 분야에서 적용되어지고 있으며, 특히 모델 분석이 어려운 비선형 시스템에 성공적인 성능을 보여주고 있다. 하지만 기존의 Type-1 퍼지 논리 시스템은 언어적 표현의 불확실성에 대하여 표현하기 어려운 점을 지니고 있으며 설계 방법이 제한되어진다. 따라서 모델을 사용하여 설계된 제어기의 성능은 실제 장비들의 모든 특성들을 표현하기에 어려움을 지니기 때문에 불가피하게 나빠진다[1].

언어적 불확실성을 다루기 위하여 Type-2 퍼지 집합은 1975년 Zadeh에 의하여 소개되어졌다[2]. Type-2 퍼지 집합의 MF는 그림 2와 같이 불확실성을 표현하는 Footprint Of Uncertainty(FOU)를 지닌다. 이러한 FOU는 upper MF와 lower MF에 의하여 표시된다.

Interval Type-2 퍼지 논리 시스템은 시계열 예측, 의사결정, 언어 모델링과 음성 인식 등의 여러 분야에서 우수한 성능을 나타내며 퍼지 제어 분야에서는 모바일 로봇 제어, 사운드 스피커의 품질 제어 및 ATM 네트워크안의 연결 승인 제어 등에 적용되어 지고 있다. 이렇게 다양한 분야에 적용되어지는 Type-2 퍼지 논리 시스템의 불확실성을 표현하여 외란에 견실한 제어기를 설계한다. 따라서 본 논문에서는 제어분야에서 많이 사용되어지고 비선형성이 강한 볼빔 시스템에 대하여 Type-1과 Type-2 퍼지 논리 제어기(FLC)를 설계하고, 외란을 첨가하였을 때의 성능을 비교해 본다.

#### 2. Design of Interval Singleton Type-2 Fuzzy Logic Controller

이 장에서는 Interval Singleton Type-2 퍼지 논리 시스템에 대하여 설명하고 이에 따른 제어기를 설계한다. Type-2 퍼지 논리 시스템에서 Interval이란 모든 FOU에서 단일한 Secondary MF값을 가지는 것을 의미하며 Singleton이란 입력 신호가 상수형식으로 표현된 것을 말한다.

##### 2.1 Interval Singleton Type-2 Fuzzy MF

Type-2 퍼지 집합의 개념은 Type-1 퍼지 집합으로부터 확장된 개념이다. Type-2 퍼지 논리 시스템은 퍼지 논리 시스템에서 적어도 한 개 이상의 Type-2 퍼지 집합을 사용한 시스템을 말한다.

언어적 불확실성을 나타내기 위하여 Type-2 퍼지 논리 시스템에서는 MF에 FOU라는 개념을 사용한다. 이것은 어떠한 언어가 각기 다른 사람들에게 따라 다른 의미로 해석이 되는 상황을 연산하기 위하여 도입된 개념이다. 따라서 FOU의 설정에 따라 Type-2 퍼지 논리 시스템의 불확실성에 의한 성능이 크게 좌우되는 것을 알 수 있다. 그림 2는 삼각형 Interval Type-2의 MF를 도식화 하였다.

##### 2.2 퍼지 추론

Interval Type-2 퍼지 논리 시스템의 rule-base는 다음과 같다.

$$R^i: \text{If } x_1 \text{ is } \tilde{F}_1^i \text{ and } x_2 \text{ is } \tilde{F}_2^i, \text{ then } y \text{ is } G^i \quad (1)$$

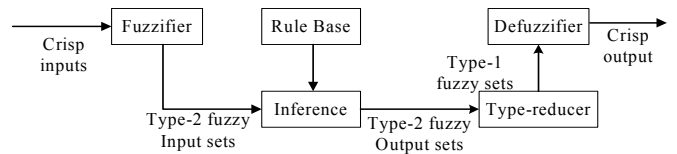
여기서,  $i=1, 2, \dots, N$ 이고,  $N$ 은 rule의 수이다.

퍼지 논리 시스템은 Interval Type-2 퍼지 집합을 사용하기 때문에 product 연산을 사용하여 얻어진 활성화 집합  $F^i(\mathbf{x})$ 은 Interval type-1 집합으로 표현된다.

$$F^i(\mathbf{x}) = [f^i(\mathbf{x}), \bar{f}^i(\mathbf{x})] \equiv [f^i, \bar{f}^i] \quad (2)$$

여기서,  $f^i(\mathbf{x}) = \mu_{\tilde{F}_1^i}(x_1) \cdot \mu_{\tilde{F}_2^i}(x_2)$ ,  $\bar{f}^i(\mathbf{x}) = \bar{\mu}_{\tilde{F}_1^i}(x_1) \cdot \bar{\mu}_{\tilde{F}_2^i}(x_2)$ 이다.

또한,  $\mu_{\tilde{F}_j^i}(x_j)$  과  $\bar{\mu}_{\tilde{F}_j^i}(x_j)$  은  $\mu_{\tilde{F}_j^i}(x_j)$  의 lower와 upper의 멤버쉽 값을 나타낸다.



〈그림 1〉 Type-2 퍼지 논리 시스템

##### 2.3 Type-reduction과 defuzzification

퍼지 추론의 출력이 Type-2 퍼지 집합이기 때문에 defuzzification을 하기 위하여 Type-reduction을 수행한다. 이것은 기존의 Type-1 퍼지 논리 시스템과의 가장 큰 차이점이라고 할 수 있다. Type-reduction의 일반적인 방법으로 center-of-set을 많이 사용한다.

Type-2 Interval 후반부 집합( $G^i$ )의 centroid를 구하는 식은 다음과 같다.

$$C_{G^i}^i = \int_{\theta_1 \in J_{\theta_1}} \dots \int_{\theta_N \in J_{\theta_N}} \frac{\sum_{i=1}^N y_i \theta_i}{\sum_{i=1}^N \theta_i} = [y_l^i, y_r^i] \quad (3)$$

이렇게 나온 centroid를 이용하여 center-of-set방식의 Type-reduction을 수행한다.

$$Y_{\cos}(\mathbf{x}) = \int_{y^i \in Y^i} \dots \int_{y^N \in Y^N} \int_{f^i \in F^i(\mathbf{x})} \dots \int_{f^N \in F^N(\mathbf{x})} \frac{\sum_{i=1}^N f^i y^i}{\sum_{i=1}^N f^i} = [y_l, y_r] \quad (4)$$

여기서,  $F^i(\mathbf{X}) = [f^i, \bar{f}^i]$ 은  $i$ 번째 rule의 활성화 레벨이고,  $Y^i = [y_l^i, y_r^i]$ 은 interval type-2 후반부 집합( $G^i$ )의 centroid와 일치하는 interval type-1 집합이다.

Type-reduction된 집합들은 Interval Type-1 집합으로 이므로 defuzzification의 출력은 다음과 같다.

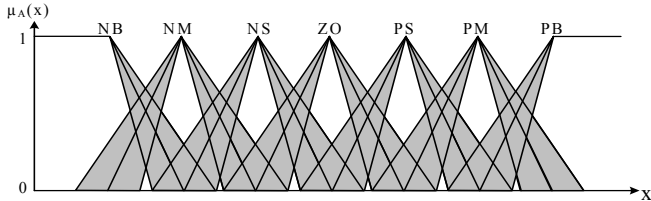
$$y(\mathbf{x}) = \frac{y_l + y_r}{2} \quad (5)$$

##### 2.3 퍼지 제어기 설계

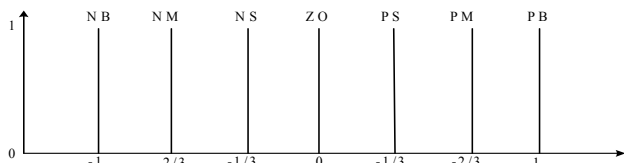
비선형 시스템에 적용을 위해 언어적 불확실성의 영향을 반영한 견실한 제어기를 설계하기 위하여 Type-2 퍼지 제어기가 설계되어진다. Interval Type-2 퍼지 제어기는 기존의 Type-1 퍼지 제어기의 확장된 개념이다. 따라서 Type-2는 기존의 Type-1과 같은 rule-base가 사용되어진다. 또한, Interval Type-2의 멤버쉽 함수는 기존의 Type-1의 멤버쉽 함수에 불확실성의 표현인 FOU개념을 추가하여 각각의 입력  $e, \Delta e$ 에 7개의 MF를 그림 2와 같이 설정하고 출력 U에 대한 MF의 설정은 그림 3과 같이 설정한다.

〈표 1〉 퍼지제어기의 Rule-Base

		E						
		NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
ΔE	NB	NB	NB	NB	NB	NM	NS	ZO
	NM	NB	NB	NB	NM	NS	ZO	PS
	NS	NB	NB	NM	NS	ZO	PS	PM
	ZO	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
	PS	NM	NS	ZO	PS	PM	PB	PB
	PM	NS	ZO	PS	PM	PB	PB	PB
	PB	ZO	PS	PM	PB	PB	PB	PB

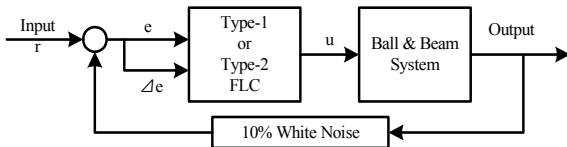


〈그림 2〉 입력 e, Δe에 대한 MF



〈그림 3〉 출력 U에 대한 MF

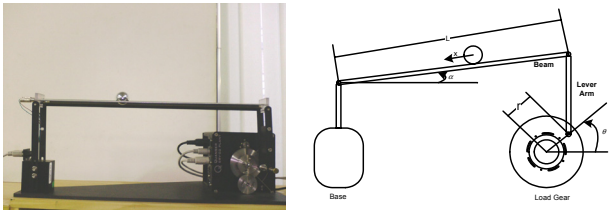
그림 4은 Type-1과 Type-2 퍼지 제어기에 대한 제어 시스템을 나타낸다. Type-1과 Type-2의 외란에 대한 견실성을 판단하기 위해 white noise를 주어 제어기를 설계하였다.



〈그림 4〉 Type-1과 Type-2의 제어 시스템

### 3. 시뮬레이션 및 결과 고찰

볼빔 시스템의 간략한 모델 구성은 그림 5와 같다.



(a) Practical Ball & Beam system (b) Mathematical illustration of Ball & Beam

〈그림 5〉 볼빔 시스템의 전체 구조

비선형성이 강한 볼빔 시스템은 선형화된 식인 전달함수 형태로 변환하여 모델링을 실시하면 다음 세 형태에 보여진 것 같이 전달함수로 나타낼 수 있다.

첫 번째로, Ball과 Beam에 대한 전달함수이다.

$$\frac{X(s)}{\alpha(s)} = \frac{5g}{7s^2} \quad (6)$$

두 번째로, 모터의 전압(V<sub>m</sub>)으로부터 나오는 출력인 각(θ)에 대한 전달함수는 식 7이다.

$$\frac{\theta(s)}{V_m(s)} = \frac{\eta_g \eta_m K_t K_g}{J_{eq} R_m + (B_{eq} R_m + \eta_g \eta_m K_m K_t K_a^2)} \quad (7)$$

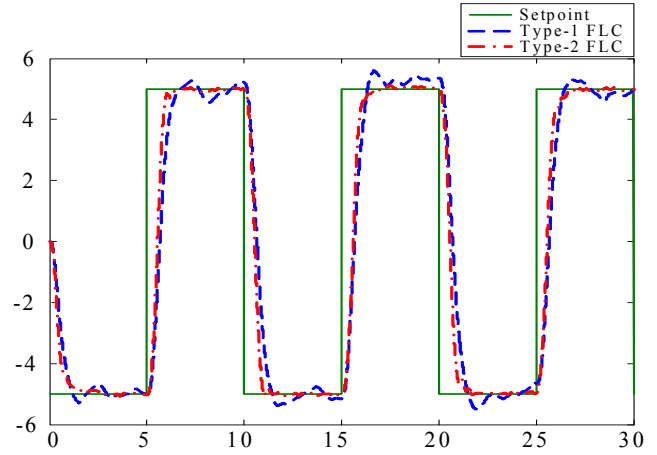
여기서, η<sub>g</sub>는 기어박스의 효율, η<sub>m</sub>은 모터의 효율, K<sub>t</sub>는 모터 토크상수와 K<sub>g</sub>는 SRV02 시스템의 기어 비율이다. 그리고 J<sub>eq</sub>는 로드제에 대한 관성 모멘텀, R<sub>m</sub>는 회로저항, B<sub>eq</sub>는 제동효율과 K<sub>m</sub>은 역기전력 상수이다.

마지막으로, Lever arm이 이루는 각(θ)과 이에 연결된 Beam의 각(α)와의 관계는 식 8과 같다.

$$\frac{\alpha(s)}{\theta(s)} = \frac{r}{L} \quad (8)$$

최종적으로 볼빔 시스템의 개방 루프 전달 함수는 다음과 같다.

$$\frac{X(s)}{V_m(s)} = \frac{\theta(s)}{V_m(s)} \frac{\alpha(s)}{\theta(s)} \frac{X(s)}{\alpha(s)} \quad (9)$$



〈그림 6〉 10% white noise를 포함한 Type-1과 Type-2 FLC 성능비교

그림 6의 시뮬레이션 결과에서 나타나듯이 Type-2 FLC가 Type-1 FLC보다 외란에 강인한 특성을 지닌다. 표 2는 0~30초까지 Type-1과 Type-2 퍼지 제어기의 성능을 IAE, ISE와 ITAE를 통하여 나타낸다.

〈표 2〉 Type-1과 Type-2 FLS 성능 비교

	Type-1	Type-2
IAE	42	32
ISE	277	229
ITAE	615	464

### 4. 결 론

본 논문에서는 비선형성이 강한 볼빔 시스템에 대하여 퍼지 논리 시스템을 이용한 FLC를 설계하였다. 기존의 Type-1 FLC와 언어적 불확실성을 구체적으로 표현할 수 있는 Interval Type-2 FLC에 대하여 성능 비교를 실시하였다. 불확실성의 개념을 나타내는 FOU를 이용한 MF는 외란에 대한 강인한 특성을 지닌다. 이것은 그림 6과 표 2에서 보여 주듯이 기존의 Type-1 FLC의 성능보다 제한된 Interval Type-2 FLC의 성능이 우수한 것으로 판단할 수 있다.

#### 감사의글

이 논문은 2007년도 정부(교육인적자원부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (KRF-2007-313-D00710).

#### [참 고 문 헌]

- [1] Dongrui Wu and Woei Wan Tan, "Genetic learning and performance evaluation of interval type-2 fuzzy logic controllers", Engineering applications of Artificial Intelligence, Vol. 19, Issue 8, pp. 829-841, 2006
- [2] Zadeh, L. A., "The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning-1", Information Sciences 8, Issue 3, pp. 199-249, 1975
- [3] Roberto Sepulveda, Oscar Castillo, Patricia Melin, Antonio Rodriguez-Diaz and Oscar Montiel, "Experimental study of intelligent controllers under uncertainty using type-1 and type-2 fuzzy logic", Information Sciences; an International Journal Vol. 177, Issue 10, pp. 2023-2048, 2007