

슬라이딩 모드를 이용한 DC 모터 제어에 관한 연구

윤성식, 김민찬, 박승규, 안호균, 김성훈
창원대학교

A Study on DC Motor Control Using Sliding Mode Control

Seong-Sik Yoon, Min-Chan Kim, Seung-Kyu Park, Ho-Gyun Ahn, Sung-Hoon Kim
Changwon National University

Abstract - DC motor has been widely used in industrial applications, because the performance is excellent on the speed and position system. However, when a system has parameter uncertainty, it is very difficult to guarantee its performance. Sliding mode control is robust for parameter uncertainty. However conventional sliding mode control can not have the properties of PID controller because its sliding surface has lower order dynamics than the original system. In this paper the sliding surface design method is proposed by using virtual state for DC motor speed control. Its design is based on the augmented system whose dynamics have one higher order than that of the original system. As a result, in spite of the parameter uncertainty, the proposed sliding surface can have the same dynamic of nominal system controlled by PID controller. And the reaching phase is removed by setting an initial state which makes the initial sliding surface equal to zero.

1. 서 론

일반적으로 산업현장에서 DC 모터는 회전 제어가 쉽고, 제어용 모터로서 아주 우수한 특성을 가지고 있다. DC 모터의 파라미터가 잘 알려져 있는 경우에, 이를 제어하기 위해서 제어 알고리즘의 구조가 간단하고 좋은 과도응답특성을 얻을 수 있으며 정상상태 오차를 제거할 수 있는 PID 제어가 가장 많이 사용되어져 왔다[1-3]. 하지만 제어기의 이득값을 결정하는데 있어서 많은 노력과 시간을 요하는 것이 사실이며 시스템의 파라미터가 변동하면 제어성능이 민감하여 강인성을 보장받을 수 없다. 슬라이딩 모드제어(Sliding Mode Control)는 시스템의 모델링시 비선형 요소의 영향을 줄이기 위한 선형화에서 오는 모델링 오차와 외부환경의 변화에 의해서 발생하는 시스템의 파라미터 불확실성 또는 외란이 존재하더라도 원하는 동특성을 얻을 수 있는 강인제어(Robust Control) 기법이다[4-5]. 최근에 시스템의 불확실성에 강인한 슬라이딩 모드 제어를 적용한 PID제어의 설계기법이 소개되었다[6-8]. 하지만 설계된 슬라이딩 평면의 동특성이 공칭시스템의 동특성을 가질 수 없다는 단점을 가지고 있다. 그러므로 본 논문에서는 가상상태를 이용하여 PID제어기에 의해서 제어되는 공칭시스템의 동특성을 가질 수 있는 슬라이딩 평면의 설계기법을 제안한다. 제안된 가상상태는 공칭 시스템의 가제어 표준형으로부터 정의되며 실제 시스템과 가상 상태로서 증가된 시스템을 구성한다. 이로부터 공칭 시스템의 동특성과 같은 동특성을 가지는 슬라이딩 평면을 정의한다. 또한 도달기간도 가상 상태의 초기값을 적절하게 선정하면 제거된다.

2. 문 제 설 정

불확실성을 갖는 DC motor는 다음 식과 같다.

$$\dot{x}(t) = (A + \Delta A)x(t) + Bu(t) + DT_L(t) \quad (1)$$

$$\text{여기서 } A = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{K_b}{L_a} \\ \frac{K_t}{J_m} & -\frac{B_m}{J_m} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} \\ 0 \end{bmatrix} \text{이며 } x_1 (= i_a) \text{은 전기자전류, } x_2 (= w_m) \text{는 모터의 속도[rad/s], } T_L \text{는 부하토크, } u(t) \text{는 전기자전압, } R_a \text{는 전기자저항, } L_a \text{는 전기자인덕턴스, } K_b \text{는 역기전력상수, } K_t \text{는 토크상수, } J_m \text{은 모터의 회전자관성, } B_m \text{는 점성-마찰계수, } \Delta A \text{는 놈-유계된 시스템의 파라미터 불확실성이다.}$$

슬라이딩모드 제어에서는 시스템의 파라미터나 입력이 변동할 때 그 영향을 받지 않는 불변성(invariant)을 가지기 위해서 다음과 같은 정합 조건을 만족하여야 한다.

$$\text{rank}[\Delta A : B] = \text{rank} B \quad (2)$$

식(2)의 조건에서 파라미터 불확실성과 외란은 다음과 같이 표현이 가능하다.

$$\Delta Ax(t) = B\Delta A_1x(t), \quad DT_L(t) = BD_1T_L(t) \quad (3)$$

그러므로 식(1)은 다음식과 같다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Bh(t) \quad (4)$$

여기서 $h(t) = \Delta A_1x(t) + D_1T_L(t)$ 이며 다음과 같이 유계된(bounded) 값을 가진다.

$$\|h(t)\| \leq \rho(t) \quad (5)$$

전형적인 슬라이딩 평면은 다음과 같다.

$$s = c_n x_n + c_{n-1} x_{n-1} + \dots + c_1 x_1 = 0 \quad (6)$$

여기서 c_1, c_2, \dots, c_n 은 슬라이딩 모드의 동특성이 안정하도록 주어진다. 그리고 슬라이딩 모드가 일어나도록 하려면 다음식을 만족하여야 한다.

$$s(x) \dot{s}(x) < 0 \quad (7)$$

위의 조건은 $s(x,t)$ 에 의해서 정의되는 평면상에서 불연속이 일어나는 다음과 같은 계환 입력에 의해서 만족될 수 있다.

$$u(\cdot) = \begin{cases} u^+(\cdot) & \text{for } s > 0 \\ u^-(\cdot) & \text{for } s < 0 \end{cases} \quad (8)$$

식(6)과 같은 형태의 슬라이딩 평면은 제어 시스템의 차수보다 낮은 차수를 가지기 때문에 여러 가지 형태의 제어기에 의해 제어되는 시스템의 동특성을 가질 수 없으며 이것은 슬라이딩 모드 제어가 다른 제어 기법과 결합되어 사용하기가 용이하지 않음을 의미한다. 또한 슬라이딩 평면의 초기값이 영이 아닌 경우에 도달거리가 존재하므로, 이때는 시스템의 동특성이 강인성을 보장 받지 못한다. 그러므로 본 논문에서는 가상 상태를 도입하여 슬라이딩 평면을 구성함으로써 PI제어기에 의해서 제어되는 공칭 시스템의 동특성을 가질 수 있는 슬라이딩 평면을 제안한다. 결국 제안된 슬라이딩 평면은 시스템의 파라미터 불확실성이 존재 하더라도 공칭시스템의 동특성을 얻을 수 있다. 또한 도달거리는 가상상태의 초기값을 적절히 선정함으로써 제거할 수 있다.

3. 가상 상태를 이용한 슬라이딩 평면 설계

식(1)은 다음과 같은 공칭 시스템으로 나타낼 수 있다.

$$\dot{x}_0(t) = Ax_0(t) + Bu_0(t) \quad (9)$$

여기서 $u_0(t)$ 는 미분 가능한 공칭 제어 입력이다.

가상 상태를 정의하기 위해서 공칭 시스템을 상태변환 $z_0(t) = Pr_0(t)$ 를 이용하여 다음과 같은 가제어 표준형으로 변환할 수 있다.

$$\dot{z}_0(t) = A_0z_0(t) + B_0u_0(t) \quad (10)$$

여기서 $A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\alpha_1 & -\alpha_2 \end{bmatrix}$, $B_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ 이며 공칭제어기 $u_0(t)$ 는 PI 제어기를 선정하였다.

가상 상태 $z_v(t)$ 는 z_{0n} 에서 정의되며 다음 식을 만족한다.

$$\dot{z}_v(t) = -\alpha_2 z_v(t) - \alpha_1 z_2(t) + \dot{u}_0(t) \quad (11)$$

그러므로 식(1)과 식(11)에서 가상 상태가 포함된 증가된 시스템을 다음과 같이 구성 할 수 있다.

$$\dot{x}(t) = (A + \Delta A)x(t) + Bu(t) \quad (12)$$

$$\dot{z}_v(t) = -\alpha_2 z_v(t) - \alpha_1 z_2(t) + \dot{u}_0(t)$$

여기서 $u(t)$ 는 식(7)을 보장하는 슬라이딩 모드 제어 입력이다.

본 논문에서 제안된 슬라이딩 평면은 다음과 같이 정의된다.

$$s = z_v(t) + \alpha_2 z_2(t) + \alpha_1 z_1(t) - u_0(t) = 0 \quad (13)$$

또한 가상 상태의 초기값을 다음과 같이 선정하면 도달거리는 제거된다.

$$z_v(t_0) = -\alpha_2 z_2(t_0) - \alpha_1 z_1(t_0) + u_0(t_0) \quad (14)$$

4. 컴퓨터 시뮬레이션

제안된 제어기의 성능을 검증하기 위하여 다음과 같은 DC 모터 시스템을 고려하자.

$$\dot{x}_1(t) = -69.1983x_1 - 19.2827x_2(t) + 42.1941u(t) \quad (15)$$

$$\dot{x}_2(t) = 6.9853x_1(t) + h(t)$$

여기서 $e = ref - x_2(t)$ ($ref = 1[rad/sec]$)이고 $h(t) = \sin(20\pi t)$ 이다. 위의 식을 공칭시스템의 가제어 표준형으로 변환하면 다음과 같다.

$$\dot{z}_1(t) = z_2(t) \quad (16)$$

$$\dot{z}_2(t) = -134.6953z_1(t) - 69.1983z_2(t) + u_0(t)$$

또한 $u_0(t)$ 는 다음과 같은 PI 제어기이다.

$$u_0(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t) dt \quad (17)$$

여기서 $K_p = 10$, $K_i = 20$ 이다.

식(11)로부터 가상 상태는 다음과 같이 정의된다.

$$\dot{z}_v(t) = -69.1983z_v(t) - 134.6953z_2(t) + u_0(t) \quad (18)$$

또한 가상 상태를 포함한 슬라이딩 평면은 다음과 같이 주어진다.

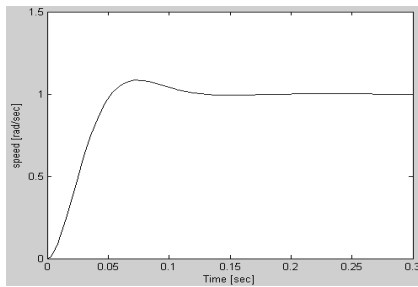
$$s = z_v(t) + 69.1983z_2(t) + 134.6953z_1(t) - u_0(t) = 0 \quad (19)$$

그러므로 식(7)을 보장하는 슬라이딩 모드 제어입력은 다음식을 만족한다.

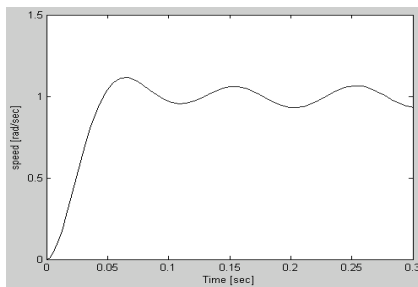
$$u(t) = -0.014(69.1983z_v(t) - 9320.686z_1(t) - 4788.405z_2(t)) - h(t)_{\max} \cdot \text{sgn}(s) \quad (20)$$

여기서 $h(t)_{\max} = 2$ 이다.

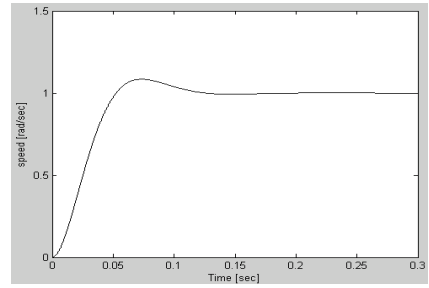
다음 그림들은 컴퓨터 시뮬레이션 결과 파형들이다. 그림 1은 공칭 시스템에서 PI제어기에 의해서 제어된 속도 궤적이다. 그림에서 보듯이 주어진 기준입력을 잘 추종함을 알 수 있다. 하지만 불확실성이 존재하면 PI제어기의 추종 성능이 저하됨을 그림 2에서 알 수 있다. 반면에 그림 3은 제안된 슬라이딩 모드 제어기에 의해서 DC 모터의 속도 궤적이 불확실성의 영향을 받지 않고 공칭 시스템의 동특성을 가진다는 것을 보여준다. 이것은 제안된 슬라이딩 모드 제어기의 강인성이 우수하다는 것을 입증한다. 그림 4는 제안된 슬라이딩 모드 제어기의 슬라이딩 평면으로 가상 상태의 초기값을 적절하게 정해줌으로써 도달 거리가 제거되었음을 볼 수 있다. 그림 6은 제안된 슬라이딩 모드 제어기의 제어 입력이다.



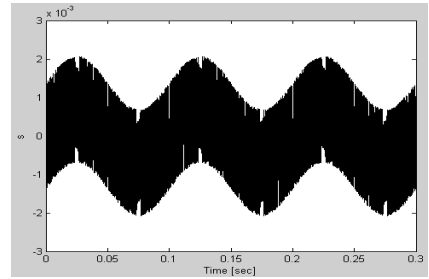
〈그림 1〉 파라미터 불확실성이 존재하지 않을 때의 PI제어기 속도 궤적



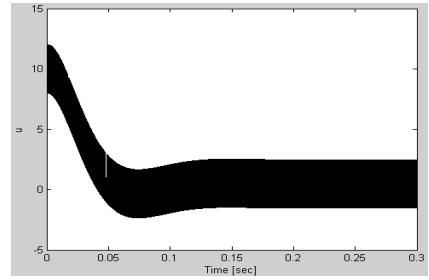
〈그림 2〉 파라미터 불확실성이 존재할 때의 PI제어기 속도 궤적



〈그림 3〉 파라미터 불확실성이 존재할 때의 제안된 슬라이딩 모드 제어기 속도 궤적



〈그림 4〉 파라미터 불확실성이 존재할 때의 제안된 슬라이딩 모드 제어기 슬라이딩 평면



〈그림 5〉 파라미터 불확실성이 존재할 때의 제안된 슬라이딩 모드 제어기 제어 입력

5. 결 론

DC 모터의 제어를 위하여 PID제어기가 사용되어져 왔다. 하지만 PID 제어기는 파라미터 불확실성이 존재하게 되면 강인한 성능을 발휘하지 못한다. 그러므로 본 논문에서는 강인 제어기법으로 알려져 있는 슬라이딩 모드 제어기와 PID제어기를 결합하여 파라미터 불확실성이 존재하더라도 공칭 시스템에서 제어되는 DC 모터의 속도 동특성을 얻을 수 있는 제어기법을 제안하였다. 또한 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 제안된 제어기법의 우수한 성능을 입증하였다.

[참 고 문 헌]

- [1] T. W. Kraus and T. J. Myron, "Self-tuning PID controller uses pattern recognition approach", Control Engineering, pp.106-111, 1984.
- [2] K. J. Astrom and T. Hagglund, "Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins", Automatica, Vol.20, pp.645-651, 1984.
- [3] Z. Y. Zhao, M. Tomizuka and S. Isaka, "Fuzzy gain scheduling of PID controllers", IEEE Trans. Systems, Man, & Cybernetics, Vol.23, No.5, pp.1392-1398, 1993.
- [4] U. Itkis, Control systems of variable structure, JOHNWILLY & SONS, New York, 1976.
- [5] V. I. Utkin, Sliding modes and their application in variable structure systems, Moscow, Mir Publishers, 1978.
- [6] Wei-Der Chang and Jun-Juh Yan, "Adaptive robust PID controller design based on a sliding mode for uncertain chaotic systems", Chaos, Solitons and Fractals, Vol.26, pp.167-175, 2005.
- [7] Rahmi Guclu, "Sliding mode and PID control of a structural system against earthquake", Mathematical and Computer Modelling, Vol.44, pp.210-217, 2006.
- [8] Ibrahim, "Performance improvement of unsymmetrical processes using sliding mode control approach, Energy Conversion and Management, Vol.49, pp.101-106, 2008.