

Taylor 근사화 및 우세극 이론을 이용한 네트워크 기반 시스템의 적응제어

신동기*, 조현철**, 이진우***, 이영진****, 이권순*****
 부산시 사하구 하단2동 840번지 동아대학교 전기공학과

Adaptive Control of Network based Systems using Taylor Approximation and Dominant Pole Theory

Dong Gi Shin*, Hyun Cheol Cho**, Jin-Woo Lee***, Young-Jin Lee****, Kwon-Soon Lee*****
 Dept of Electrical Engineering Dong-A University 840 Hadan 2-dong Saha-gu Pusan Korea 604-714

Abstract - 본 논문은 네트워크 기반 제어시스템(NCS: Networked Control Systems)에 모델매칭 제어기법을 적용한 효율적인 제어알고리즘을 제안한다. 비선형의 특징을 가지는 제어기 및 관측기의 시간지연을 Taylor 근사법으로 선형화하여 선형시스템 이론을 적용한 모델매칭 제어기를 설계하였다. 또한, 제어기의 차수를 우세극 기법과 극,영점 상쇄기법(Pole-Zero Cancelation)을 통해 저차화한 후 그 타당성을 검증하였다. 제안한 제어알고리즘의 컴퓨터 시뮬레이션을 실시하였으며 기존의 고차 모델매칭 제어기와 비교분석하여 타당성 및 신뢰성을 검증하였다.

1. 서 론

NCS 기술은 무선 네트워크 통신기술을 이용하여 제어시스템을 구축하는 기술로서 최근 복잡하게 구현되는 시스템의 신뢰성을 높이기 위한 방안으로 눈부시게 발전되고 있다. NCS 구축에 있어 가장 고려되어야 하는 것은 시간지연성으로 인한 제어성능을 고려하여야 하며 또한 전체 시스템 안정도를 유지하는 고급제어 기법이 중요하다[1][2]. 최근에 이러한 시간지연성을 고려한 NCS 연구가 진행중에 있으며 안정성 해석 또한 발표가 되고 있다.

본 논문은 모델매칭 기법을 이용한 NCS의 제어기 설계를 제안한다. NCS의 지수함수로 표현되는 시간지연 항은 Taylor 근사법을 이용하여 선형화 하였다. 근사화된 전체 시스템의 전달함수를 구한 후 정의된 모델의 전달함수와 같은 동특성을 가지는 모델매칭 제어기를 설계하였다. 제어기의 차수는 모델과 플랜트의 차수와 그리고 시간지연 전달함수에 비례하며 일반적으로 고차 다항식으로 주어진다. 이러한 고차 전달함수는 실제 시스템 구현에 있어 매우 비실용적이며 따라서 본 논문에서는 우세극 기법과 극영점 상쇄기법(Pole-Zero Cancelation)을 적용하여 동특성은 매우 비슷하면서도 차수가 현저히 줄어드는 저차 전달함수를 산출한다. 제안한 제어기의 타당성을 검증하기 위하여 Matlab©을 이용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 실시하였으며 기존의 고차 모델매칭 제어기와 비교하여 저차화된 제어기의 성능을 비교분석하여 성능의 우수성을 입증한다.

2. Taylor 근사화 기반 시스템 모델링

본 논문에서 다루는 NCS 시스템의 블록선도는 그림 1과 같으며, 제어기 $C(s)$, 플랜트 $G(s)$ 그리고 비선형 시간지연 $e^{-\tau_1}$ 과 $e^{-\tau_2}$ 로 구성된다. 여기서 τ_1 과 τ_2 는 제어기 및 관측기에 대한 시간지연을 각각 나타낸다. 또한 플랜트와 제어기의 전달함수는 각각 다음과 같다.

$$G(s) = \frac{N_G(s)}{D_G(s)}, \quad C(s) = \frac{N_C(s)}{D_C(s)} \quad (1)$$

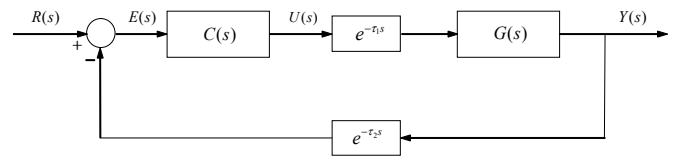
시간지연 항은 비선형 지수함수로 표현되며 선형시스템 이론을 적용하기가 어려우므로 Taylor 근사화 기법[3]을 적용하여 다음과 같이 2차 선형함수로 나타낸다.

$$\begin{cases} e^{-\tau_1 s} \cong \frac{2}{\tau_1^2 s^2 + 2\tau_1 s + 2} = \frac{N_{g_1}(s)}{D_{g_1}(s)} = G_1(s) \\ e^{-\tau_2 s} \cong \frac{2}{\tau_2^2 s^2 + 2\tau_2 s + 2} = \frac{N_{g_2}(s)}{D_{g_2}(s)} = G_2(s) \end{cases} \quad (2)$$

선형화된 시스템에 대하여 전체 전달함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} T(s) &= \frac{C(s)G_1(s)G(s)}{1 + C(s)G_1(s)G_2(s)G(s)} \quad (3) \\ &= \frac{N_c(s)N_{g_1}(s)N_g(s)D_{g_2}(s)}{D_c(s)D_{g_1}(s)D_{g_2}(s)D_g(s) + N_c(s)N_{g_1}(s)N_{g_2}(s)N_g(s)} \end{aligned}$$

제어기 설계의 목적은 식 (3)의 시스템 출력이 기준입력 $R(s)$ 를 추종하는 바람직한 제어성능을 가지도록 적절한 제어기 전달함수를 산출하는 것이다. 본 논문은 이러한 복잡한 선형 시스템에 대한 모델매칭 제어기법을 이용하여 제어기를 설계한다.



<그림 1> 네트워크 기반 제어시스템의 블록선도

3. 시변 시간지연을 고려한 모델매칭 제어기 설계

모델매칭 기반 제어기 설계는 식 (3)의 전체 시스템의 동특성이 다음의 모델 전달함수를 갖도록 제어기 전달함수를 산출하는 기법이다.

$$G_M(s) = \frac{N_m(s)}{D_m(s)} \quad (4)$$

즉, 식 (3)의 실제 시스템의 전달함수와 식 (4)의 모델 전달함수가 동일하기 위한 제어기를 설계하는 것으로, 우선 이 두 전달함수를 다음과 같은 방정식으로 정의한다.

$$\frac{N_c(s)N_{g_1}(s)N_{g_2}(s)D_g(s)}{D_c(s)D_{g_1}(s)D_{g_2}(s)D_g(s) + N_c(s)N_{g_1}(s)N_{g_2}(s)N_g(s)} = \frac{N_m(s)}{D_m(s)} \quad (5)$$

또한 식 (5)로부터 분자 및 분모의 다항식은 다음과 같으며

$$\begin{cases} D_m(s) = D_c(s)D_{g_1}(s)D_{g_2}(s)D_g(s) + N_c(s)N_{g_1}(s)N_{g_2}(s)N_g(s) \\ N_m(s) = N_c(s)N_{g_1}(s)N_{g_2}(s)D_g(s) \end{cases} \quad (6)$$

이 두 방정식을 식 (5)의 제어기 전달함수의 분자와 분모 다항식에 대하여 풀면 그 해는 각각 다음과 같다.

$$\begin{cases} N_c(s) = \frac{N_m(s)}{N_{g_1}(s)N_{g_2}(s)D_g(s)} \\ D_c(s) = \frac{D_m(s)D_{g_2}(s) - N_m(s)N_{g_2}(s)}{D_{g_1}(s)D_{g_2}^2(s)D_g(s)} \end{cases} \quad (7)$$

최종적으로 제어기의 전달함수는 다음과 같다.

$$C(s) = \frac{N_c(s)}{D_c(s)} = \frac{N_m(s)D_{g_1}(s)D_{g_2}(s)D_g(s)}{N_{g_1}(s)N_{g_2}(s)(D_m(s)D_{g_2}(s) - N_m(s)N_{g_2}(s))} \quad (8)$$

시변 시간지연을 고려한 모델매칭 제어기의 설계를 위하여 식 (2)의 τ_1 과 τ_2 를 다음과 같이 고려하자.

$$\tau_1, \tau_2 \in [\tau_{i, \min}^*, \tau_{i, \max}^*], \quad i = 1, 2 \quad (9)$$

$$\tau_{\min} \leq \tau_i^* \leq \tau_{\max}$$

여기서 τ_{\min} 과 τ_{\max} 는 시간지연의 최소 및 최대값을 각각 나타내며

τ_i^* 는 공칭 시간지연을 나타낸다.

모델매칭 제어기의 시간지연을 최대로 두고 설계하면 다음과 같이 된다.

$$\tau_1^* = \tau_{1,\max}, \tau_2^* = \tau_{2,\max} \quad (10)$$

식 (10)의 값을 식 (8)에 적용하여 모델매칭 제어기를 설계할 경우 제어기 및 관측기의 시간지연 τ_1 과 τ_2 가 식 (9)와 같이 변하더라도 안정한 제어성능을 보일 수 있다.

4. 제어기 전달함수의 저차화

제안된 시변 시간지연을 고려한 모델매칭 제어기의 경우 차수가 매우 고차이기 때문에 실제 구현이 어렵다는 단점이 있다. 이러한 단점을 보완하기 위해 우세극 기법과 극영점 상쇄(Pole-Zero Cancellation)기법을 통하여 제어기의 차수를 저차로 근사화시킬 수 있다.

4.1 우세극 기법

우세극 기법에 의한 전달함수의 저차화를 나타내기 위해 제어기의 전달함수를 간단하게 다음과 같이 표현하였다.

$$C(s) = \frac{(s+c)(s+d)}{(s+a)(s+b)} \quad (11)$$

식 (11)에서 $a \gg b$, $c \gg d$ 라고 가정하였을 때 s 평면의 허수축에 가까이 있는 b 와 d 가 우세극이 된다. a 와 c 는 시스템에 크게 영향을 미치지 않는 극점 및 영점으로 간주하여 식의 계수로 빼낼 수 있다. 따라서 $C(s)$ 를 다음과 같이 근사화 할 수 있다.

$$C(s) \approx \frac{c(s+d)}{a(s+b)} \quad (12)$$

4.2 극,영점 상쇄기법(Pole-Zero Cancellation)

제어기 $C(s)$ 와 플랜트 $G(s)$ 가 직렬로 연결되어 있다고 하면 전체 시스템 전달함수를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T(s) = \frac{C(s)G(s)}{1+C(s)G(s)} \quad (13)$$

플랜트의 전달함수와 전체 시스템의 전달함수를 다음과 같이 가정하면

$$G(s) = \frac{1}{s-\lambda}, T(s) = \frac{1}{s+1} \quad (14)$$

식 (13)에 의해 제어기의 전달함수를 다음과 같이 산출할 수 있다.

$$C(s) = \frac{s-\lambda}{s} \quad (15)$$

식 (15)에서 제어기 전달함수는 λ 에서 영점을 가지며 플랜트 전달함수는 λ 에서 극점을 가지므로 $C(s)$ 와 $G(s)$ 를 직렬 연결하면 $s-\lambda$ 는 상쇄된다.

5. 컴퓨터 시뮬레이션

제안한 제어기법의 타당성을 검증하기 위하여 DC 전동기에 적용하였고 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 고차의 모델매칭 제어기와 저차화된 제어기의 성능을 비교 검증하였다. 우선, 플랜트의 전달함수는 다음과 같은 2차 선형시스템으로 설정하였다.

$$G(s) = \frac{5}{s^2 + 12s + 20} \quad (16)$$

또한 그림 1에서 시간지연은 $\tau_{1,\max} = \tau_{2,\max} = 0.6\text{sec}$ 로 하였으며, 이 값은 시스템 시간지연의 최대값으로 가정하여 주어진다. 따라서 식 (2)로부터 시간지연에 대한 전달함수는 각각 다음과 같다.

$$\begin{cases} G_1(s) = \frac{2}{0.36s^2 + 1.2s + 2} \\ G_2(s) = \frac{2}{0.36s^2 + 1.2s + 2} \end{cases} \quad (17)$$

모델매칭 제어기 설계에 있어 모델 전달함수는 다음과 같이 2차 선형시스템으로 정의하며

$$G_M(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1} \quad (18)$$

3 절의 제어기 설계법에 의하여 다음의 제어기 전달함수가 구해진다.

$$C_H(s) = \frac{0.09(s+9.997)(s+2.003)(s^2+3.333s+5.556)^3}{s(s+1.617)(s^2+3.333s+5.556)(s^2+2.716s+5.496)} \quad (19)$$

복잡한 제어기의 차수를 줄이기 위해 4.1 절의 우세극 기법을 이용하여 영점 -9.997을 계수로 빼내면 제어기 전달함수는 다음과 같이 된다.

$$C_{L1}(s) = \frac{0.899(s+2.003)(s^2+3.333s+5.556)^3}{s(s+1.617)(s^2+3.333s+5.556)(s^2+2.716s+5.496)} \quad (20)$$

식 (19)의 차수가 줄어들었지만 아직도 고차의 전달함수이므로 4.2 절의 극,영점 상쇄기법을 이용하여 제어기 전달함수의 차수를 줄이면

$$C_{L2}(s) = \frac{0.899(s+2.003)(s^2+3.333s+5.556)^2}{s(s+1.617)(s^2+2.716s+5.496)} \quad (21)$$

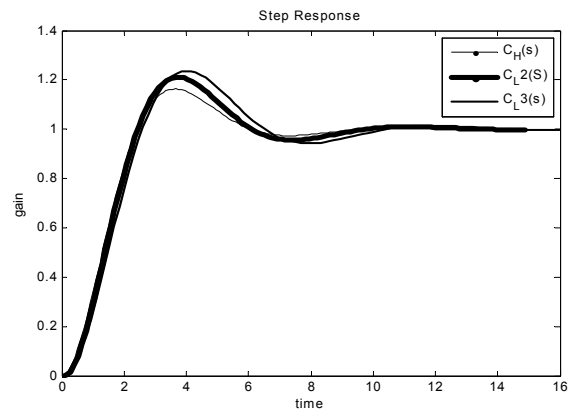
와 같이되며 약간의 오차를 감안하여 극,영점 상쇄기법으로 식 (21)의 차수를 줄이면 제어기 전달함수는 다음과 같이 된다.

$$C_{L3}(s) = \frac{0.899(s+2.003)(s^2+3.333s+5.556)}{s(s+1.617)} \quad (22)$$

표 1은 위에서 언급한 각 제어기를 전체시스템에 적용하였을 때의 최대오버슈트, 정정시간 및 상승시간을 나타낸다. 원래의 모델매칭 제어기 전달함수 $C_H(s)$ 와 제어기의 차수를 줄인 $C_{L1}(s)$, $C_{L2}(s)$ 의 제어성능차이가 크지 않음을 볼 수 있다. 그림 2는 각 제어기 전달함수를 적용한 시스템의 단위계단 응답을 보여주고 있다. 8차인 전달함수를 가지는 제어기 $C_H(s)$ 와 5차의 전달함수 $C_{L2}(s)$ 의 단위계단 응답특성이 비슷하게 나타나며 3차인 $C_{L3}(s)$ 도 만족할만한 성능을 보이고 있다. 이 시뮬레이션 결과로부터 모델매칭 제어기와 저차화된 제어기의 성능이 비슷하게 나타남을 알 수 있다.

〈표 1〉 제안한 각 제어기의 제어성능 비교분석

제어기 전달함수	최대오버슈트	정정시간	상승시간
$C_H(s)$	1.16	8.08	1.64
$C_{L1}(s)$	1.21	8.82	1.6
$C_{L2}(s)$	1.21	8.82	1.6
$C_{L3}(s)$	1.24	9.64	1.72



〈그림 2〉 시스템응답 비교파형

6. 결 론

본 논문은 네트워크 기반 제어시스템에서 발생하는 비선형 시간지연을 Taylor 근사법을 이용하여 선형화하였고 모델매칭제어기를 우세극기법과 극,영점 상쇄기법을 적용하여 저차화된 후 제어성능을 비교하였다. 제안한 제어기법은 제어기의 차수가 저차화된으로써 실제 시스템 구현이 용이하며 기존의 제어기와 유사한 성능을 나타냄을 검증하였다.

향후 연구계획으로는 기존의 연속시간 시스템에서 이산시간 시스템에 적용할 예정이며 유니쿼터스(ubiquitous) 센서 네트워크를 통한 실시간 실험을 통하여 산업현장에서의 적용가능성을 제시하고자 한다. 또한 비선형 시변시스템에서의 적용가능성에 대해 연구하여 성능의 우수성을 보다 더 입증하고자 한다.

감사의 글

"본 연구는 지식경제부 및 정보통신연구진흥원의 대학IT연구센터 지원사업의 연구결과로 수행되었음."
(IITA-2008-C1090-0801-0004)

[참 고 문 헌]

- [1] Y. Halevi and A. Ray, "Integrated communication and control systems: Part I - analysis," *J. of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 110, pp. 367-373, 1988.
- [2] R. Luck and A. Ray, "Experimental verification of a delay compensation algorithm for integrated communication and control systems," *Int. J. of Control*, vol. 59, no. 6, pp. 1357-1372, 1994.
- [3] Benjamin C. Kuo and F. Golnaraghi, *Automatic control systems*, JOHN WILEY & SONS, 2006.