

순차적반응표면법을 이용한 착자요크 최적설계

황규윤\*, 류세현\*\*, 권병일\*  
한양대\*, 전자부품연구원\*\*

Optimal Design of Magnetizing Fixture to Reduce Cogging Torque in Brushless DC Motors by Sequential RSM

Kyu-Yun Hwang\*, Se-Hyun Rhyu\*\*, Byung-Il Kwon\*  
Hanyang University\*, Korea Electronics Technology Institute\*\*

**Abstract** - This paper proposes a new pole shaped magnetizing fixture with a non uniform air gap for sinusoidal magnetizing a ring type permanent magnet (PM) to reduce the cogging torque. To obtain more sinusoidal distributed magnetic flux density, the magnetizing fixture's pole shape is optimized by using the sequential response surface method (RSM). And the effects of each design parameter were investigated using the magnetic analysis combined a time stepping finite element method (FEM) with Preisach model. It has been shown, through numerical analysis the optimized model gives near sinusoidal distributed air gap flux density and drastically reduced cogging torque.

1. 서 론

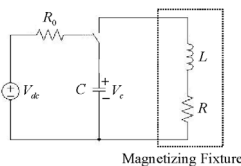
일반적으로 코깅토크는 전동기 운전 시 발생 토크의 맥동으로 작용하여 기기의 소음 및 진동을 유발할 뿐만 아니라 기기의 제어성능의 저하를 초래하므로 이를 최소화해야 한다.

영구자석에 의한 공극에서의 자속밀도 분포가 정현파에 가까운 파형을 갖을 경우, smooth 한 자기적 변화에 의하여, 코깅토크를 효과적으로 저감할 수 있다. 이를 위해 영구자석의 기하학적인 형상을 arc형으로 가공하는 방법이 있으나, 제조비용이 증가하는 단점이 발생한다 [1]. 따라서, 본 논문에서는 코깅토크 저감과 제조비용 저감을 위해 영구자석의 정현적인 자화분포를 갖는 착자요크 최적설계를 하였다. 최적화 기법으로는 기존의 반응표면법의 단점을 보완하기 위해 분할 매개변수를 이용하여 연속적으로 설계변수 범위를 재조정 하는 순차적 반응표면법을 적용하였고, 착자 시스템에 의한 영구자석의 특성해석을 위해 프라이자흐 모델과 이차원 유한요소법을 적용하였다. 착자한 영구자석은 BLDC전동기에 장착시켜, 코깅토크 특성을 살펴보았다.

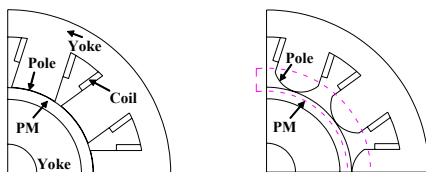
2. 본 론

2.1 착자 시스템 최적설계

그림 1는 착자 시스템 등가회로를 나타내고 있다. 콘덴서 뱅크에 축적된 에너지를 방전시켜 임펄스 전류를 인가하게 된다. 착자 시스템에서의 임펄스 전류는 그림 2(a)에서 보여주는 것과 같이 착자요크의 코일에 흐르게 되고, 이 자계로 인해 자성체가 착자되게 된다 [2].



〈그림 1〉 콘덴서 방전형 펄스 착자시스템 등가회로



(a) 일정한 극 표면 공극길이 (b) 일정하지 않은 극 표면 공극길이  
〈그림 2〉 착자요크 극 표면

그림 2(b)의 착자요크 극 형상은 공극이 일정하지 않은 형태의 극 형상을 갖는데, 이는 영구자석의 자화분포를 보다 정현적으로 만들어 코깅토크를 저감하기 위해서이다. 이때, 영구자석의 자화분포는, 설계변수에 따라 복잡한 반응표면을 갖을것으로 예상된다. 기존에 전기기기 최적설계에 많이 적용되고 있는 반응표면법은 2차 근사함수를 통해 찾았기 때문에 비교적 큰 에러를 내포하고 있을 것으로 판단된다. 이런 문제점들을

개선하기 위해 분할 매개변수를 이용하여, 연속적으로 변수범위를 줄여나가는 순차적 반응표면법과 프라이자흐 모델을 결합한 2차원 유한요소법을 이용하였다.

2.1.1 순차적 반응표면법

2차 근사반응 함수 생성을 위해 가장 많이 쓰이는 중심합성 계획법을 사용하였다. 2차 근사함수는 다음과 같이 표현되어진다.

$$y = b_0 + \sum_{j=1}^3 b_j x_j + \sum_{i \neq j}^3 b_{ij} x_i x_j + \sum_{j=1}^3 b_{jj} x_j^2 + e \quad (1)$$

여기서  $b_j, b_{ij}, b_{jj}$ 는 실험값으로부터 회귀방정식의 회귀계수를 의미하며,  $x_i$ 는 설계변수를 의미한다. 또한, 이를 이용해 착자요크 최적설계문제도 정식화하면 아래와 같이 표현된다.

maximize :  $f(x) =$  자속밀도 분포파형의 기본과 성분  
subject :  $x_{il} < x_i < x_{iu}$  (2)

여기서,  $x_{il}$ 와  $x_{iu}$ 는 설계변수  $x_i$ 의 기하학적인 상위 및 하위 경계점이다. 일반적으로 반응표면법에서는 관심 영역의 범위에 따라 근사 정확도가 달라지며, 부영역의 크기가 작을수록 근사의 정확도는 더욱 커진다.

연속적인 부영역의 크기 ( $(x_{iu}^{(k)} - x_{il}^{(k)})/2$ )는 근사의 정확도에 아주 큰 영향을 미친다 [3]. 일반적으로 순차적인 반복과정에서 (k)번째 최적해는 그 다음 부영역에서의 중심점에 위치하게 된다. 다만, 설계 변수의 범위가 조율이 가능한 제약범위를 넘을 경우, 최적해를 포함하면서 경계 부근에 부영역을 정한다. k번째 최적점과 k번째 영역의 최소점 최대점을 이용한 분할 매개변수 E는 다음과 같다.

$$E_i^{(k+1)} = \alpha + \beta \times \frac{|x_{i,opt}^{(k)} - (x_{il}^{(k)} + x_{iu}^{(k)})/2|}{(x_{iu}^{(k)} - x_{il}^{(k)})/2} \quad (3)$$

여기서,  $x_{i,opt}^{(k)}$ 는 k번째 반복구간에서의 기울기 탐색기법을 이용해 얻은 최적 해를 의미한다. 또한 E는 다음과 같이 새로운 반복구간에서 최적 값의 수렴정도에 따라 결정되며,  $\alpha, \beta$ 는 임의의 상수로 정하였다. k=1일 경우 E를 구할 수 없으므로, 비교적 큰 값이라 판단되는  $\alpha=0.7, \beta=0$  으로 정하였다, k=2 이상일 때부터  $\alpha=0.5, \beta=0.2$  의 값으로 정하였다.

(k+1)번째 부영역에서의 i번째 설계변수들의 범위는 다음과 같이 계산되어진다.

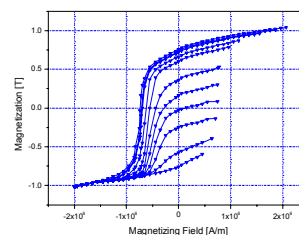
$$x_{il}^{(k+1)} = x_i^{(k)*} - E_i^{(k+1)} \times \frac{1}{2} \times (x_{iu}^{(k)} - x_{il}^{(k)}) \quad (4)$$

$$x_{iu}^{(k+1)} = x_i^{(k)*} + E_i^{(k+1)} \times \frac{1}{2} \times (x_{iu}^{(k)} - x_{il}^{(k)}) \quad (5)$$

설계변수의 범위는 E에 의해 순차적으로 감소하며, 이 값이 1%이하로 줄어들 때까지 반복 실행하였다.

2.2.2 착자해석

본 해석모델은 등방성 NdFeB 영구자석을 사용하였으며, 그림 3는 VSM 장비로 측정된 해석할 영구자석의 1차 전이곡선의 데이터 값으로, 이 데이터는 프라이자흐 모델의 분포함수를 계산하기 위하여 사용된다.



〈그림 3〉 1차 전이곡선 데이터

작자 시스템의 콘테서 뱅크에서 축적된 에너지를 방전시켜 임펄스 전류를 인가하게 되며, 이는 시간 차분 유한요소법과 영구자석의 히스테리시스를 해석하는 프라이자흐 모델을 이용하여 영구자석의 잔류 자화값을 구한다. 작자된 영구자석을 모터(슬롯이 없다고 가정)에 장착 후 2차원 유한 요소법을 통하여 공극자속밀도를 해석하였다. 지배방정식 (6)과 전압방정식 (7) 및 커패시터 방정식 (8)을 통하여 작자시 자계의 세기(H)를 구할 수 있다 [4].

$$\nabla \times \nu(\nabla \times \vec{A}) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{J}_s + \nabla \times \nu \vec{B}_0 \quad (6)$$

$$\frac{M}{S_f} \int_{s_f} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} ds + R_f I_f + L \frac{d}{dt} I_f + V_c = 0 \quad (7)$$

$$\frac{d}{dt} V_c - \frac{1}{C} I_f = 0 \quad (8)$$

여기서,  $\nu$ 는 자기저항률,  $\vec{A}$ 는 자기벡터 포텐셜,  $\sigma$ 는 도전률,  $\vec{J}_s$ 는 전류밀도,  $\vec{B}_0$ 는 잔류 자속밀도,  $N$ 은 턴수,  $L$ 은 축방향 길이,  $S_f$ 는 권선 단면적,  $R$ 는 저항,  $I_f$ 는 전류,  $L$ 는 인덕턴스,  $V_c$ 는 콘테서 전압,  $C$ 는 정전용량을 나타낸다.

영구자석의 1차전이 곡선으로부터 프라이자흐 모델의 분포함수를 구하고, 식(9)에 작자시 자계의 세기(H)와 분포함수를 대입함으로 자화값(M)을 구할 수 있다.

$$M(t) = \iint_{\alpha \geq \beta} \mu(\alpha, \beta) \bar{r}_{\alpha\beta} H(t) d\alpha d\beta \quad (9)$$

여기서,  $\mu(\alpha, \beta)$ 는 분포함수,  $\bar{r}_{\alpha\beta}$ 는 히스테론,  $\alpha$ 는 상승때의 스위칭 자계값,  $\beta$ 는 하강때의 스위칭 자계값을 나타낸다. 자화값으로부터 식(10)을 통해 공극자속밀도를 2차원 유한요소법을 통해 구한다.

$$\nabla \times \nu(\nabla \times \vec{A}) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{J}_s \quad (10)$$

여기서,  $\vec{A}$ 는 자기벡터 포텐셜,  $\nu$ 는 자기저항률,  $\mu_0$ 는 공기중에서의 자기 투자율을 나타낸다.

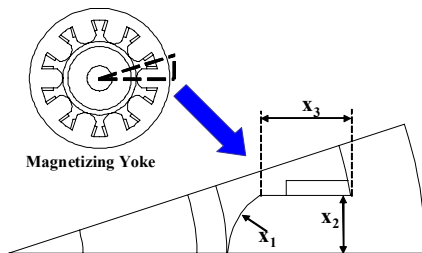
코깅토크 저감을 위해 작자요크의 극 형상을 변화시키며, 최적설계 후 영구자석의 자화분포 해석 후 전동기에서의 코깅토크는 식(11)과 같이 2차원 유한요소법과 맥스웰 유클력 방법으로 구하였다.

$$F_t = \int f_t t dc = \mu_0 t c H_t H_n \quad (11)$$

여기서,  $F_t$ 는 접선방향의 힘,  $f_t$ 는 접선방향의 힘의 밀도,  $t$ 는 축방향길이,  $c$ 는 적분경로,  $H_t$ 는 접선방향의 자계세기,  $H_n$ 은 법선 방향 자속밀도를 나타낸다.

### 2.2.2 작자요크 형상 최적설계

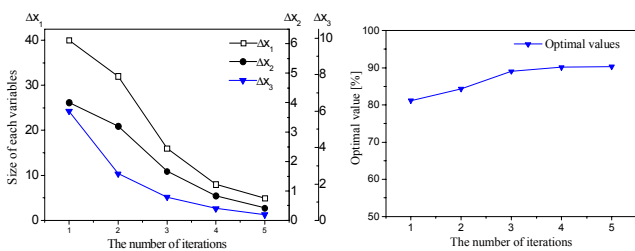
보다 정현적인 자화분포를 갖기 위해, 영구자석의 자화분포에 큰 영향을 미치는 작자요크의 극 형상을 그림 4와 같이 설계 변수로 정하였다.



<그림 4> 설계변수의 선정

여기서,  $x_1$ 은 볼 평형 공극을 갖는 부분에서의 반경 값을 의미하며,  $x_2$ 는 작자요크 극 폭,  $x_3$ 은 작자요크의 극 길이를 나타낸다.

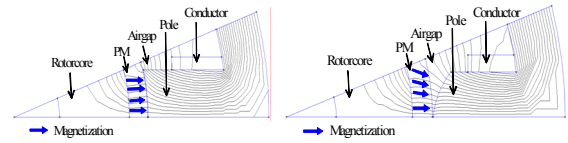
그림 5는 각 iteration 구간에서 설계변수들의 범위와 각각에서의 기울기 탐색방법을 통해 얻은 최적 해를 보여주고 있다. 그림 5(b)에서 기본과 성분이 90 [%] 부근에서 수렴하는 것을 알 수 있다.



(a) 설계변수 범위 크기

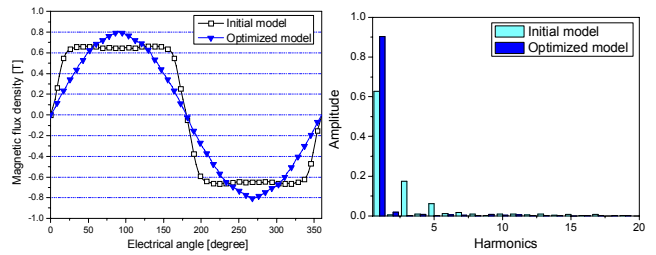
(b) 최적값

<그림 5> 각 Iteration 구간에서의 결과값 비교



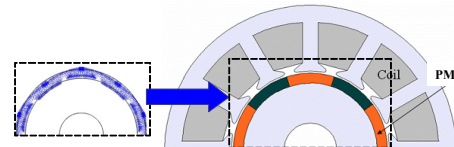
(a) 일정한 극 표면 공극길이 (b) 최적화 과정 후 작자요크 형상 <그림 6> 자속선도 비교

그림 6(a)는 parallel방향으로 작자하기 위해 작자요크를 설계하였을 때 자속경로를 보여주고 있다. 그림 6(b)는 정현적인 자화분포를 갖기 위해 설계된 작자요크를 보여주고 있다. 영구자석의 재질이 등방성이기 때문에 자구의 방향의 작자요크 방향으로 이동하게 되고, 이에 자속이 보다 집중되어 그림 7(a)에서와 같이 에너지량의 큰 변화없이 보다 정현적인 분포를 갖는 것을 알 수 있다. 그림 7(b)는 FFT 분석결과로써, 전체 고조파 성분의 합을 1로 보고 각 고조파 성분의 크기를 나타낸 것이다. 분석 결과 기본과 성분이 90.03 [%]가 되는 것을 알 수 있다.

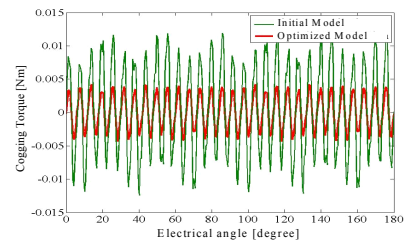


(a) 공극 자속밀도파형 비교 (b) FFT 분석결과 비교 <그림 7> 해석결과 비교

정현적인 자화분포를 갖도록 최적화된 작자요크가 코깅토크에 미치는 영향을 보기 위하여, 영구자석의 작자 후, 영구자석의 자화 데이터를 그림 8. (a)와 같이 10극 12슬롯 BLDC 전동기의 영구자석 위치에 입력한다. 그림 8(b)는 작자한 자화분포 데이터를 불러들인 후, 코깅토크를 해석한 결과를 보여준다.



(a) 해석 모델 (10극 12슬롯 BLDC 전동기)



(b) 코깅토크 해석결과

<그림 8> 작자 후 자화분포 데이터를 mapping 후 코깅토크 비교

### 3. 결 론

본 논문에서는 기존에 사용되어지는 반응표면법에서의 정확도를 증가시키기 위해, 분할매개변수를 이용한 순차적 반응표면법을 적용하였으며, 프라이자흐 모델을 결합한 2차원 유한요소법을 이용하여, 정현적인 자화분포를 만드는 작자요크 최적설계를 하였다. 최적화된 작자요크를 통해 얻은 영구자석의 자화데이터를 전동기에 mapping 시켜 특성해석을 진행하였으며, 최적화된 작자요크를 통해 얻은 코깅토크는 parallel방향으로 작자한 모델보다 62[%]이상 저감하는 것을 확인하였다.

#### [참고 문헌]

- [1] 김사무엘, 정승호, 권병일, 이철규, "BLDC 전동기의 정현과 공극 자속밀도 구현에 의한 코깅토크 저감", 대한전기학회 추계학술대회 논문집, p100~100, 2006
- [2] 이철규, "영구자석 매입형 3상 유도동기전동기의 작자시스템 설계와 자화 분포 해석", 한양대학교 박사학위논문, 2004
- [3] 한석영, 김성훈, "마이크로 믹서의 형상 최적화", 한국공작기계학회 춘계학술대회 논문집, pp. 166~171, 2004
- [4] 정승호, 류세현, 권병일, "정현적 자화분포를 갖는 위치 검출용 마그네틱 센서 개발", 대한전기학회 추계학술대회 논문집, p107~109, 2005