

열계와 프라이어호 모델의 전자기장이 결합된 유한요소법을 이용한 동기형 릴럭턴스 전동기의 특성 해석

김영현*, 최윤철**, 이중호**
대전시 유성구 한밭대학교 전기공학과*

Characteristic Analysis Method of Synchronous Reluctance Motor Using FEM Coupled Electromagnetic Field of Preisach Model & Thermal Field

Young-Hyun Kim*, Yun-Chul Choi**, Joung-Ho Lee
Dept. of Electrical Eng., Hanbat Nat'l Univ., Dukmyung-Dong Yusung-Gu, Daejeon*

Abstract - 이 논문은 열계와 히스테리시스 손실로 인한 추가적인 열원을 프라이어호 모델의 전자기장과 결합된 유한요소법을 이용한 동기형 릴럭턴스 전동기(SynRM)의 특성 해석을 다루었다. 이 논문의 초점은 SynRM에서 동손과 히스테리시스 손실과 관계된 열해석이다.

1. 서 론

효율성과 토크/암페어 같은 문제점은 전기기기의 성능 평가에 중요하다. 이러한 특성은 기기의 손실 여부에 좌우되므로 철심, 치, 절연체, 도체 등의 온도 상승 예측을 포함하여 전기기기의 열문제에 관한 연구는 비록 매우 복잡하더라도 정밀한 디자인이 필수적이다. 정확한 해결책은 디자인의 완전성을 유지하고, 고성능을 보장하고, 비용을 능률적으로 활용하는 것이 중요하다. 이러한 목적을 위하여 전기기기에서 기기의 변화도와 온도 분포를 보다 정확하게 예측하는 것이 필수적이다. SynRM의 열손실은 동권선과 자성체의 히스테리시스 손실의 결과인 줄효과로 주로 구성된다. 동권선에 의해 발생된 열은 열전달 해석방법[1]에서 사용된 일반적인 과정의 결과에서 얻어질 수 있었다. 그러나 내부 열원에 있는 히스테리시스 요소는 기계적 구조와 제조사 재질 데이터에 관한 많은 가설들과 더불어 해석 기술에 의하여 전통적으로 얻어져왔다. 프라이어호 모델은 현재 일반적으로 설득력 있는 히스테리시스 모델이다.[2]-[3] 본 논문의 초점은 SynRM을 위한 열계와 프라이어호 모델의 전자기장과 결합된 유한요소해석을 수행하여 줄 손실과 히스테리시스 손실을 위한 열해석이다.

2. 본 론

2.1 열계와 프라이어호 모델의 전자기장이 결합된 유한요소

2.1.1 SynRM의 지배방정식

맥스웰의 방정식은 다음과 같다.

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_0 \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2)$$

$$\vec{B} = \frac{1}{\nu_0} \vec{H} + \vec{M} \quad (3)$$

여기서, \vec{M} 은 프라이어호 모델에 의해 계산된 자기장도 \vec{H} 에 관한 자성체의 자화의 세기이다. 자기벡터포텐셜 \vec{A} 와 등가자화 전류 \vec{J}_m 은 다음과 같이 표현된다.

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (4)$$

$$\vec{J}_m = \nu_0 (\nabla \times \vec{M}) \quad (5)$$

식 (1)-(5)로부터 지배방정식은 다음과 같다.

$$\nu_0 (\nabla \times \nabla \times \vec{A}) = \vec{J}_0 + \vec{J}_m \quad (6)$$

2.1.2 System Matrix

시스템 매트릭스는 다음과 같이 쓰여질 수 있다.

$$[K^{(e)}] \{A^{(e)}\} + \{F^{(e)}\} + \{M^{(e)}\} = 0 \quad (7)$$

여기서, $K_{ij}^{(e)} = \frac{\nu_0^{(e)}}{4\Delta^{(e)}} (c_{ie} c_{je} + d_{ie} d_{je})$

$$F_i^{(e)} = -\Delta^{(e)} \frac{N_i}{3S}$$

$$M_i^{(e)} = \nu_0^{(e)} (M_x^{(e)} d_{ie} + M_y^{(e)} c_{ie}) \quad (8)$$

$$M_{PMFi}^{(e)} = \nu_0^{(e)} (M_{PMFi}^{(e)} d_{ie} + M_{PMFi}^{(e)} c_{ie})$$

따라서, 전체 모델은 다음과 같은 행렬로서 표현된다.

$$[K] \{A\} + \{F\} + \{M\} + \{M_{PM}\} = 0 \quad (9)$$

2.1.3 열계에서 SynRM의 유한요소방정식

열계에서, 전형적인 요소를 위한 전달 경계 조건과 열원에서 열전도 문제의 변분 정식화에 대응하는 유한요소모델은 뒤에 오는 행렬식에 의하여 주어진다.

$$[M^e] \frac{d}{dt} [T^e] + ([S^e] + [H^e] + [G^e] + [G_m^e]) [T^e] = [F^e] + [F_m^e] + [P^e] + [R^e] \quad (10)$$

여기서, $\frac{d}{dt} [T^e]$: 시미분계수 온도벡터, $[M^e]$: 열용량 행렬, $[S^e]$: 열전도 행렬, $[H^e]$: 전달 행렬, $[G^e]$: 저장온도 의존행렬, $[T^e]$: 온도벡터, $[F^e]$: 동권선에 의한 열원 벡터, $[F_m^e]$: 재료의 히스테리시스에 의한 열원벡터, $[P^e]$: 전달벡터, $[R^e]$: 경계벡터

$$[M^e] = \rho c \Delta \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}, [S_{ij}^e] = \frac{k}{4\Delta} (c_i c_j + d_i d_j)$$

$$[H^e] = \frac{h_{ij} l_{ij}}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{h_{jk} l_{jk}}{6} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} + \frac{h_{ki} l_{ki}}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$[G^e] = -\rho_0 \alpha J^2 \Delta \frac{1}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}, [F^e] = \frac{\rho_0 J_0^2 (1 - \alpha T_0) \Delta}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$[P^e] = \frac{h_{ij} l_{ij} T_f}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{h_{jk} l_{jk} T_f}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{h_{ki} l_{ki} T_f}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$[R^e] = \frac{l_{ij} T_0}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{l_{jk} T_0}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{l_{ki} T_0}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

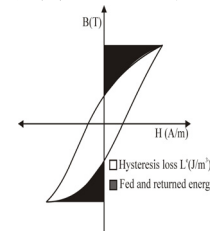
여기서, ρ_0 : T_0 온도 $[\Omega \cdot m]$ 에서 전기저항, α : 선형 팽창 계수 $[1/K]$, T_f : 평정한 유체 온도 $[K]$, l : 노드 사이의 길이 $[m]$. 대류열 전달 계수는 뒤에 오는 실험적 표현[4]로부터 계산된다.

$$h = h_f = h_n (1 + 1.3 \sqrt{v_f}) \quad (12)$$

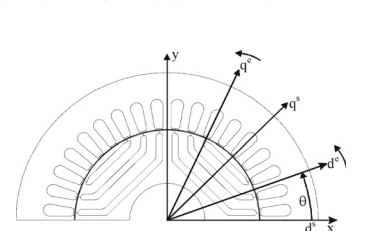
여기서, h_f : 강제 대류열 전달계수 $[W/(m^2 \cdot K)]$, h_n : 자연 대류열 전달계수 $[W/(m^2 \cdot K)]$, v_f : 평균 유체 속도 $[m/s]$

2.1.4 추가적인 열원

히스테리시스 손실로 알려져 있는 추가적인 열원은 뒤에 오는 새로운 개념처럼 열해석의 시스템 매트릭스에서 포함될 수 있다. 재료의 단위 부피와 완전한 주기 당 소산된 에너지는 그림. 1에 있는 전형적인 루프



<그림 1> 히스테리시스 루프의 에너지 상태



<그림 2> 회전자(e), 고정자(s), x축, y축

에서 볼 수 있듯이, 해석모델의 각 요소에서 최대 H 혹은 B의 특징한 극한값을 위한 B-H루프에 의해 둘러싸여진 지역이다. 그리고 단위는, $\text{tesla} \times \text{ampere} / \text{meter} = \text{weber} / \text{meter}^2 \times \text{ampere} / \text{meter}$ (13)

$$\text{Volt} \times \text{sec ond} \times \text{ampere} / \text{meter}^3 = \text{Joule} / \text{meter}^3 \quad \text{이다.}$$

각 요소 $[L^e]$ 관계의 히스테리시스 손실은 $R_c J_{iron}^2$ 과 관계시킬 수 있으며, $R_c = \rho_0 / S$ 이다. 여기서, R_c 는 심 손실 저항이고 R_c 를 위한 와전류 부분은 저속성능(500rpm) 때문에 히스테리시스 손실과 비교하여 무한소이다. J_{iron} 은 등가자화전류밀도 J_m 이 아니고 등가철손전류밀도이다. S는 요소영역이고 L은 SynRM의 더미 길이이다.

그러므로, 2D 열해석에서 추가적인 열원은 다음과 같다.

$$[G_m^e] = -[L^e] \frac{S}{1} \alpha \Delta \frac{1}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad [F_m^e] = \frac{[L^e] S / (1 - \alpha T_0) \Delta}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

프라이자흐 모델링에 의해 계산되어진 히스테리시스 루프의 영역은 지금 한주기의 적분에 의해 찾아낼 수 있다.

$$W_{1\text{cycle}} = \text{Hysteresis Loss}_{1\text{cycle}} = \int_{1\text{cycle}} B dH \quad (15)$$

히스테리시스 루프 영역의 계산은 해석모델의 전체요소로 실행된다.

2.1.5 프라이자흐 모델의 응용

프라이자흐 모델링이 SynRM이나 다른 전자기기[5]-[6]의 히스테리시스 특성 해석을 위한 중요한 방법이었던 것이 확인되었다. 논문의 프라이자흐 모델링에서, $M-H$ 관계는 $B-H$ 관계 대신에 사용되었다. 해석은 전체 히스테리시스 현상의 자화와 적용되는 분야 사이의 차이점 때문에 백터량을 고려하여 행하여졌다. 그렇지 않으면, 백터 해석은 복잡하고, 계산상 오류를 피할 수 없다. 그러므로, 회전기기의 해석을 위한 새로운 알고리즘을 수립하여야 한다. 회전자는 위의 그림. 2에서 보이는 것과 같이 입력 전류각 θ 에 따라 동시에 움직인다. 이렇게 고정자에 있는 영역은 x-축과 y-축에 관하여 교차 영역으로 가정된다. 회전자에 있는 영역 B와 H는 x-축과 y-축에 관하여 교차 영역뿐만 아니라 상수이고 회전 영역이다. 적용되는 분야와 자화 사이의 각은 x-축과 y-축에서 0이거나 π 이다. 회전기기를 위한 프라이자흐 모델은 (16)식에서 보여지는 것처럼 백터 히스테리시스의 특징인 스칼라 모델처럼 표현된다. 동일 축 상에서 계산된 $M-H$ 는 동일한 백터 방향인 것이 명백하다. 자화 M이 단지 회전기에서 양을 산출하여 해석될 수 있는지의 이유이다.

$$M(t) = \iint_{\alpha \geq \beta} \mu(\alpha, \beta) \gamma_{\alpha\beta}(H(t)) d\alpha d\beta \quad (16)$$

$$= \iint_{S^+(t)} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta - \iint_{S^-(t)} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta$$

보다 편리한 계산을 위하여 식 (17)과 같이 Everett 평면으로 대체하여 해석을 수행하였다. Everett 평면에서, 재질 S40의 실험데이터로부터 수송된 M의 분포는 가우스 법칙이다.

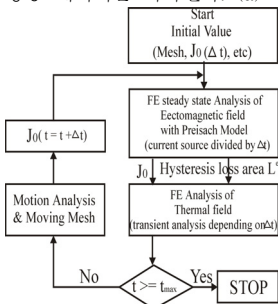
$$E(\alpha, \beta) = \iint_{\alpha \geq \beta} \mu(\alpha, \beta) \gamma_{\alpha\beta}(H(t)) d\alpha d\beta \quad (17)$$

2.2 계산 절차

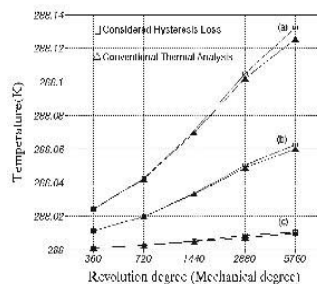
그림. 3은 회전을 고려한 열 유한요소법과 프라이자흐 모델의 전자기장이 결합된 해석기법을 이용한 SynRM의 과도현상 열해석의 흐름도이다. 전자기장의 유한요소법은 동기속도 500rpm의 불변의 상태 분석과 샘플링 시간 Δt 에 의해 나누어진 전류 문제이다. 열계 해석의 근원은 프라이자흐 모델과 결합된 전자기장에 의해 계산되어진 히스테리시스 손실영역 L^e 와 샘플링 시간 Δt 에 의해 나누어진 전류밀도이다. 열해석은 시간에 달려있는 과도현상이다.

2.3 결과 및 토의

그림. 4는 제안된 방법 및 전통적인 방법에 있는 해석 모델의 온도 상승 데이터를 나타낸다. (a)그룹은 고정자 치의 요소에서 온도 상승을

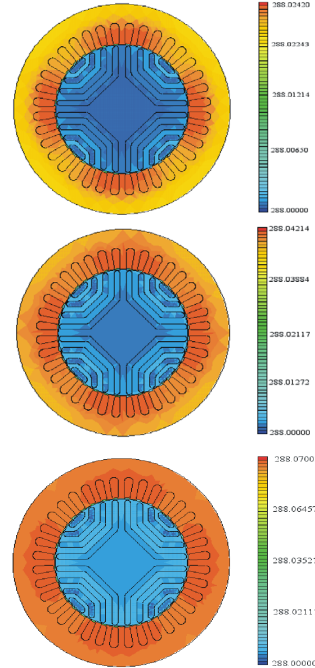


<그림 3> 분석의 흐름도



<그림 4> 전 SynRM과 회전자, 고정자의 요소의 온도 상승

보여주고, (c)그룹은 회전자 요소에서 온도 상승을 보여준다. 회전자는 SynRM에서 공간적인 자속 파형은 회전자처럼 동일 각속도에서 회전하기 때문에 손실이 거의 0이다. 그 결과 회전자 자속 파형은 일정하다. 그러므로, 고정자와 회전자간의 히스테리시스 손실은 그림. 4 (a), (c)에 보이는 것처럼 무한소이다. (b)그룹은 분석 모델의 총 온도 상승을 나타낸다. 전통적인 방법과 비교하여 제시된 방법의 온도 상승 비율은 360도에 0.0044%, 720도에 0.0078%, 1440도에 0.0149%, 2880도에 0.0288% 5760도에 0.0416%이다. 히스테리시스 손실 상승에 비례하여 주파수 혹은 회전각(기계각)의 증가에 따라 전통적인 방법과 비교하여 제안된 방법은 온도 상승 비율이 증가하는 것이 당연하다. 그림. 5는 각각 360도, 720도, 1440도에서 열 분포 시리즈를 나타낸다. 대부분의 온도 분포는 고정자에 있고 회전자의 하나는 무한소이라는 것을 알았다. 결론적으로 대부분의 SynRM의 손실(동손, 히스테리시스 손실)은 고정자에 있다.



<그림 5> 360도, 720도, 1440도 에서의 SynRM의 온도분포

3. 결 론

열전달 계수와 같은 논점은 중요한 부분이며, 물리적 모델에 충분한 관심없이 일반적인 접근을 하는 경우 종종 심각한 과실로 이어질 수 있기 때문에 물리 분야에서는 복잡한 문제로 여긴다. 그러나, 본 논문의 주요 초점인 SynRM을 위한 열 과도현상 해결책은 히스테리시스 손실에 관련되어 있는 다른 열원 뿐만 아니라 전통적인 열원(동손)으로부터 결과가 생겨난 것이므로 제시된 방법을 통해 추가적인 열 상승이 분석 모델의 각 요소에서 발생했다는 것을 알았다. 전기기기의 손실문제에서 이러한 접근은 전기기기에서 고성능 기기 설계법의 탐색에서 귀중한 도움을 제공할 것이다.

[참 고 문 헌]

- [1] K. H. Huebner, E. A. Thornton, T. G. Byron, The Finite Method For Engineers, John Wiley & Sons, Inc., Newyork, 1995.
- [2] A. Ivanyi, Hysteresis Models in Electromagnetic Computation, AKADEMIAI KIADO, BUDAPEST
- [3] I. D. Mayeroyz, "Mathematical Models of Hysteresis," IEEETrans. In Magnetics, Vol. MAG-22, No.5, pp.603-608 Sept. 1986
- [4] J. A. D. Pinto, A. P. B. Coimbra and C. F. R. L. Antunes, "Transient Heating and Cooling Analysis in an Electromagnetic Device", IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 30, No. 5, pp 3339-3342, September, 1994.
- [5] J. H. Lee, J. C. Kim, D. S. Hyun, "Dynamic Characteristic Analysis of Synchronous Reluctance Motor Considering Saturation and Iron Loss by FEM", IEEETrans. on Magn., Vol.34, No.5, pp2629-2632, September, 1998.
- [6] J. H. Lee, J. C. Kim, D. S. Hyun, "Hysteresis Modeling of Synchronous Reluctance Motor considering PWM Input Voltage", Journal of PhysicaB, Vol. 275, pp238-247, January, 2000.