

다극 회전자를 갖는 영구자석 동기 발전기의 회전자 손실 예측을 위한 해석적 접근

장석명*, 김현규*, 최장영*, 고경진*, 성태현**, 김일중**
 충남대*, 한전전력연구원**, 호서대***

Analytical Approach for Rotor Loss Prediction of Permanent Magnet Synchronous Generator with Multi-Pole Rotor

Seok-Myeong Jang*, Hyun-Kyu Kim*, Jang-Young Choi*, Kyoung-Jin Ko*, Tae-Hyun Sung**, Il-Jung Kim***
 Chungnam National University*, Korea Electric Power Research Institute**, Hoseo University***

Abstract - This paper deals with analytical approach for rotor loss prediction of permanent magnet synchronous generator(PMSG). The rotor losses of synchronous generator are induced by the magnets. Since stator of our model is skewed, slotting effect can be negligible for our PM wind turbine generator. In order to calculate eddy current, this paper derives analytical solutions by the magnetic vector potential. Finally this paper compared analytical result with eddy current density obtained from finite element(FE) calculations using phase current harmonics analysis.

1. 서론

1990년대에 들어 네오디움(NeFeB)합금 계열과 같은 고밀도 에너지를 갖는 회토류계 영구자석의 사용으로 영구자석 동기 발전기의 효율은 향상되고 있다. 최근 들어 영구자석기기의 효율을 위해 전기적 손실을 최소화하는 연구는 계속 되고 있다.[1]-[2]

일반적으로 전기적 손실은 동손과 철손으로 나눌 수 있다. 동손은 전류의 저항손에 해당되며, 철손은 재질 자체의 자기 이력 특성으로 인한 히스테리시스손과 유도 전류로 인한 와전류손으로 나눌 수가 있다. 또한 공극 자속밀도의 비정현적 분포에 의한 회전자 손실, 그리고 기계적 손실로 존재하는 마찰손과 풍손으로 분류할 수 있다. 특히, 본 논문에서 다루는 회전자 손실은 다음의 세 현상에 의한 것으로 볼 수 있다.

첫째, 치슬롯 형상에 의한 공극 자속밀도의 비정현성에 의한 와전류 손실로써, 무부하 회전자 손실이 이에 해당한다. 둘째, 고정자 기자력의 비 정형성에 의한 회전자 손실이며 무부하 공극자속밀도에 q-축에 정렬된 전기자 전류에 의한 기자력 성분이 더해져 발생하는 시간 및 공간 고조파에 의한 손실로 부하시 손실에 해당한다. 셋째, 인버터 전원에 의한 시간 고조파의 추가적 손실 발생원으로, 전술된 손실에 부가적으로 발생하는 와전류 손실이다.[3]

본 논문은 다극 회전자를 갖는 회전자 손실을 위해 Zhu[1]의 해석적 기법을 적용하였으며 해석모델이 슬롯 스큐로 적용되었기 때문에 Zhu[1]에 의해 제안된 해석적 기법은 본 논문의 모델에 더 적당하다고 볼 수 있다. 그리고 슬롯 효과에 의해 발생된 무부하 회전자 손실은 없다고 가정한다. 또한 회전자 손실의 더 정확한 계산을 위해 권선분포와 전류파형에 의해 발생하는 공간 고조파와 시간 고조파만을 고려하였다.

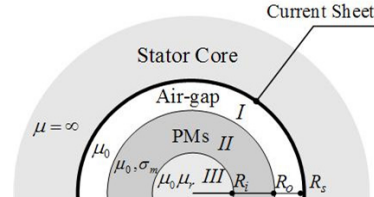
2. 회전자 손실 해석

2.1 해석모델 및 자계분포 특성

그림 1은 회전자 손실 해석에 사용된 영구자석 동기 발전기의 해석모델을 보여준다. 해석모델은 슬롯리스 구조를 가지고 있으며 그림 1의 I, II, III는 공극 영역, 영구자석 영역, 회전자축 영역을 보여준다.

회전자인 영구자석에서 유기된 회전자 손실을 예측하기 위해서 시변 자계 분포는 다음의 가정으로부터 나타난 그림 1의 해석모델을 사용하여 계산할 수 있다.

- 1) 고정자 권선은 $r=R_s$ 에서 분포되고 면전류 등가모델로 표현된다.
 - 2) 고정자가 스큐로 설계되었을 경우에는 퍼미언스가 변하지 않기 때문에 슬롯팅에 의한 퍼미언스의 변화는 없다고 가정한다.
 - 3) 해석 모델에서 영구자석과 회전자 축의 비유전율은 1과 3이라고 가정한다.
 - 4) 전기적 도전성을 가지고 있는 것은 영구자석뿐이고 영구자석의 도전율은 σ_m 이다.
- 해석모델에서 고정자 권선에 의한 전류밀도는 가정을 통해 면전류로 분포하고 있으며 이것은 삼각함수 푸리에 급수로 전개할 수 있다. 그러나 미적분에 관련된 수학적 계산 과정에서 삼각 함수보다 지수 함수가 더 편리하게 계산 할 수 있으므로 지수 함수를 이용하여 전류밀도를 푸리에 급수로 전개하였으며 식(1)과 같다.



<그림 1> 회전자 손실 예측을 위한 해석모델

$$J = \sum_{n=-\infty, odd}^{\infty} I_n \begin{bmatrix} i_a e^{-jn p \theta_s} + i_b e^{-jn p (\theta_s - \frac{2\pi}{3p})} \\ i_c e^{-jn p (\theta_s - \frac{4\pi}{3p})} \end{bmatrix}$$

$$I_n = \frac{2N_{tps}}{jnb_0\pi} \left\{ e^{(-jn p \frac{b_0}{2R_s})} + \sin \left(jnp \left[\frac{\pi}{p} - \frac{b_0}{2R_s} \right] \right) \right\} \quad (1)$$

여기서 I_n 는 푸리에 계수이고, n 은 n 차 공간 고조파 차수, p 는 극수, θ_s 는 고정자 기준 각이다.

식(1)의 i_a, i_b, i_c 는 상전류이고 식(2)와 같다.

$$i_a = \sum_{k=1}^{\infty} I_k e^{(-jk p w_r t + \theta_u)}$$

$$i_b = \sum_{k=1}^{\infty} I_k e^{\left\{ -jk p (w_r t + \frac{2\pi}{3p}) + \theta_u \right\}}$$

$$i_c = \sum_{k=1}^{\infty} I_k e^{\left\{ -jk p (w_r t + \frac{4\pi}{3p}) + \theta_u \right\}}$$

여기서 I_k, k, θ_u, w_r 는 각각 k 차 고정자 고조파 전류, n 번째 시간 고조파, 고조파 상각, 회전자의 회전속도를 나타낸다. 그러므로 와전류밀도를 식(2)을 이용하여 푸리에 급수전개하면 식(3)로 나타낼 수 있다.

$$J_e = \sum_{n=-\infty, odd}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} I_n I_k \nabla \quad (3)$$

여기서 ∇ 는 식(4)와 같다.

$$\nabla = \begin{bmatrix} e^{(-jn p \theta_s - jk p w_r t + \theta_u)} \\ + e^{\left\{ -jn p (\theta_s - \frac{2\pi}{3p}) - jk p (w_r t + \frac{2\pi}{3p}) + \theta_u \right\}} \\ + e^{\left\{ -jn p (\theta_s - \frac{4\pi}{3p}) - jk p (w_r t + \frac{4\pi}{3p}) + \theta_u \right\}} \end{bmatrix} \quad (4)$$

고정자 내반경에서 와전류분포에 의한 시변자계는 고정자 기준 각으로 표현된다. 회전자에서 손실과 관련된 와전류 분포를 얻기 위해서는 회전자 기준으로 변환해야 한다. 둘 사이의 관계는 식(5)와 같다.

$$\theta_s - \theta = w_r t \quad (5)$$

그러므로 식(4)를 식(6)으로 다시 나타낸다.

$$\nabla = \begin{bmatrix} e^{[-jn p ((n+k)w_r t + n\theta) + \theta_u]} \\ + e^{\left\{ -jn p \left((n+k)w_r t - \frac{2k\pi}{3p} + n(\theta - \frac{2\pi}{3p}) \right) + \theta_u \right\}} \\ + e^{\left\{ -jn p \left((n+k)w_r t - \frac{4k\pi}{3p} + n(\theta - \frac{4\pi}{3p}) \right) + \theta_u \right\}} \end{bmatrix} \quad (6)$$

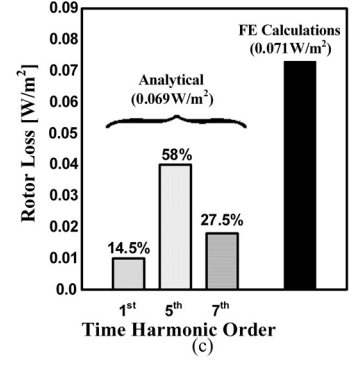
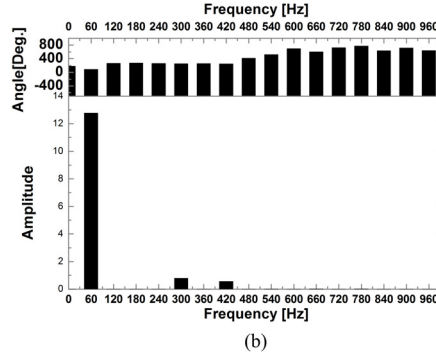
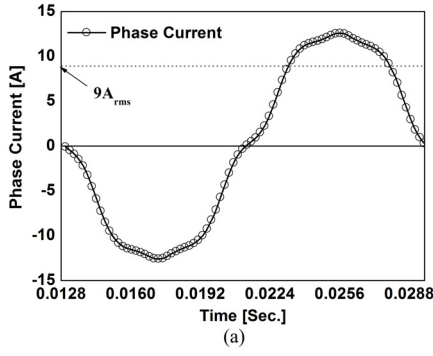
그림 1에서 보여준 각 영역의 지배 방정식은 식(7)로 나타낸다.

$$\nabla^2 A^I = 0 \quad (7.a)$$

$$\nabla^2 A^{II} = -\mu_0 J_{II} \quad (7.b)$$

$$\nabla^2 A^{III} = 0 \quad (7.c)$$

여기서 A 는 자기 벡터 포텐셜을 나타내고 회전기의 기하학적 구조에 의해 z -방향만 존재한다고 가정한다. 그러므로 자기 벡터 포텐셜 A 는 식(8)로 다시 나타낸다.



<그림 2> 영구자석 동기 발전기의 해석 결과 :

(a) 정격속도(450rpm)에서 발생된 상전류 파형, (b) 상전류 파형의 FFT분석 결과, (c) 해석 결과와 유한요소해석결과와의 비교

$$A = A_{zn} \Pi \quad (8)$$

식(7.b)의 J_{II} 는 영구자석에 유겨된 와전류이고 식(9)로 주어진다.

$$J_{II} = \sigma_m E \quad (9)$$

식(9)의 전체의 세기 E 는 Faraday's law와 자기 벡터 포텐셜의 정의에 의해 식(10)으로 다시 나타낸다.

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times A^{\Pi}) = -\nabla \times \frac{\partial A^{\Pi}}{\partial t} \quad (10)$$

식(9)에 식(10)을 대입하면 J_{II} 는 식(11)로 다시 나타낸다.

$$J_{II} = -\sigma_m \frac{\partial A^{\Pi}}{\partial t} = jp(n+k)w_r \sigma_m A_{zn}^{\Pi} \Pi \quad (11)$$

식(7)에 식(8),(11)을 대입하면 각 영역의 지배방정식은 식(12)로 다시 나타낸다.

$$\frac{d^2 A_{zn}^I}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dA_{zn}^I}{dr} - \frac{(np)^2}{r^2} A_{zn}^I = 0$$

$$\frac{d^2 A_{zn}^{\Pi}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dA_{zn}^{\Pi}}{dr} - \left(\frac{(np)^2}{r^2} + \beta_n^2 \right) A_{zn}^{\Pi} = 0 \quad (12)$$

$$\frac{d^2 A_{zn}^{\text{III}}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dA_{zn}^{\text{III}}}{dr} - \frac{(np)^2}{r^2} A_{zn}^{\text{III}} = 0$$

여기서 β_n 은 식(13)로 주어진다.

$$\beta_n = \sqrt{-jp\mu_0(n+k)w_r \sigma_m} \quad (13)$$

식(12)에 구해진 일반해를 자기 벡터 포텐셜의 정의에 대입하면 각 영역의 반경 방향 성분 및 원주 방향 성분의 자속 밀도를 식(14)로 구할 수 있다.

$$B_{rn}^I = \sum_{k=1n=-\infty}^{\infty} \sum_{r=1n=-\infty}^{\infty} \frac{jpnp}{r} [A_n^I r^{np} + B_n^I r^{-np}]$$

$$B_{\theta n}^I = \sum_{k=1n=-\infty}^{\infty} \sum_{r=1n=-\infty}^{\infty} -np [A_n^I r^{np-1} - B_n^I r^{-np-1}]$$

$$B_{rn}^{\Pi} = \sum_{k=1n=-\infty}^{\infty} \sum_{r=1n=-\infty}^{\infty} \frac{jpnp}{r} [A_n^{\Pi} I_{np}(\beta_n r) + B_n^{\Pi} K_{np}(\beta_n r)]$$

$$B_{\theta n}^{\Pi} = \sum_{k=1n=-\infty}^{\infty} \sum_{r=1n=-\infty}^{\infty} \left[A_n^{\Pi} \left\{ \frac{np}{r} I_{np}(\beta_n r) - \beta_n I_{np-1}(\beta_n r) \right\} + B_n^{\Pi} \left\{ \frac{np}{r} K_{np}(\beta_n r) + \beta_n K_{np-1}(\beta_n r) \right\} \right] \quad (14)$$

$$B_{rn}^{\text{III}} = \sum_{k=1n=-\infty}^{\infty} \sum_{r=1n=-\infty}^{\infty} \frac{jpnp}{r} [A_n^{\text{III}} r^{np} + B_n^{\text{III}} r^{-np}]$$

$$B_{\theta n}^{\text{III}} = \sum_{k=1n=-\infty}^{\infty} \sum_{r=1n=-\infty}^{\infty} -np [A_n^{\text{III}} r^{np-1} - B_n^{\text{III}} r^{-np-1}]$$

식(14)의 미정 계수 $A_n^I \sim B_n^{\text{III}}$ 은 경계조건을 대입하여 구할 수 있으며 경계조건은 식(15)와 같다.

$$B_{rn}^I(R_s, \theta, t) = B_{rn}^{\Pi}(R_s, \theta, t) \quad (15.a)$$

$$B_{rn}^{\Pi}(R_s, \theta, t) = B_{rn}^{\text{III}}(R_s, \theta, t) \quad (15.b)$$

$$H_{\theta n}^I(R_s, \theta, t) = -J_s \quad (15.c)$$

$$H_{\theta n}^I(R_s, \theta, t) = H_{\theta n}^{\Pi}(R_s, \theta, t) \quad (15.d)$$

$$H_{\theta n}^{\Pi}(R_s, \theta, t) = H_{\theta n}^{\text{III}}(R_s, \theta, t) \quad (15.e)$$

$$A_{zn}^{\text{III}}(R_s, \theta, t) = 0 \quad (15.f)$$

2.2 포인팅 정리를 이용한 회전자 손실 계산

영구자석 동기 발전기 해석모델에서의 회전자 손실은 에너지 전달 관계를 관계 짓는 포인팅 벡터 P 에 의해 나타낼 수 있다. 포인팅 벡터에

의한 손실 관계식은 식(16)로 나타낸다.

$$P_c = \frac{1}{2} \oint_s \text{Re}(E \times H^*) dS \quad (16)$$

여기서 S 는 도전체 면적을 나타낸다. 결과적으로 회전자 손실은 식(17)으로 다시 나타낸다.

$$P_s = \frac{\pi \alpha_p R_o I_a w_r}{\sigma_m \mu_0} \sum_{k=1n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=1n=-\infty}^{\infty} (k+n) \text{Re}(K_1 K_2^*) \quad (17)$$

여기서 K_1 과 K_2 는 식(18)과 같이 주어진다.

$$K_1 = j(n+k)w_r \sigma_m \left\{ A_n^{\Pi} I_{np}(\beta_n R_o) + B_n^{\Pi} K_{np}(\beta_n R_o) \right\}$$

$$K_2 = \left[A_n^{\Pi} \left(\frac{np}{R_o} I_{np}(\beta_n R_o) - \beta_n I_{np-1}(\beta_n R_o) \right) + B_n^{\Pi} \left(\frac{np}{R_o} K_{np}(\beta_n R_o) + \beta_n K_{np-1}(\beta_n R_o) \right) \right] \quad (18)$$

3. 고조파 분석과 유한요소법을 이용한 해석 방법의 검증

유한요소해석을 통해 영구자석 동기 발전기에서 발생된 상전류 파형을 이용하여 2장의 회전자 손실을 계산하였다. 그림 2(a)는 정격속도(450rpm)의 조건하에 영구자석 동기 발전기에서 발생된 상전류 파형의 그림이다. 그림 2(b)는 그림 2(a)로부터 얻어진 상전류 파형의 FFT 분석 결과를 보여 준다. 영구자석 동기 발전기에서 발생된 상전류의 고조파 구성 성분은 1,5,7고조파이며 주 고조파는 1고조파임을 그림 2(b)에서 알 수 있다. 그림 2(c)는 해석적 방법과 유한요소 해석을 통해 얻어진 회전자 손실 밀도는 각각 0.069 W/m^2 , 0.071 W/m^2 이며 해석적 결과는 유한요소해석결과와 잘 부합함을 알 수 있다. 또한 회전자 손실의 주된 고조파는 5고조파임을 알 수 있다.

4. 결 론

본 논문에서는 영구자석 동기 발전기의 회전자 손실 예측을 위한 해석적 접근을 다루었으며, 유한요소 해석을 통해 상전류 파형을 이용한 회전자 손실 해석과 유한요소해석결과와의 비교를 제시하였다. 이를 통해 회전자 손실 예측의 타당성을 검증하였고 논문에서 제시한 해석적 접근은 초기 설계시 좀 더 빠르고 정확한 해석결과를 도출할 수 있을 것으로 사료된다. 향후 다극 회전자를 갖는 영구자석 동기 발전기를 제작하여 열특성 해석을 수행할 것이며 본 논문에서 제안한 회전자 손실 예측의 타당성을 재검증할 것이다.

[참 고 문 헌]

- [1] Z. Q. Zhu, K. Ng, N. Schofield, and D. Howe, "Analytical prediction of rotor eddy current loss in brushless machines equipped with surface-mounted permanent magnets, Part I: magnetostatic field model," *fifth international conference on electrical machines and systems*, vol. 2, pp. 806-809, Aug. 2001.
- [2] Neamat Taghizaden Irenji, "Calculation of electromagnetic rotor losses in high-speed permanent magnet machines," Ph.D. Dissertation, The university of Southampton, U.K.1998.
- [3] L. Zheng etc., "Design of super-high speed permanent magnet synchronous motor for cryogenic application", *IEEE International Electric Machines and Drivers Conferences (IEMDC 2005)*, San Antonio, Texas, U.S.A., PP874-881, May 15-18 2005.