

위상최적화를 이용한 전기기기 구조부의 와전류손을 줄이는 최적설계

이현, 심호경, 왕세명
광주과학기술원 기전공학과

Optimal Design to minimize Eddy Current Loss of Structure Part in Electrical Machines using Topology Optimization

Heon Lee, Hokyoung Shim and Semyung Wang
GIST(Gwangju Institute of Science & Technology)

Abstract - This research presents a topology optimization to minimize eddy current loss maintaining mechanical robustness of structure part in electrical machines. A design sensitivity equation for the topology optimization is derived by employing the discrete system equations combined with the adjoint variable method. As a numerical example, frame design of a C-core actuator is performed by the proposed method.

1. 서 론

전기기기의 토크나 효율 등 성능을 향상시키기 위한 연구는 오래전부터 많이 진행되어 왔으며, 이를 위한 설계 방법 중 하나로써 위상최적설계가 여러 연구에 적용되고 있다[1-2].

일반적으로 전기기기의 효율을 향상시키기 위한 방법으로 기기에서 발생하는 손실을 줄이는 최적 설계를 수행한다. 특히 주요 손실 성분 중의 하나인 와전류 손실을 줄이는 연구가 다양하게 진행되어 왔다. 하지만 와전류 손실을 고려한 위상최적설계에 관한 연구는 현재까지 미미한 상태이다. 와전류 손실은 전기기기의 core나 magnet 뿐만 아니라 이를 구조적으로 지지하는 frame, shaft 그리고 retaining sleeve와 같은 구조부에서도 발생한다[3]. 특히 구조부의 설계 변경은 전기기기의 성능에 직접적인 연관성이 없으며, 구조부에서 발생한 와전류 손실을 줄이는 것이 결과적으로 전기기기 전체의 와전류 손실을 감소시켜 효율의 향상을 가져 올 수 있다. 단, 구조부의 최적 설계를 할 경우, 전기기기의 구조적 강건성을 유지해야 하는 제약 조건을 고려해야 한다.

위의 내용을 토대로 하여 본 연구에서는 전기기기의 강건성을 유지하며 구조부에서 발생하는 와전류 손실을 줄이는 위상최적설계를 진행하였다. 또한 보조 변수법(Adjoint variable method)을 이용하여 위상최적설계를 위한 민감도 식을 유도하고 검증하였으며, 수치 해석 예제로써 C-core 액츄에이터의 Core와 Blade를 지탱하는 Frame의 와전류 손실을 줄이는 최적 설계를 수행하였다.

2. 본 론

2.1 지배 방정식

전자기 시스템의 지배 방정식은 맥스웰 방정식들로부터 유도할 수 있으며, 벡터 포텐셜, \mathbf{R} 을 도입하면 식(1)과 같이 표현된다.

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A}^* \right) + j\omega \sigma \mathbf{A}^* = \mathbf{J}_S \quad (1)$$

여기에서 \mathbf{A}^* 는 복소수 벡터 포텐셜, μ 는 투자율, σ 는 전기 전도율, \mathbf{J}_S 는 전류 밀도 벡터이다. 적분형태로 표현된 변분식을 구하기 위해서 식(2)의 양변에 가상 벡터 포텐셜을 곱한 후, 전 영역에 대해 적분하고 경계조건을 대입하면, 변분식(variational equation)을 구할 수 있다. 그리하여 시변 자계 시스템에서의 에너지 쌍선형 형태 $a_\Omega(\mathbf{A}^*, \mathbf{A}^*)$ 와 힘 선형 형태 $l_\Omega(\mathbf{A}^*)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$a_\Omega(\mathbf{A}^*, \mathbf{A}^*) = l_\Omega(\mathbf{A}^*) \text{ for all } \mathbf{A}^* \in \mathbf{A}^* \quad (2)$$

여기서;

$$a_\Omega(\mathbf{A}^*, \mathbf{A}^*) = \iiint_\Omega \left[(\nabla \times \mathbf{A}^*) \cdot \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A}^* + j\omega \sigma \mathbf{A}^* \right) \right] d\Omega \quad (3)$$

$$l_\Omega(\mathbf{A}^*) = \iiint_\Omega [\mathbf{J}_S \cdot \mathbf{A}^*] d\Omega \quad (4)$$

유한 요소 해석을 위한 행렬 형태는 다음과 같이 나타난다.

$$(K + j\omega M)\mathbf{A}^* = \mathbf{J}_S \quad (5)$$

여기서 K , M 는 각각 자기 강성 행렬과 질량 행렬이다.

2.2 설계 민감도 식

위상최적설계 기법은 설계 영역내에 유한 요소개의 설계 변수를 다루기 때문에 많은 해석 시간이 소요된다. 이를 위해 보조 변수법(Adjoint Variable Method, AVM)은 민감도 계산 시간을 줄이는 유일한 대안으로 제시되고 있다[4].

$$\psi = \psi(\mathbf{A}^*, \mathbf{A}^*(b)) \quad (10)$$

본 연구의 목적함수를 식 (10)과 같이 정의하고 설계 변수로 미분하면 다음과 같다.

$$\frac{d\psi}{db} = \frac{\partial \psi}{\partial b} + \lambda^T \left[\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial b} - \left(\frac{\partial}{\partial b} (K\mathbf{A}^*) + j\omega \frac{\partial}{\partial b} (M\mathbf{A}^*) \right) \right] \quad (11)$$

λ 는 보조 변수 벡터이고, 부호(˜)는 미분시 상수항을 지시한다. 식 (11)의 보조 변수는 식 (12)를 통해 구할 수 있다.

$$(K + j\omega M)\lambda = - \left[\frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{A}^*} \right]^T \quad (12)$$

또한, 각 요소의 가상물질을 표현하기 위해 사용된 투자율과 저항률 및 탄성 계수의 보간 함수는 다음과 같이 정의된다.

$$\mu = (\mu_0 \mu_{r,max} - \mu_0) b^P + \mu_0, \quad P > 1 \quad (13)$$

$$\sigma = \sigma_{initial} b^P, \quad P > 1 \quad (14)$$

$$E = E_{initial} b^P, \quad P > 1 \quad (15)$$

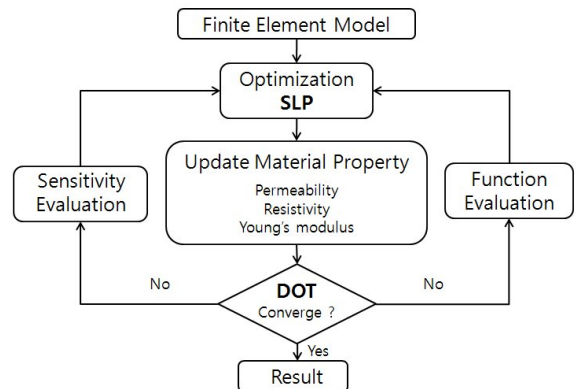
여기에서 P 는 벌칙상수, b 는 물질밀도함수, μ_0 는 공기의 투자율, μ_r 은 물질의 비투자율, σ 는 물질의 저항률, E 는 물질의 탄성 계수를 나타낸다.

2.3 위상 최적 설계

위상 최적 설계는 주어진 구속조건을 만족하는 동시에 목적함수를 최대화 또는 최소화하는 최적의 설계 분포를 찾는 데 그 목적을 둔다. 또한 최적화 문제에서 목적함수와 구속조건 정의가 우선되어야 한다. 본 연구에서는 목적함수를 구조부에서 발생하는 와전류 손실을 최소화하는 문제로 설정하였다. 또한 와전류 손실을 줄이면서 전기기기의 힘을 발생시키는 주요 요소를 지지하기 위해 초기의 강건성을 유지하는 구속조건을 채택하였다.

$$\text{Minimize } P = \iint_\Omega \frac{1}{\sigma} (J_{eddy\ current})^2 d\Omega \quad (16)$$

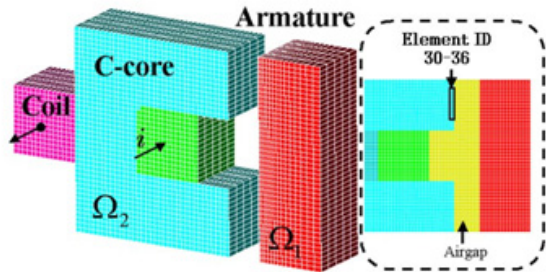
$$\text{s.t. } g = \frac{\text{Strain Energy}}{\text{Strain Energy}_{initial}} - 1 \leq 0 \quad (17)$$



<그림 1> Flow Chart for Optimization

그림 1은 위상최적설계 진행과정을 나타낸다. ANSYS와 연동하여 수행하는 최적화 프로그램은 C++기반으로 개발하였으며, 전체 과정을 관리하는 제어기 기능을 한다. 해석기는 ANSYS를 사용하였고, DOT의 SLP(Sequential Linear Programming)를 최적 알고리즘으로 사용하였다.

2.4 수치 예제



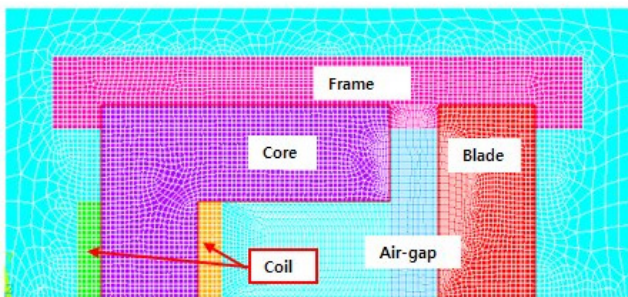
〈그림 2〉 C-Core Actuator

그림 2에서 나타내고 있는 7개의 요소에 대해 와전류 손실을 고려한 민감도 값을 보조 변수법(Adjoint Variable Method)과 유한 차분법(Finite Difference Method)을 이용하여 계산한 후, 비교를 통하여 유도한 민감도 식을 검증하였다. 표 1에서 볼 수 있듯이, 두 결과의 차이가 거의 없으며 이를 통하여 민감도 식이 검증되었음을 확인할 수 있다.

〈표 1〉 Validation for Design Sensitivity Analysis

# of Element	AVM	FDM	FDM/AVM [%]
30	-50.25E+6	-50.14E+6	99.78
31	-47.80E+6	-47.83E+6	100.07
32	-43.00E+6	-43.06E+6	100.15
33	-37.15E+6	-37.29E+6	100.39
34	-31.10E+6	-31.36E+6	100.83
35	-25.85E+6	-26.08E+6	100.91
36	-19.30E+6	-19.86E+6	102.90

그림 3과 표 2는 본 연구의 적용 예제로 사용된 유한 요소 모델과 각각의 물성치를 나타내며, 최적 설계를 위한 해석 모델은 Core, Blade, Coil, Frame 그리고 Air로 구성되어 있다.

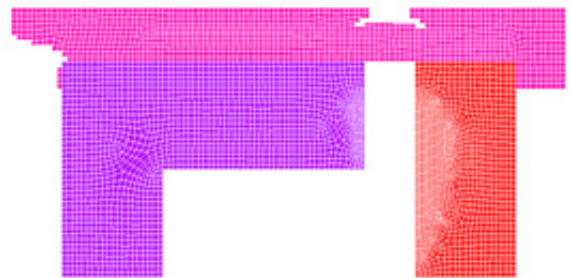


〈그림 3〉 FE model(Half model)

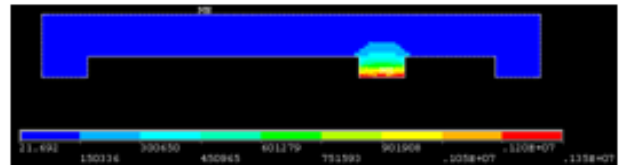
〈표 2〉 Material Property

	μ_r	$\rho = 1/\sigma$	Current	Young's modulus	Poisson's ratio
Core	1000	5.0E-7	-	2.0E+11	3.0E-1
Blade	1000	5.0E-7	-	2.0E+11	3.0E-1
Frame	1	2.6E-8	-	4.7E+10	3.3E-1
Air	1	-	-	-	-
Coil	1	-	1A 500Turns	-	-

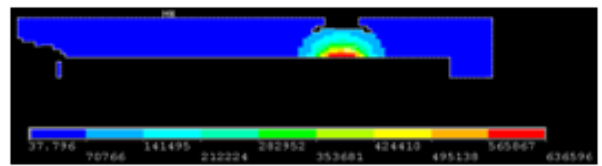
검증된 민감도 식과 위의 유한 요소 모델을 통해 얻은 최적 설계 결과가 그림 4와 같다.



〈그림 4〉 Optimal Design



(a) Initial Model



(b) Optimal Model

〈그림 5〉 Plot of Eddy Current Loss

그림 5에서 초기 모델과 최적 설계 모델의 와전류 손실 분포를 나타내며, 두 결과를 표 3에서 수치적으로 비교하였다.

〈표 3〉 Comparison between Initial and Optimal Design

	Initial Design [%]	Optimal Design [%]
Eddy Current Loss	100.00	27.04
Strain Energy	100.00	97.02
Volume	100.00	87.23

위의 표 3에서 볼 수 있듯이, Frame의 와전류 손실이 초기 모델에 비해 최적 설계 모델에서 70%이상 감소하였으며, 변형 에너지는 초기 모델과 비슷한 값을 가짐을 확인할 수 있다.

3. 결 론

본 연구에서는 전기기기 구조부의 와전류 손실을 최소화하는 설계를 위상 최적 설계 방법을 통해 진행하였다. 민감도 계산 시간을 단축시키기 위해 보조 변수법을 도입하여 이산 시스템에 대한 위상 최적 설계 민감도 식을 유도 하였으며, 유한 차분법과의 비교를 통해 민감도 식을 검증하였다. 또한, 제안한 방법의 타당성을 파악하기 위해 C-core 엑츄에이터에서 Core와 Blade를 고정하는 Frame의 최적 설계를 수행하였다. 그 결과, Frame의 강성을 유지하면서 초기 모델에 비해 70% 정도의 와전류 손실을 줄이는 결과를 얻을 수 있었다.

[참 고 문 헌]

[1] S. Wang, J. Kang, J. Noh, "Topology Optimization of Induction Motor of Rotary Compressor", IEEE Transaction on Magnetics, Vol. 40, No. 3, pp. 1591-1596, 2004.
 [2] H. Shim, S. Wang, K. Hameyer, "Topology Optimization of Magneto-thermal Systems Considering Eddy Current as Joule Heat", IEEE Transaction on Magnetics, Vol. 431, No. 4, pp. 1617-1620, 2007.
 [3] Y. Pang, Z. Q. Zhu, D. Howe, S. Iwasaki, R. Deodhar, A. Pride, "Eddy Current Loss in the Frame of a Flux-Switching Permanent Magnet Machine", IEEE Transaction on Magnetics, Vol. 42, No. 10, pp. 3413-3415, 2006.
 [4] J. Haug, K. Choi, V. Komkov, Design Sensitivity Analysis of Structural Systems. ACADENIC PRESS, INC, 1986.