

릴렉턴스 힘과 자기변형을 고려한 자계-기계계의 다목적 위상최적설계

심호경, 왕세명
광주과학기술원 기전공학과

Multi-objective optimal design of magneto-mechanical system using topology approach regarding magnetic reluctance force and magnetostriction

Hokyung Shim, Semyung Wang
Dept. of Mechatronics, GIST(Gwangju Institute of Science & Technology)

Abstract - This research presents a multi-objective optimal design employing topological approach to maximize magnetic energy while minimizing structural deformation which is caused by magnetic reluctance force and magnetostriction. A design sensitivity formula is derived by employing the adjoint variable method (AVM) to avoid numerous sensitivity evaluations for a coupled magneto-mechanical analysis. The sensitivity analysis is verified using the finite difference method (FDM) in a C-shape actuator. A linear actuator used in a home appliance is examined for optimal design and demonstrates the strength of the proposed topology optimization approach.

1. 서 론

전기기계에서 발생하는 소음원은 공진에 의한 진동이 해결되면 대부분 구조에 기인한 성분(구조소음)이다[1]. 전자기 가진 구조소음은 전자기력이 구조 변형을 일으켜 진동 요인이 되며 소음으로 방사되는 것을 일컫는다. 이러한 소음을 저감시키는 노력으로 많은 연구진들은, 전산해석의 단순화를 위해 전자기 해석으로 전자기력을 산정하고 푸리에 변환으로 고조파를 줄이는 방법을 채택하였다. 하지만 전자기-기계 해석을 통해 기기의 진동량 자체를 줄이는 방법이 보다 나은 접근이라 여겨진다.

지금까지 기기에서 발생하는 전자기력은 릴렉턴스 힘만으로 규정해 왔으며, 맥스웰 응력 텐서법이나 가상힘 방법을 이용하여 계산하였다. 최근들어 자기변형(Magnetostriction: 자계가 홀러 물질 자체에 나타나는 구조변형 [2])에 의해 발생한 진동을 분석하고 이를 실험으로 규명한 연구가 보고되고 있으며[3-4], 그 진동량은 무시 못할 정도이다[5-6].

본 연구에서는 전자기력을 향상시키고 동시에 기기의 진동량을 줄이는 다목적 위상 최적 설계를 수행하였다. 전자기계에서 발생하는 릴렉턴스 힘은 가상힘 방법으로 유한요소 모델의 각 절점에서 산정하고 구조해석의 외력으로 작용한다. 또한 자기변형을 수학적으로 모델링하여 구조해석에서 고려하였다. 보조변수법을 사용하여 설계 민감도를 연성(couple) 문제에 대해 유도하였으며 이를 유한차분법과 비교하여 검증하였다. 본 연구에서 제안하는 방법론을 선형기에 적용하여 최적설계를 도출하였다.

2. 본 론

2.1 연성 시스템의 유한 요소식

변분 방정식(variational equation)을 이용하여 유한 요소 행렬식을 유도할 수 있다.

2.1.1 전자기 시스템

벡터 포텐셜 A 는 비선형 B-H 곡선이나 선형 비투자율을 이용하여 정적 또는 동적 전자기 해석에 용이하다. 장현파를 가진 시변 자계 해석을 풀기 위해 다음과 같은 식을 사용하였다.

$$[M_A]\{\dot{A}\} + [K_A]\{A\} = \{F_A\} \quad (1)$$

여기서 K_A, M_A 는 각각 자기 강성 행렬과 질량 행렬이며, F_A 는 전류 밀도 벡터이다.

2.1.2 기계 시스템

구조 탄성을 고려한 정적 기계 방정식, $K_u u = F_u$ 로부터 동적 시스템의 방정식을 나타내면 다음과 같다.

$$[M_u]\{\ddot{u}\} + [C_u]\{\dot{u}\} + [K_u]\{u\} = \{F_u\} \quad (2)$$

M_u, C_u, K_u, F_u , 그리고 u 는 각각 질량 행렬, 감쇠 행렬, 강성 행렬, 외력 행렬, 그리고 구조 변위 벡터이다.

보편적으로 감쇠 항은 실험적 방법으로 구하며 시스템에 따라 그 정확도를 신뢰하기가 어렵다. 그리하여 본 논문에서는 감쇠에 의한 진동을 무시하여 다음과 같은 식을 사용하였다.

$$[K_u - \omega^2 M_u]\{u\} = \{F_u\} \quad (3)$$

2.1.3 연성 시스템

전자기-기계 연성 시스템을 구현하기 위해 다음과 같은 행렬 방정식을 풀게 된다.

$$\begin{bmatrix} j\omega M_A + K_A & S \\ C & K_u - \omega^2 M_u \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ u \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_A \\ F_u \end{Bmatrix} \quad (4)$$

구조 변형으로 인해 전자기력의 영향이 자기 때문에 S 로 표현한 연성 항은 무시하고, 다른 연성항 C 는 릴렉턴스 힘(F_{mg})과 자기변형을 일으키는 힘(F_{ms})으로 구성된다.

$$C = f(F_{mg} + F_{ms}) \quad (5)$$

전자기 해석만 수행할 경우 릴렉턴스 힘은 일반적인 방법인 힘 밀도(force density)를 계산해도 무관하나, 구조와의 연성 해석 시에 절점 힘(Nodal force)을 산정하고 이를 구조해석에 절점 외력으로 부여해야 한다. 본 연구에서는 Coulomb 가상힘 방법[7]을 도입하였지만, 절점 힘 계산을 위해 참조 논문과 달리 가상 변위계(Virtual displacement field, VDF)를 이용하여 좌표계의 각 방향에 대해 변위 미분을 취하였다. 각 절점에 대한 힘은 다음과 같다.

$$F_{mg,i}^e = -\frac{1}{2} A^e \tau \frac{1}{\mu^e} \left(\frac{\partial \hat{K}_A}{\partial \xi_i} v_i \right) A^e \quad (6)$$

ξ, v, i , 윗첨자 e , 그리고 기호($\hat{\cdot}$)는 각각 전역 절점 좌표계, VDF의 속도, 절점 번호, 요소 번호, 그리고 물성치를 배제한 행렬을 나타낸다.

자기변형을 구현하기 위해 초기 응력, η_I 으로 표현할 수 있고 이를 내력으로 정리하면 다음과 같다.

$$F_{ms} = \int_{V^e} G^e \tau \eta_I^e dV^e = \int_{V^e} G^e \tau D^e G^e U_{ms} dV^e = \int_{V^e} K_u^e U_{ms} dV^e \quad (7)$$

여기서 G, D 는 각각 변형-변위의 관계 행렬과 탄성 행렬이다.

자기변형에 의한 구조적인 스트레인 ϵ 은 자속밀도, B 와의 관계로 부터 실험적 수치를 통해 도출한다.

$$\begin{aligned} \epsilon_{ms,x} &= \epsilon_{ms //} (B_x) + \epsilon_{ms \perp} (B_y) \\ \epsilon_{ms,y} &= \epsilon_{ms //} (B_y) + \epsilon_{ms \perp} (B_x) \end{aligned} \quad (8)$$

Plane stress의 경우 수직응력과 수평응력의 관계는 다음과 같다.

$$\eta_{ms \perp} = \frac{2\nu - 1}{2 - \nu} \eta_{ms //} \quad (9)$$

여기서 ν 는 포아송 비이다.

2.2 설계 민감도 해석

최적 설계 시에 설계 방향을 결정하는 민감도는 가장 중요하다. 보조변수법(Adjoint variable method, AVM)은 유한 요소계의 설계 변수를 다룰 경우 계산 시간을 단축시킬 수 있는 큰 장점이 있고, 단일 물리계에서 한 번의 해석으로 전체 민감도를 계산할 수 있다. 하지만 연성 물리계에서는 여러 번의 해석이 요구된다.

$$\psi = \psi(u, u(b)) \quad (10)$$

본 연구의 목적함수를 식 (10)과 같이 정의하고 설계 변수로 미분하면 다음과 같다.

$$\frac{d\psi}{db} = \frac{\partial \psi}{\partial b} + \lambda_u^T \left[\frac{\partial F_{mg}}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial b} + \frac{\partial F_{ms}}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial b} - \frac{\partial}{\partial b} (K_u \tilde{u}) + \omega^2 \frac{\partial}{\partial b} (M_u \tilde{u}) \right] \quad (11)$$

λ_u 는 기계 시스템에서 보조 변수 벡터이고, 부호($\tilde{\cdot}$)는 미분시 상수 항을 지시한다. 식 (11)의 보조 변수는 식 (12)를 통해 구할 수 있다.

$$[K_u - \omega^2 M_u] \lambda_u = [\partial \psi / \partial u]^T = F_{e,q} \quad (12)$$

식 (11)에서 릴렉턴스 힘과 자계변형의 미분 항은 전자기 해석을 기반으로 도출되는 값이므로 식 (1)을 도입하여 민감도 식을 정리해야 한다.

$$\frac{d\psi}{db} = \frac{\partial\psi}{\partial b} + \lambda_u^T \left[-\frac{\partial}{\partial b} (K_u \tilde{u}) + \omega^2 \frac{\partial}{\partial b} (M_u \tilde{u}) \right] \quad (13)$$

$$+ \lambda_A^T \left[\frac{\partial F_A}{\partial b} - \frac{\partial}{\partial b} (K_A \tilde{A}) - j\omega \frac{\partial}{\partial b} (M_A \tilde{A}) \right]$$

λ_A 는 전자기 시스템의 보조 변수 벡터이며, 다음의 추가적인 보조 방정식을 통해 산출되는 값이다.

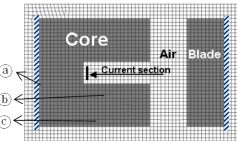
$$(K_A + j\omega M_A) \lambda_A = [(\partial F_{mg} + \partial F_{ms}) / \partial A]^T \lambda_u = J_{eg} \quad (14)$$

설계 민감도는 식 (12) -> 식 (14) -> 식 (13) 순으로 계산한다.

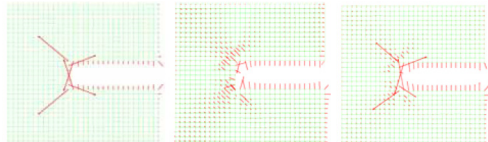
2.3 민감도 검증 및 선형기의 최적 설계

2.3.1 민감도 검증

앞서 유도한 민감도 식을 검증하기 위해 그림 1과 같은 간단한 모델을 이용하였다. 전자기 가진에 의한 진동량을 목적함수로 설정하였으며, 탄성변형을 고려하기 위해 외곽 경계면을 고정하였다. 유한 차분법 중 중앙 차분법(Central finite difference method: CFDM)을 사용하여 세 요소에 대한 민감도를 계산하였으며 표 1과 같다. 비선형 해석을 통한 릴렉턴스 힘과 자기변형을 일으키는 힘 성분은 그림 2와 같다.



〈그림 1〉 민감도 검증 모델



〈그림 2〉 릴렉턴스 힘(좌), 자기변형 유도힘(중), 통합 힘(우)

〈표 1〉 민감도 비교

Element	FDM	AVM	AVM/FDM [%]
Ⓐ	1.29E+5	1.28E+5	99.2
Ⓑ	2.86E+5	2.85E+5	99.6
Ⓒ	2.18E+4	2.17E+4	99.5

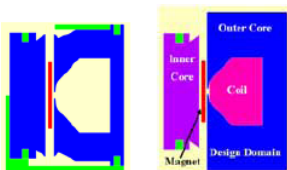
2.3.2 선형기의 다목적 위상최적설계

직선 왕복 운동을 하는 선형기는 여러 타입이 있지만, 본 연구에서는 그림 3과 같이 선형 압축기에 사용되는 이동 자석형 기기를 대상으로 연성 해석에 기반하여 최적화를 수행하였다. Outer Core는 자석의 상하 운동을 위해 자계를 안내하는 역할을 하지만, 결정적으로 구조소음을 야기한다. 그리하여 이 부분을 설계영역로 설정하고, 초기 형상보다 1.3배 부피를 확장한 후 다음과 같은 설계 문제를 정의하였다.

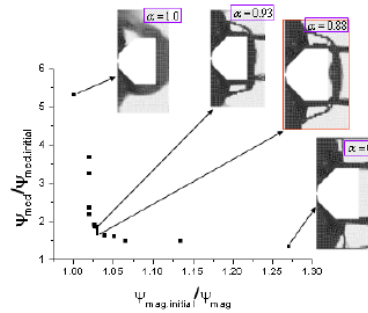
$$\text{Maximize } \alpha \times \frac{\psi_{mag-initial}}{\psi_{mag}} + (1-\alpha) \times \frac{\psi_{med}}{\psi_{med-initial}} \quad (15)$$

$$\text{s.t. } \int_{\Omega} b A t d\Omega / 0.5 V_0 - 1 \leq 0$$

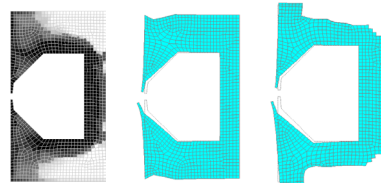
여기서 A는 단면적, t는 두께, 그리고 V_0 는 초기 부피이다. ψ_{mag} 는 자석의 왕복 운동을 위한 공극에서의 자기에너지, ψ_{med} 는 Core에서 유발되는 진동량이다. 무게치 α 를 두어 두 목적함수의 파레토 최적화(Pareto Optimum)를 조사하였다. 그림 4는 자석 위치를 기기 중성점에 두고 무게치에 대한 파레토 셋(Pareto front set)을 나타내며 0.88을 채택하였다. 자석의 위치를 최상부에서 최상부까지 움직이면서 최적화를 수행하였으며 도출한 위상패턴(Topological pattern)의 평균을 취한 형상은 그림 (5)의 좌와 같다. 이를 바탕으로 최적 모델을 그림 (5)의 우와 같이 도안하였으며 그 부피는 초기 모델에 비해 15.5% 감소하였다. 전자기-기계 연성 해석을 수행하였을 경우 초기 모델에서의 Core 변형은 그림 (5)의 중과 같았으며, 최적 모델의 변형은 그림 (5)의 우와 같았다. 그 진동량의 차이는 동일하게 나타났다. 자석에 작용하는 힘을 비교하였을 때, 그림 (6)과 같이 최적 모델에서 자석에 작용하는 축 방향의 릴렉턴스 힘이 향상됨을 알 수 있었다.



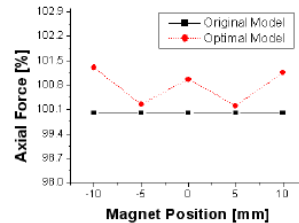
〈그림 3〉 선형기: 초기모델(좌), 최적화 수행위한 모델(우)



〈그림 4〉 설계 영역의 Pareto front set



〈그림 5〉 Global topological pattern(좌), 초기 모델의 변형(중), 최적 모델의 변형(우)



〈그림 5〉 자석 위치에 따른 축방향 릴렉턴스 힘 비교

3. 결 론

본 연구에서는 자계-기계 연성 해석을 기반으로, 릴렉턴스 힘을 향상시키는 동시에 전자기 가진 진동을 줄이기 위한 다목적 최적 설계를 수행하였다. 기구적 진동량을 산정하기 위해 기존의 릴렉턴스 힘과 더불어 자기변형을 고려하여 구조 해석을 수행하였으며, 각 성분의 힘을 간단한 모델에서 비교하였다. 보조변수법을 이용하여 연성 설계 민감도를 유도하였으며 유한차분법과 검증하였다. 이를 바탕으로 선형기의 최적 설계를 도출하였으며, 자석의 축방향 힘이 더욱 향상됨을 확인할 수 있었다. 추가적으로 선형기의 파레토 셋을 통해 구조 진동량이 공극의 자기에너지보다 더욱 민감하다는 점을 발견할 수 있다.

[참 고 문 헌]

- [1] R. P. Linsner and P. L. Timar, "A new approach to electric motor acoustic noise standards and procedures", IEEE Trans. Energy Conversion, Vol. 14, No. 3, pp. 692-697, 1999.
- [2] J.P. Joule. "On the Effect of Magnetism upon the Dimensions of Iron and Steel Bars", Phys. Mag., vol. 3, pp. 30 - 76, 1847.
- [3] L. Laftman, "Magnetostriction and its contribution to noise in a PWM inverter fed induction machine", J. Phys. IV France 8, pp. 567-570, 1998.
- [4] S. D.Garvey and G.N. Glew, "Magnetostrictive excitation of vibration in machines - a modal approach", EMD'99 Proceedings of Ninth International Conference on Electrical Machines and Drives, pp.169-173, 1999.
- [5] A. Belahcen, "Vibrations of rotating electrical machines due to magnetomechanical coupling and magnetostriction", IEEE Trans. Magn., Vol. 42, No. 4, pp. 971 - 974, 2006.
- [6] K. Wataru, F. Koji, and I. Yoshiyuki, "Analysis of structural deformation and vibration by magnetostriction considering differences of magnetic material property", 16th International Conference on the Computation of Electromagnetic Fields, PA1-14, pp. 37-38, 2007.
- [7] J.L. Coulomb, "A methodology for the determination of global electromechanical quantities from a finite element analysis and its application to the evaluation of magnetic forces, torques and stiffness", IEEE Trans. Magn., Vol. Mag-19, No. 6, pp. 2514-2519, 1983.