

**열전달 해석을 위한 대류 경계 조건의 수치해석적 분석 및 적용**

**김창기, 김민석, 한성진, 정상용**  
 동아대학교 전기공학과

**Numerical Analysis and Application of Convection Boundary Conditions for Heat Transfer**

Chang-Ki Kim, Min-Seok Kim, Sung-Chin Hahn, Sang-Yong Jung  
 Department of Electric Engineering, Dong-A University

**Abstract** - 본 논문에서는 정열계 해석을 위해 짧은 해석 시간을 가지는 열전달 문제의 해석 기법에 대하여 제시한다. 특히, 열전달의 주요 쟁점인 혼합 경계조건을 띄는 대류 문제의 열전달 계수 산정에 대하여 해석적 방법(analytic method)을 이용하여 구한 뒤, 수치해석적 방법(numerical method)인 유한요소법(F.E.M)으로 해석한다.

**1. 서 론**

열해석 문제의 해석에는 크게 열전달 해석과 열유동 해석이 있다. 열전달 해석을 위해서는 전도, 대류, 복사의 지배 방정식을 풀어야 하며, 열유동 문제는 연속 방정식과 운동량 방정식을 고려해야 한다.[1] 하지만, 열유동 해석의 지배 방정식인 연속 및 운동량 방정식은 많은 요소를 고려하여 복잡하므로, 그 해석 시간이 열전달에 비해 아주 길다. 한편, 열전달 해석은 열유동 해석보다 정확도는 떨어지지만, 전력기기 등에 쉽게 적용할 수 있고, 빠르게 온도 분포를 확인할 수 있다는 이점 때문에 넓게 사용한다.

따라서 본 논문에서는 짧은 연산 시간을 가지는 열전달 해석에 대하여 다루었으며, 이를 단상 GIS 모선에 적용하여 해석하였다. 특히, 자체 해석을 수행하여 손실을 구하고, 이 손실을 열원으로 산정하여 에너지 평행방정식의 조건을 이용한 온도의 보정을 통해 열전달 계수를 산정한 후 F.E.M을 이용하여 단상 GIS 모선의 온도 분포를 구하는 일련의 자체-열계 결합 해석하였다.[2][3]

**2. 본 론**

**2.1 열전달 지배 방정식의 정식화**

수치해석적으로 열전달 해석을 하려면 먼저 전도, 대류, 복사의 지배 방정식을 정식화할 필요가 있다. 열전달 지배 방정식은 푸리에 열전도 법칙에 따른 열전도 방정식과 표면에서 전도에 의한 열유속과 대류의 열유속이 같다는 혼합 경계조건으로 구한다. 일반적으로 복사는 그 영향이 작아 고려하지 않는다.[4]

$$-k\nabla^2 T = q, \quad k \frac{\partial T}{\partial n} + hT = hT_\infty \quad (1)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial n} = q, \quad h(T - T_\infty) = q \quad (2)$$

여기서, k는 물질의 열전도율, q는 열유속, h는 열전달 계수, 그리고 T<sub>∞</sub>는 표면에서 멀리 떨어진 지점의 정상 상태 온도를 뜻한다. 식 (1)의 좌변은 열전도 방정식, 우변은 대류에 의한 혼합 경계조건을 나타내며, 이는 자연 경계조건과 뉴턴의 냉각 법칙에 의한 대류 경계조건이 표면에서 같음을 의미한다. 식 (1)은 갤러킨법(Galerkin method)에 의해 식 (3)과 (4)가 되며, 이 방정식을 풀어서 각 노드의 온도 T를 구하게 된다.[5]

$$\int_R (-k\nabla^2 T - q) N_i dR + \int_1 \left( k \frac{\partial T}{\partial n} + hT - hT_\infty \right) N_i dl = 0 \quad (3)$$

$$k \int_R \sum_{j=1}^3 (\nabla N_i \cdot \nabla N_j t_j) dR + h \int_1 \sum_{l,j=1}^3 N_i (N_j t_j) dl = \int_R q N_i dR + h T_\infty \int_1 N_i dl \quad (4)$$

**2.2 GIS 모선의 열전달 해석**

본 논문에서 GIS 모선의 열전달 해석은 먼저 열원을 계산하고, 그 열원을 이용하여 열전달 계수 h를 산정한 다음, 끝으로 주어진 파라미터들을 대입하여 최종적인 GIS 모선의 온도의 분포를 계산하였다. 다음 표 1은 해석한 GIS 단상 모선 모델의 사양(362kV 63kA 4000A)이고 표

2는 냉각매체의 특성값(80℃)을 나타낸다. 참고로 입력 주파수는 60Hz이다.

**<표 1> GIS 단상 모선 사양**

Spec.	Material	Inner Diameter [mm]	outer Diameter [mm]
Conductor	Aluminum	85	120
Tank	Stainless Steel	496	508

**<표 2> 냉각 매체의 특성값**

Parameter	SF6 가스	공기
Density[Kg/m <sup>3</sup> ]	13.5	1.026
Dynamic Viscosity[m <sup>2</sup> /s]	1.31e-6	19.6e-6
Thermal Conductivity[W/m℃]	0.0153	0.0287

**2.2.1 자체 해석**

열전달의 소스인 열원 Q는 그 유체의 열유속 q와 단면적 A의 곱으로 나타낼 수 있으며, GIS 모선의 경우 모선이 축방향으로 충분히 길다고 가정했을 시, 2차원 자체 해석에서 구할 수 있는 손실과 같다. 따라서 GIS 모선의 열해석을 위해선 먼저 자체 해석을 하여 손실을 산정해야 한다. 모선에 정상 교류 전류가 흐를 때, 전자기적 현상의 지배 방정식은 다음과 같다.[6]

$$-\nu \nabla^2 \vec{A} = \vec{J} \quad (5)$$

$$\vec{J} = \vec{J}_s + \vec{J}_e \quad (6)$$

$$A_o = 0, \quad \frac{\partial A}{\partial n} = 0 \quad (7)$$

여기서, ν는 물질의 자기 저항율,  $\vec{J}$ 는 전류밀도이다. 그리고  $\vec{J}_e$ 는 전원 전류밀도,  $\vec{J}_s$ 는 와전류밀도이다.

식 (6)과 같이, 전류밀도  $\vec{J}$ 를 전원전류  $\vec{J}_s$ 와 도체에 유기되는 와전류  $\vec{J}_e$ 로 나누어 다시 쓸 수 있는데, 이는 GIS 모선의 발열원으로 주도체부의 줄손실과 모선이 만드는 자속이 외부탱크에 쇄교함으로써 발생하는 와류손을 고려하고자 하는 것이다. 이와 같이, GIS 모선의 열해석 문제는 전자기장 문제에서의 저항, 투자율 등의 파라미터에 따라 발생손실 등이 변화하기 때문에 전자기장 문제와 결합시켜 해석할 필요가 있다.

**2.2.2 열전달 계수 h의 산정**

열전달 계수 h 산정은 어떤 시스템의 에너지 중 순수 변화량은 입력 에너지와 출력 에너지의 차이와 같다는 에너지 보존법칙에 바탕을 둔다. 식 (8)은 일반적인 시스템의 에너지 보존법칙이고, 식 (9)는 열계 문제의 에너지 보존법칙이다.

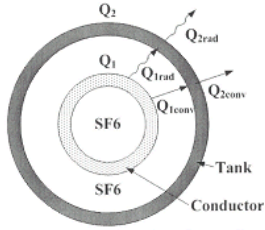
$$E_{in} - E_{out} = \frac{dE_{system}}{dt} \quad (8)$$

$$Q_{in} - Q_{out} + E_{gen} = \Delta E_{thermal system} \quad (9)$$

그림 1은 GIS 모선의 열전달 메커니즘을 나타낸다. 도체의 발생손실(Q<sub>1</sub>)인 줄손실은 복사 및 자연대류에 의해 외부탱크로 전달되며, 이는 다시 외부탱크에서의 와류손(Q<sub>2</sub>)와 함께 대기 중의 복사 및 자연대류에 의해 전달된다.

$$Q_1 = Q_{1rad} + Q_{1conv}, \quad Q_1 + Q_2 = Q_{2rad} + Q_{2conv} \quad (10)$$

식 (10)은 열전달 메커니즘을 나타낸다.  $Q_{rad}$ 은 모선의 복사 열전달을 표현하는데, 실제 복사에 의한 GIS 모선 표면에서의 열에너지 방출은 미약하므로, 무시하여도 무방하다. 그리고  $Q_{conv}$ 는 모선의 대류 열전달을 나타낸다.



〈그림 1〉 GIS 모선의 열전달 메커니즘

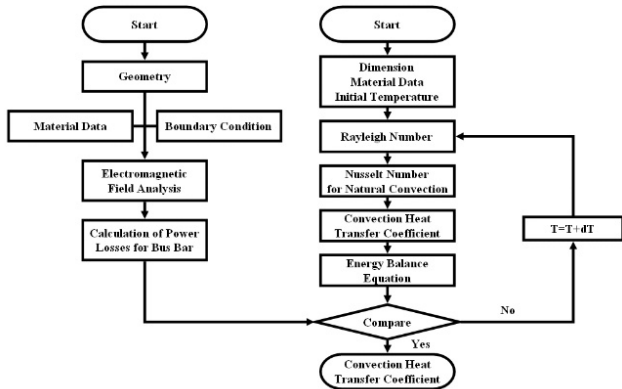
에너지 보존법칙을 이용하여 에너지 평형방정식을 세울 수 있는데, 이것이 열해석의 지배 방정식이 된다.

$$\nabla \cdot (q_{conv} + q_{rad}) = Q - \rho C \frac{\partial T}{\partial t} \quad (11)$$

$$\rho C V \frac{dT}{dt} = I^2 R(T_i) - h A_s (T_i - T_o) - \epsilon \sigma A_s (T_i^4 - T_o^4) \quad (12)$$

$$I^2 R(T_i) = h A_s (T_i - T_o) + \epsilon \sigma A_s (T_i^4 - T_o^4) \quad (13)$$

여기서,  $\rho$ 는 밀도,  $C$ 는 비열,  $A_s$ 는 표면적,  $\epsilon$ 는 방사율,  $\sigma$ 는 스테판-볼츠만 상수로  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} [W/m^2 K^4]$ 을 나타낸다. 그리고  $I$ 는 정상상태에서의 통전전류이다. 식 (11)에서 체적  $V$ 에 대해 표시한 식이 식 (12)이고, 이를 다시 정리한 것이 식 (13)이다.



〈그림 2〉 열전달 계수 산정 알고리즘

그림 2는 열전달 계수의 산정 과정인데, 먼저 자체해석을 통해 도체부와 외부탱크의 손실을 구한 다음 임의의 온도  $T$  값으로 초기 레이리수(Rayleigh Number)를 계산하고(식 (14)), 그에 따른 초기 누셀트수(Nusselt Number)를 산정하면(식 (15)), 초기 열전달 계수를 구할 수가 있다(식 (16)). 그리고 열해석의 지배 방정식인 에너지 평형방정식(13)을 이용하여 처음에 구한 손실과 비교하여 그 값이 수렴할 때까지  $\Delta T$  만큼 온도를 증가시켜 반복 계산하여 최종 열전달 계수를 산정하는 과정을 나타낸다.

$$Ra_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2} Pr \quad (14)$$

$$Nu = \left\{ 0.60 + \frac{0.387 Ra_L^{1/4}}{[1 + (0.559/Pr)^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2 \quad (15)$$

$$h = \frac{k}{L} Nu \quad (16)$$

여기서,  $g$ 는 중력 가속도,  $\beta$ 는 체적 팽창계수,  $T_s$ 는 표면온도,  $L$ 은 기하학적 특성길이,  $\nu$ 는 유체의 동점성 계수이고,  $Pr$ 은 프란틀수(Prandtl Number)이다.

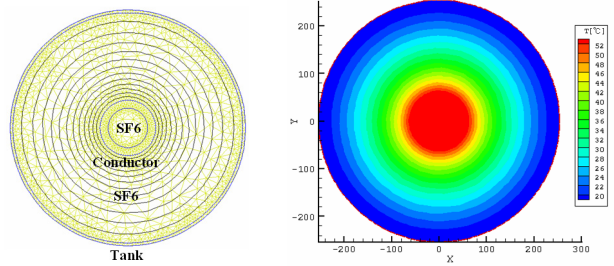
### 2.2.3 수치해석적 열전달 해석

GIS 단상모선 모델의 온도상승을 야기하는 열원인 전력손실들을 자체 해석에서 구하였으며, 각 경계면에서 자연대류를 고려한 열전달 계수의 값도 반복된 연산 과정을 통해 구하였다. 다음 표 3은 GIS 단상모선 모델의 발생손실 및 열전달 계수를 나타낸다.

〈표 3〉 GIS 단상모선 모델의 발생손실 및 열전달 계수

Spec.	Conductor	Tank
Loss[W/m]	122.5	29.95
Heat Transfer Coefficient[W/m <sup>2</sup> °C]	7.5219	3.1166
Ambient Temperature[°C]	11.3	

그림 3은 본 논문에서 사용한 방법으로 해석한 GIS 단상모선 모델의 mesh 및 온도분포를 나타낸다.



〈그림 3〉 GIS 단상모선 모델의 mesh 및 온도분포

〈표 4〉 모선 각 부분의 온도

Temperature[°C]	Measurement	Coupled F.E.M
Conductor	49.1	53.65
Tank	20.3	17.74

표 4는 실제 측정값과 본 논문을 통하여 예측된 온도를 나타낸다. 해석을 위해 F.E.M 적용하였다. 그리고 측정값과 시뮬레이션 값의 주도체 부의 온도차는 -4.55°C, 탱크 부의 온도차는 2.56°C 정도로 온도차가 작아 결과가 거의 일치하는 결과를 얻을 수 있었다. 이 결과를 바탕으로 기존의 단순히 열 분포도만 보기 위해 임의로  $h$ 를 정하여 사용했었던 열전달 해석 문제를 본 논문에서 사용된 방법을 이용하여  $h$  값의 보상으로 온도 값의 정확도를 높여 기존 방법보다 신뢰도를 높일 수 있었다.

### 3. 결 론

본 논문에서는 정열계 해석을 위해 짧은 해석 시간을 가지는 열전달 문제의 해석 기법에 대하여 제시하였다. 특히, 자체 해석을 통한 열원을 구한 후, 반복적 알고리즘을 통해 열전달 계수를 산정하여 열전달 문제를 해석하였으며, 해석치와 측정치 비교를 통해 제시된 방법의 효용성에 대해서도 살펴보았다.

### 감사의 글

본 연구는 국토해양부 미래철도 기술개발 사업의 연구비 지원 (과제 번호 07 차세대 고속철도 A01)에 의해 수행되었습니다.

### [참 고 문 헌]

- [1] 이형직, "유한요소법에 의한 유체역학·열전도 해석 입문", Perason Education Korea, 2000.
- [2] S. W. Kim, H. H. Kim, S. C. Hahn, "Coupled finite element analytic technique for prediction of temperature rise in power apparatus", IEEE Trans.Magnetics. Vol.38, No.2, pp.921-924, March 2002.
- [3] 여운동, 정의섭, 박경엽, "2003년 기술산업정보분석 : 초고압 GIS", 한국과학기술정보연구원, 2003.
- [4] 권오봉, 김시범, 김은필, 배대석, "열전달", Inter Vision, 2000.
- [5] Daryl L. Logan, A First Course in the Finite Element Method, 2nd ed., PWS Publishing Company, Boston, 1993
- [6] S. J. Salon, Finite Element Analysis of Electrical Machines, Rensselaer Polytechnic Institute Troy, New York, 1995