

비선형 동기발전기의 T-S 퍼지 모델링 및 LMI를 이용한 광역 안정도 해석

이희진*, 박정욱**
연세대학교

T-S Fuzzy Modeling of Nonlinear Synchronous Generator and Global Stability Analysis by Using LMI Method

Hee-Jin Lee*, Jung-Wook Park**
Yonsei University*

Abstract - 전력 설비가 증대되고 복잡해짐에 따라 보다 정밀한 제어가 요구되어지고 있다. 그러나 전력시스템의 비선형성으로 인해 정확한 해석이 용이하지 않다. T-S 퍼지 모델링 기법은 시스템의 비선형성을 선형행렬 부등식을 이용하여 해석 가능하게 한다. 본 논문에서는 비선형 4차 동기발전기 모델에 T-S 퍼지 모델링 기법을 적용하여 시스템 안정도를 해석하였다.

칙 i 는 퍼지의 i 번째 규칙, $z_i(t)$ 는 i 번째 비선형 변수를 의미한다. $z_1(t), \dots, z_p(t)$ 는 비선형 변수로 상태변수들로 구성된 값이다. 각각의 선형방정식 $A_i x(t) + \mu_i$ 는 종속시스템이고, 전역 동특성은 식 (2)와 같이 표현된다 [3].

1. 서 론

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(z(t)) \{A_i x(t) + \mu_i\}}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_i x(t) + \mu_i\} \quad (2)$$

사회가 복잡해지고 발전함에 따라 부하가 증가하고, 설비가 늘어나 전력시스템의 규모가 커지고 동작점이 광대역화 되고 있다. 기존에는 선형화 분석을 통해 전력시스템의 안정도를 해석하는 방법이 일반적으로 사용되어져 왔다. 선형화 분석은 해석의 편의성은 존재하지만 광역 운전점에서 전압이 크게 변하거나 큰 상정사고가 발생할 경우, 해석의 정확도가 떨어지는 문제점이 있다.

식 (2)에서 사용된 변수는 식 (3), (4)에 정리되어있으며, 주어진 식은 모든 시간 t 에 대해서 성립한다.

한편, Takagi-Sugeno(T-S) 퍼지 모델링은 IF-THEN 규칙을 사용하여, 비선형 시스템을 어떤 일정범위 안에서 선형 임출력 관계로 설정하여 시스템의 해석을 가능하게 한다 [1], [2]. 이 범위는 기존의 선형화 방법들에서 가정된 미소 범위보다 넓어 광역 운전점에서 전압이 크게 변하거나, 큰 상정사고가 발생하였을 경우에도 시스템의 정보의 손실 없이 전역에서 동일한 특성을 갖는 모델링이 가능하다 [3]. 또한, Lyapunov condition을 적용하였을 때 선형행렬부등식을 이용하여 쉽게 안정도 해석을 할 수 있다.

$$w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^p M_j^i(z_j(t)), \quad h_i(z(t)) = \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \quad (3)$$

$M_j^i(z_j(t))$ 는 $z_j(t)$ 에 대한 관계 함수값이다. 식 (1)~(3)로부터 퍼지 합 계수 $h_i(z(t))$ 에 대한 조건 식 (4)가 성립함을 알 수 있다.

본 논문에서는 비선형 전력시스템 해석을 하기위해 가장 기본적이고 확장성이 용이한 4차 동기발전기 일기무한모션시스템 모델을 선정하였다. Affine 퍼지모델링 후 Lyapunov condition을 적용하여 시스템 안정도의 충분조건을 구하고 이를 선형행렬부등식을 이용하여 시스템을 해석한다.

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) = 1 \\ h_i(z(t)) \geq 0 \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (4)$$

2. T-S 퍼지 모델링기법

2.2 자승적 안정성

Affine 퍼지 시스템의 안정성은 식 (2)에서 식 (5)의 경우를 분리해서 생각한다. 이에 앞서 다음과 같은 과정이 필요하다.

가정 1: I_ξ 를 $z=0$ 을 포함하는 퍼지 규칙들의 색인들의 모임이라고 한다.

$$I_\xi \equiv \{i | h_i(0) \neq 0\} \quad (5)$$

이 경우 $i \in I_\xi$ 에 대하여 식 (2)의 상수 μ_i 는 0이라 할 수 있다. 이 가정은 affine 퍼지 시스템의 평형점이 $z=0$ 에서 이루어짐을 보장한다. 식 (1)과 (2)에서 주어진 affine 퍼지 시스템에서 다음과 같은 이론은 시스템의 자승적 안정성의 충분조건이 된다.

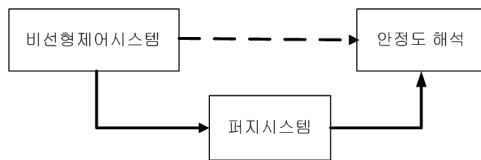
이론 1: 식 (1)과 (2)에서 주어진 연속적인 affine 퍼지 시스템은 positive definite 행렬 $P=P^T$ 와 상수 τ_{iq} 가 존재할 때 자승적 안정성을 만족한다. 퍼지 규칙 $R_i (i \in I_\xi)$ 에 대해

$$A_i^T P + P A_i < 0 \quad (6)$$

식 (6)을 만족하고, 다른 퍼지 규칙 $R_i (i \notin I_\xi)$ 에 대해

$$\tau_{iq} > 0, \quad \begin{bmatrix} A_i^T + P A_i - \sum_{q=1}^n \tau_{iq} T_{iq} & P \mu_i - \sum_{q=1}^n \tau_{iq} u_{iq} \\ \mu_i^T P - \sum_{q=1}^n \tau_{iq} u_{iq}^T & - \sum_{q=1}^n \tau_{iq} v_{iq} \end{bmatrix} < 0 \quad (7)$$

식 (7)을 만족한다. 여기서 T_{iq}, u_{iq}, v_{iq} 는 다음과 같이 정의된다.



〈그림 1〉 T-S 퍼지 모델링의 접근방법

전통적으로 T-S 퍼지 모델은 아래와 같이 IF-THEN 규칙을 이용하여 표현 된다.

Model Rule i :

IF $z_1(t)$ is M_1^i and \dots and $z_p(t)$ is M_p^i ,
THEN $\dot{x}(t) = A_i x(t) + \mu_i \quad i = 1, 2, \dots, r.$ (1)

여기서 M_j^i 는 비선형 변수 $z_j(t)$ 가 변형되는 관계 함수값이고 r 은 모델 규칙의 개수를 의미한다. $x(t) \in R^n$ 은 상태벡터, $\mu \in R^n$ 은 상수벡터이다. 각각의 행렬은 $A_i \in R^{n \times n}$, $\mu_i \in R^{n \times m}$ 차원에 속해있다. 모델규

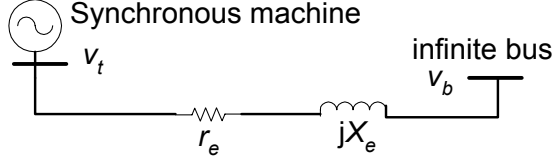
$$F_{i_q}(x) \equiv x^T T_{i_q} x + 2u_{i_q}^T x + v_{i_q} \leq 0 \quad (8)$$

모든 x 는 $R_i(h_i(x) > 0)$ 을 만족한다 [4].

3. 동기발전기 모델링 적용

3.1 동기발전기 모델링 개요

그림 2는 일기무한모선 시스템을 보여주고 있다. 일기무한모선 시스템은 전력계통을 해석하는데 가장 많이 사용되며, 이에 대한 해석은 쉽게 다계통으로 확장될 수 있다 [5]. 여기서 사용된 변수는 종축과 횡축의 전압, 회전자 각도, 회전자의 속도로 설정하였다 [6].



<그림 2> 일기무한모선 시스템

이를 이용하여 다음과 같은 4차 비선형 시스템 방정식을 얻을 수 있다. 여기서 전송 선로의 저항값은 리액턴스 값에 비해 무시할만하다 [6].

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + \mu \\ x &= [E'_q \ E'_d \ \delta \ \omega]^T \\ A &= \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{do}}(-1 - \frac{X_q - X'_q}{X'_q + X_c}) & 0 & \frac{1}{T_{do}}(\frac{V_b(X_q - X'_q)}{X'_q + X_c})\frac{\cos\delta}{\delta} & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_{do}}(-1 - \frac{X_q - X'_q}{X'_q + X_c}) & \frac{1}{T_{do}}(\frac{V_b(X_q - X'_q)}{X'_q + X_c})\frac{\sin\delta}{\delta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{\omega_s}{2H}(\frac{V_b \sin\delta}{X'_q + X_c}) & \frac{\omega_s}{2H}(\frac{V_b \cos\delta}{X'_q + X_c}) & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \mu &= \begin{bmatrix} \frac{E_{fd}}{T_{do}} & 0 & -\omega_s & \frac{\omega_s T_m}{2H} \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)에 주어진 일기무한모선 시스템은 4개의 비선형 항 ($\frac{\cos\delta}{\delta}$, $\frac{\sin\delta}{\delta}$, $\sin\delta$, $\cos\delta$)을 가지고 있으며 시스템 행렬 A는 T-S 퍼지 모델링 기법에 의해 16개의 선형 행렬로 분리가 된다. 이때 식 (9)의 퍼지 형식은 식 (10)에 나타나 있다.

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^{16} h_i(x) \{A_i x + \mu_i\}, \quad 0 \leq h_i(x) \leq 1, \quad \sum_{i=1}^{16} h_i(x) = 1 \quad (10)$$

각각의 비선형 변수의 최대값과 최소값을 아래 표 1과 같이 설정하고 그때의 관계 함수값을 최대값과 최소값에 따라 설정해 주면 다음과 같은 16개의 IF-THEN 규칙으로 기술할 수 있다.

<표 1> SMIB 시스템의 퍼지모델링 값

비선형항	비선형 변수의 범위		관계 함수값	
	최대값	최소값	최대값	최소값
$\frac{\cos\delta}{\delta}$	1	0	$M_1^1 = \frac{\cos\delta}{\delta}$	$M_1^2 = 1 - M_1^1$
$\frac{\sin\delta}{\delta}$	1	0	$M_2^1 = \frac{\sin\delta}{\delta}$	$M_2^2 = 1 - M_2^1$
$\sin\delta$	1	0	$M_3^1 = \sin\delta$	$M_3^2 = 1 - M_3^1$
$\cos\delta$	1	0	$M_4^1 = \cos\delta$	$M_4^2 = 1 - M_4^1$

일기무한모선 시스템의 모델 규칙

IF $\frac{\cos\delta}{\delta}$ is "최대값", $\frac{\sin\delta}{\delta}$ is "최대값", $\sin\delta$ is "최대값" and $\cos\delta$ is "최대값", THEN $\dot{x} = A_1 x + \mu_1$, $h_1 = M_1^1 \times M_2^1 \times M_3^1 \times M_4^1$.

IF $\frac{\cos\delta}{\delta}$ is "최소값", $\frac{\sin\delta}{\delta}$ is "최소값", $\sin\delta$ is "최소값" and $\cos\delta$ is "최소값", THEN $\dot{x} = A_{16} x + \mu_{16}$, $h_{16} = M_1^2 \times M_2^2 \times M_3^2 \times M_4^2$.

이때 식 (10)를 만족하기 위해서 동기발전기의 회전자 각도(δ)의 범위는 식 (11)와 같다.

$$0 < \delta \leq \pi/2 \quad (11)$$

3.2 동기발전기 안정도 해석

앞에서 구한 퍼지 모델을 이용하여 식 (6)~(8)을 만족하는 positive definite 행렬 $P = P^T$ 를 구하면 식 (12)와 같다.

$$P = \begin{bmatrix} 1.5793 & -0.0280 & 0.0014 & -0.0051 \\ -0.0280 & 0.2474 & 0 & -0.0001 \\ 0.0014 & 0 & 0.0021 & 0 \\ -0.0051 & -0.0001 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

이때 회전자 각도(δ)의 범위를 지정해주는 행렬 T , u , v 는 식 (13)과 같다 [4].

$$T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{2}(0 + \frac{\pi}{2}) & 0 \end{bmatrix}^T, \quad v = 0 \times \frac{\pi}{2} \quad (13)$$

행렬 P 의 고유값은 0.0000025, 0.0020834, 0.2468155, 1.5798886 이다. 따라서 식 (9)의 비선형 4차 일기무한모선 시스템은 안정된 시스템을 알 수 있다.

4. 결 론

동기발전기의 광범위한 동작범위와 복잡한 동적특성, 비선형성에 의하여 기존의 선형 모델을 이용한 전력시스템의 안정도 해석은 전력시스템의 비선형 특성을 정확하게 반영하지 못한다는 단점이 있었다. 반면에 T-S 퍼지모델은 비선형 모델의 특성을 동일하게 반영하기 때문에 선형 모델 보다 정확한 안정도 해석 결과를 얻을 수 있다.

본 논문에서는 비선형 일기무한모선 시스템의 안정도 해석을 위하여 T-S 퍼지 기법을 적용하여 비선형 동기발전기를 새롭게 모델링하고, Lyapunov condition을 적용, 선형행렬부등식을 이용하여 시스템 안정도를 해석하였다.

[감사의 글]

본 연구는 산업자원부 대학전력연구센터의 에너지자원 인력양성사업을 통한 연세대학교 계통적용 신전력기기 연구센터의 지원으로 수행되었습니다.

[참고 문헌]

- [1] Kazuo. Tanaka and M. Sugeno, "Stability analysis and design of fuzzy control systems", Fuzzy Sets System, Vol. 45, pp. 136-156, 1992
- [2] Kazuo Tanaka, Takayuki Ikeda, Hua O. Wang, "Fuzzy Regulators and Fuzzy Observers: Relaxed Stability Conditions and LMI-Based Designs", IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 6, No. 2, May 1998
- [3] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control", IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Vol. 15, no.1, pp.116-132, 1985
- [4] E. Kim and S. Kim, "Stability Analysis and Synthesis for an Affine Fuzzy System via LMI and ILMI: a Continuous Case", IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol.10, no.3, pp.391-400, 2002
- [5] Prabha Kundur, Power system stability and Control, EPRI Editors, McGraw-Hill, Inc. 1993
- [6] P. W. Sauer and M. A. Pai, Power System Dynamics and Stability, Prentice-Hall, 1998