

# Flatbed Scanner용 DC 모터의 저속 제어

김준원, 유지윤  
고려대학교 전자전기공학과

## Low Speed Control for Flatbed Scanner DC Motor

Jun-Won Kim, Ji-Yoon Yoo  
Korea University, Electrical Engineering

### ABSTRACT

본 연구는 인코더를 사용한 Flatbed scanner DC 서보 모터 시스템의 저속 제어를 위한 설계 기법을 제안한다. 실제 구동되는 저속에서 DC 모터 시스템을 MSR 알고리즘으로 모델링하여 파라미터의 변동과 부하 외란을 추정하고, 속도 제어주기마다 위치 추종명령을 계산하여 실제 위치에 대한 에러를 보상하도록 설계함으로써 저속에서의 속도 추종능력을 향상시킨다.

### 1. 서론

Flatbed scanner는 CIS(Contact Image Sensor)가 부착된 DC 모터가 문서 위를 이동하면서 화상을 스캔하는 장치이다. 스캐너의 사양은 모터에 부착된 인코더의 물리적 해상도와 제어 주기에 따라 제어 가능한 최저 구동 속도가 정해진다. 정해진 구동속도보다 낮은 속도로 구동 시 실제 속도가 '0'이 아닌 경우도 '0'으로 판단하게 되는 경우가 생기고 이로 인하여 제어 품질이 현저히 하락한다. 이러한 문제점의 해결 방안으로 분해능이 높은 센서를 이용할 경우에는 전동기의 저속구간에서는 정밀한 속도측정이 가능하나 분해능이 높을수록 센서가 고가이며, 측정오차와 양자화에 의한 노이즈가 여전히 존재하며, 진동 및 습도 등 주위 환경에 대한 영향을 많이 받기 때문에 사용 환경에 제한을 받는다.<sup>[1]</sup>

본 논문에서는 인코더의 해상도를 높이지 않고 보완하기 위한 한 해결책으로 속도를 '0'으로 판단한 구간의 실제 속도를 System identification으로 얻어진 model을 이용하여 PID 이득을 튜닝하여 제어기에 사용 하는 방법을 실제 Flatbed scanner에 적용시험 하여 그 성능을 검증하였다.

## 2. DC 모터 모델링 및 System Description

### 2.1 DC 모터의 수학적 모델링

DC 모터의 구조는 크게 제자(Stator)와 전기자(Armature)로 구분되며 모터의 등가 회로는 그림 1과 같이 표현된다. 전기자에는 연속적으로 전류를 공급하기 위해 브러쉬(Brush)와 정류자(Commutator)가 있으며, 브러쉬는 전원으로부터 공급되는 전류를 정류자에 보내고 정류자는 브러쉬에서 공급되는 전류를 일정한 방향으로만 흐르게 한다. 전기자 전압제어 DC 모터의 관계식을 정리하면 식 (1)과 같다.

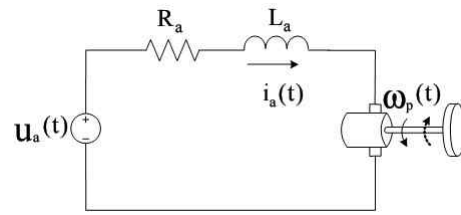


그림 1 DC 모터 모델링  
Fig. 1 DC motor modeling

$$u_a(t) - e_b(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} \quad (1a)$$

$$e_b(t) = K_b \omega_p(t) \quad (1b)$$

$$T(t) = K_t i_a(t) = J \frac{d\omega_p}{dt} + f \omega_p(t) \quad (1c)$$

$u_a(t)$ 는 전기자에 인가된 입력전압이고,  $i_a(t)$ 는 전기자 전류,  $R_a$ 와  $L_a$ 는 각각 전기자 회로 저항과 인덕턴스 성분이다. DC 모터의 발생토크  $T$ 는 전기자 전류  $i_a(t)$ 와 공극자속  $\psi$ 의 곱에 비례하고, 공극자속  $\psi$ 는 계자전류  $i_f$ 에 비례한다.

위와 같이 DC 모터 시스템을 수학적으로 모델링하기 위해서는 많은 양의 회로 및 기계 파라미터를 필요하게 되고, 모터에 연결된 기어, 벨트 및 엔코더 등의 부품도 모델링도 구현해야 하는 어려움이 생긴다.

### 2.2 System Description

일반적으로, DC 서보 시스템에서 전기 동역학은 기계 동역학에 비해 응답이 10배 이상 빠르므로, 단순화를 위해 식 (2)와 같이 1차 선형 시스템의 형태로 근사화 할 수 있다.

$$Y(s) = \frac{K}{Ts+1} U(s) \quad (2)$$

$Y(s)$ 와  $U(s)$ 는 각각 시스템의 출력인 속도와 입력 전압,  $T$ 와  $K$ 는 시스템의 시정수와 계인을 나타낸다.  $T$ 는 출력신호가 최대값의 63%에 도달할 때 까지 걸린 시간이고,  $K$ 는 입력과 출력의 비를 의미한다. 그러나, 식 (2)와 같은 1차 선형 시스템으로 근사화 하여 시스템 모델을 추정하면, 부하 마찰로

인해 정상 상태 출력값  $Y_{max}$ 가 공칭모델 식 (2)의 출력값보다 더 작은 값이 관측되어 정확한 모델링을 할 수 없다. 따라서, 이를 개선할 수 있는 알고리즘이 필요하다.

그리고, 모델링한 DC 서보시스템을 주어진 속도 프로파일에 맞게 정확하고 안정적으로 동작시키기 위해 식 (3)과 같이 PID 제어를 설계 한다.

$$U(s) = K_p \left[ (bY_{sp}(s) - Y(s)) + \frac{1}{T_i} (Y_{sp}(s) - Y(s)) + T_d s (Y_{sp}(s) - Y(s)) \right] \quad (3)$$

$K_p, T_i, T_d$ 는 각각 비례, 적분, 미분 게인, 제어명령  $Y_{sp}$ 는 가속, 등속 및 감속으로 이루어진 속도 테이블을 사용하고, 제어명령 계수  $b$ 는 제어 명령의 급격한 변동이나 영점의 영향으로 인한 과도한 오버슈트를 줄이는 역할을 한다.

### 3. System 모델링 및 제어기 설계

#### 3.1 MSR (Modified Step Response)에 의한 모델링

저속 영역에서는 마찰부하에 의한 외란이 크게 작용하므로, 출력 신호에는 외란의 영향이 많이 포함되어 있다. 따라서 시스템의 파라미터를 정확하게 추정하기 위하여 외란을 고려한 모델링 방법 MSR을 사용한다.

$$Y(s) = \frac{K}{T_s + 1} U(s) + \frac{K_d}{T_s + 1} D(s) \quad (4)$$

식 (4)는 식 (2)의 모델에서 시스템의 외란에 대한 항이 추가된 형태로서,  $D(s)$ 와  $K_d$ 는 각각 외란과 시스템 게인을 나타내며, 기계적 요인에 의한 Coulomb 마찰, Static 마찰, DC 모터의 코깅 토크 및 측정 노이즈와 속도 리플 등이 포함되어 있다. 식 (4)를 Laplace 역변환 하여 시간 영역에서의 속도 출력 함수를 얻을 수 있다. 실제 외란이 일정한 크기를 갖는 성분만 존재한다고 가정하고, curve fitting 방법을 적용하기 위하여 양변을 0에서  $t_f$  까지 적분하면 식 (5)와 같다.

$$y(t) = (K_1 u(t) - K_2 d)(1 - e^{-t/T}) = Y_{max}(1 - e^{-t/T}) \quad (5a)$$

$$\int_0^{t_f} y(t) dt = \int_0^{t_f} Y_{max}(1 - e^{-t/T}) dt = Y_{max} t_f - T y(t_f) \quad (5b)$$

식 (5)를 Trapezoidal rule을 이용하여 디지털 형태로 계산하고, 행렬의 형태로 정리하면 식 (6)과 같다.  $k, \Delta t$ 는 각각 Sampling Step과 Period 이다.  $Y(k), X(k)$ 는 측정 가능한 변수이고,  $\phi$ 는 추정할 파라미터 이므로, 스텝입력을 시스템에 가한 후 스텝응답을 측정한 후 최소 자승법을 적용하여  $\phi$ 를 추정할 수 있다.

$$\int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} y(t) dt \approx \frac{\Delta t}{2} (y((k+1)\Delta t) + y(k\Delta t)) \quad (6a)$$

$$Y(k) = X(k)\phi \quad (6b)$$

여기서,

$$Y(k) = \sum_{n=0}^{n=k} \Delta t / 2 (y((n+1)\Delta t) + y(n\Delta t))$$

$$X(k) = [k\Delta t \quad -y(k\Delta t)]$$

$$\Phi = [Y_{max} \quad T]^T = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

$N$ 번의 open loop test를 반복한 후 얻어진  $Y_{max}(1), \Lambda, Y_{max}(N)$ 와 입력 데이터  $u(1), \Lambda, u(N)$ 를 1차 함수로 curve fitting하면 공칭모델의 정확한 게인  $K_1$ 을 얻을 수 있다. 최소자승법에 의해 추정된  $Y_{max}$ 와 입력  $u$ 는 식 (7)과 같은 관계를 가진다.

$$Y_{max} = K_1 u + K_2 d = K_1 u + d_i \quad (7)$$

따라서  $N$ 번의 open loop test를 반복한 후 얻어진  $Y_{max}(1), \Lambda, Y_{max}(N)$ 와  $u(1), \Lambda, u(N)$ 를 1차 함수로 curve fitting하면 공칭모델의 정확한 게인  $K_1$ 을 얻을 수 있다. 더욱이, 식 (7)으로부터 시스템 게인 뿐만 아니라 일정한 크기를 갖는 부하 마찰( $d_i = K_2 d$ )를 추정할 수 있다. 추정된 부하 마찰을 이용하여 PID 제어기 설계 시 피드포워드 제어항( $U_{ff} = -d_i / K_1$ )을 추가하여 저속영역에서의 마찰에 대한 외란을 보상한다.

#### 3.2 PI 제어기 설계

식 (4) 플랜트에 대하여 식 (8)과 같은 PI 제어기를 설계하고자 한다. PI제어기를 통하여 페루프 시스템의 모든 극점을 임의의 원하는 위치에 배치할 수 있다.

$$U(s) = K_p (bY_{sp}(s) - Y(s)) + \frac{K_p}{T_i} (Y_{sp}(s) - Y(s)) \quad (8)$$

식 (4)와 식 (8)로부터 페루프 시스템의 전달함수에서 특성 방정식을 구하면 식 (9)와 같다.

$$s^2 + \frac{1 + K_p K}{T} s + \frac{K_p K}{T T_i} = 0$$

$$s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2 = 0 \quad (9)$$

원하는 특성 방정식을 다음과 같이 정의하고 시스템의 특성 방정식과 비교하여 PI 제어기의 게인을 구하면 식 (10)과 같다.

$$K_p = \frac{2\zeta\omega_0 T - 1}{K} \quad (10a)$$

$$T_i = \frac{2\zeta\omega_0 T - 1}{\omega_0^2 T} \quad (10b)$$

MSR 기법에 의해 추정된 모델로 기준과 같은 속도 제어기를 설계할지라도 저속영역에서의 모터 자체의 Cogging에 의한 리플을 제거하기 어려울 뿐만 아니라, 인코더의 낮은 진동수로 인해 정확한 속도 정보가 확보되기 힘들기 때문에 원하는 속도 추종능력을 구현 할 수 없다. 따라서 timer interrupt 마다 속도명령에 따른 위치명령을 계산하고, 인코더로부터 얻은 실제 위치정보와 비교하여 위치에러(Perr)를 보상해 주는 제어기를 추가하면 속도 리플을 줄일 수 있다. 위치오차를 보상해 주는

제어기의 블록 다이어그램은 그림 2와 같다.

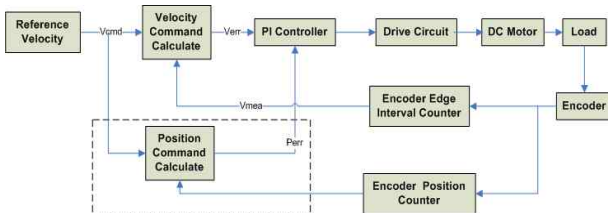


그림 2 위치오차를 보정한 PI 속도 제어기  
Fig. 2 A PI Velocity controller with position error compensator

#### 4. 실험 결과

제안한 시스템 추정에 의한 속도 제어기의 타당성을 보이기 위해 20[W], 32[V], 2극 3슬롯, 관성계수는 1.45X10<sup>-7</sup>[Kg·m<sup>2</sup>], 334 펄스의 인코더가 부착된 Flatbed Scanner DC 모터 시스템이 사용되었고, MSR로 추정된 파라미터와 속도 대역별로 각각 튜닝한 제어기 게인값은 표 1,2와 같다.

표 1 MSR에 의해 추정된 시스템 파라미터  
Table 1 System Identification Results using MSR

추정 결과	MSR Method
$K_1$	14.004
T(sec)	0.052
$U_{ff} = -d_t / K_1$	-611.09

표 2 제어 게인값  
Table 2 Controller Gain

해상도 (dpi)	CIS 속도 (ips)	속도 제어기		위치 제어기	
		P	I	P	I
2400	0.027	0.36	0.055	0.12	0.024
1200	0.053	0.27	0.038	0.04	0.010
600	0.214	0.15	0.021	0.04	0.001

제안한 제어기와 기존의 제어기를 스캔해상도 2400dpi(Dot Per Inch)로 구현하기 위한 CIS 이동속도인 0.027 ips(Inch Per Second)로 DC 모터를 구동하여 얻은 결과는 그림 3,4와 같다.

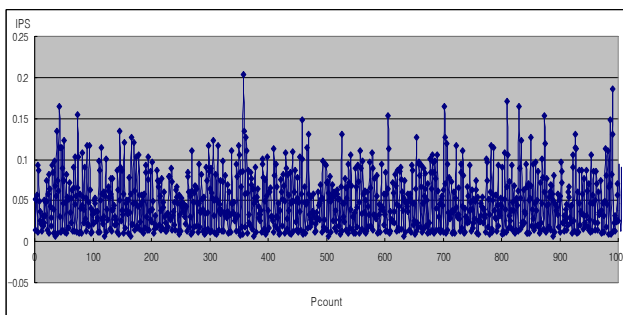


그림 3 기존의 제어기에 의한 구동 속도  
Fig. 3 Velocity of Conventional Controller

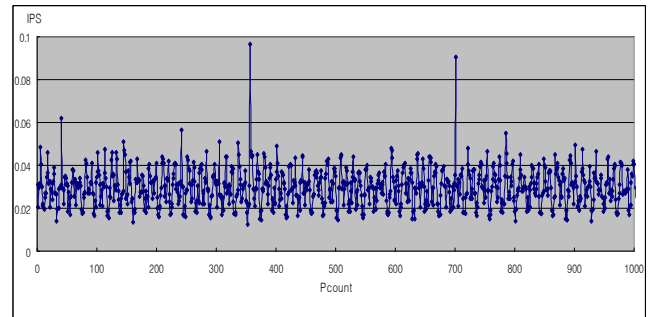


그림 4 제안한 제어기에 의한 구동 속도  
Fig. 4 Velocity of Proposed Controller

실험을 통해 얻은 결과로 평균속도, 표준편차와 속도리플을 표 3에 정리하였다. 속도리플이 제안한 MSR로 추정하여 설계한 제어기가 기존의 제어기 대비 약 43% 개선됨을 알 수 있다.

표 3 성능 비교 (0.027 IPS)  
Table 2 Comparison of Performance (0.027 IPS)

구분	기존 제어기	제안된 제어기
Average[IPS]	0.02755	0.02756
Standard Deviation	0.01547	0.00877
Ripple[%]	56.15	31.83

#### 5. 결론

본 논문에서는 저속 영역에서 인코더 펄스의 낮은 진동수로 인해 속도 정보가 확보되기 힘든 DC 서보 시스템을 외란을 고려한 MSR 알고리즘으로 모델링 하여 저속에서의 마찰부하 외란을 추정하고, 기존 PID 제어기에 피드포워드 제어항과 위치예리 보상 알고리즘을 추가하여 외란에 의한 속도 리플을 보상하는 속도제어기를 설계하였다. 그리고, 이를 Flatbed scanner 시스템에 적용하여 저속에서의 속도 추종능력이 향상되었음을 확인 하였다.

#### 참고 문헌

- [1] T. Ohmae et al. "A microprocessor-Controlled High-Accuracy Wide-Range Speed Regulator for Motor Drives." IEEE Trans. Ind. Electron., vol. IE-29, no.3, Aug. 1982
- [2] Taeg-Joon Kweon, Dong-seok Hyun, "High-Performance Speed Control of Electric Machine using Low-Precision Shaft Encoder," IEEE Trans. on Power Electronics, vol 14, no 5, pp 833-849, Sep, 1999
- [3] K.Astrom, and T.Hagglund, PID Controllers: Theory, Design, and Tuning, 2nd Ed., 1995
- [4] L. Ljung, System Identification: Theory for the user, Prentice-Hall, 1987