

경계조건의 임의변동과 드래프트 불균제의 파장 분포 특성

허 유, 김종성*, 서문원**

경희대학교 기계.산업시스템 공학부, *경희대학교 대학원 섬유공학과,

**Dept. of Textile and Apparel Technology and Management, NCSU, USA

Random Variation in Boundary Conditions and Wavelength Distribution in Draft Irregularity

You Huh¹, Jong S. Kim^{*}, and Moon W. Suh^{**}

Faculty of Mech. and Ind. Systems Eng., Kyunghee University, Yongin, Gyunggi-Do, Korea

^{*}Dept. of Textile Eng., Graduate School, Kyunghee University, Yongin, Gyunggi-Do, Korea

^{**}Dept. of Textile and Apparel Technology and Management, NCSU, USA

¹huhyou@khu.ac.kr

1. 서론

드래프트 기구에서 공정 처리된 제품의 품질을 결정하는 중요한 조건은 원료의 균일한 배열 및 집속 선밀도의 균제도이다. 그러나 공정 중에 집속상태의 교란이 쉽게 일어나며, 유동계에서의 집속체 거동이 연속체의 경우와 다르게 나타난다[1,2]. 지금까지의 연구는 개별 섬유의 동작에 따라 슬라이버 단면 당 섬유의 울 수 변동으로 불균제를 다룬 연구[3-5]와 섬유의 인장 특성이 감안된 드래프트 출력 슬라이버의 굵기 변동을 다룬 연구[6,7]로 크게 나눌 수 있다. 그러나 이러한 연구는 개별 섬유의 운동을 모델화하고, 이를 종합화하는 과정에서 고려해야할 요소가 많고, 이를 단순화시키는 과정에서 가정이 도입됨에 따라 결과의 유효성이 제한적이다. 최근에 Huh 등은 집속 유동계 내에서의 일반모델 (general model)을 제시하고, 정상상태에서 드래프트 구간 내에서의 집속체 굵기와 속도 분포를 구하고, 실험으로 확인하였으며[1], 모델 파라메타에 따라 공정 불연속을 일으키는 특이점이 나타나는 현상을 제시하였다[2].

본 연구에서는 집속체의 유동상태를 나타내는 지배방정식을 바탕으로 시간 영역에서 해를 얻고, 유동계에 대한 경계조건으로 작용하는 입력 집속체의 굵기와 드래프트 비의 변동이 드래프트 출력 슬라이버의 굵기에 작용하는 동특성을 변동의 파장 영역에서 시뮬레이션을 통하여 찾아내고자 한다.

2. 집속 유동 이론

모델링의 대상이 되는 두개의 물러 쌍으로 이루어진 드래프트 구간 내에서의 집속체의 유동계는 다음과 같이 묘사될 수 있다 [1].

$$\text{연속방정식: } \frac{\partial l_b(t, x)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \{ l_b(t, x) \cdot v(t, x) \} \quad (1)$$

$$\text{운동방정식: } \frac{\partial}{\partial t} \{ l_b(t, x) \cdot v(t, x) \} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ -l_b(t, x) \cdot v^2(t, x) - l_b(t, x) \cdot \text{Var}[v(t, x)] + \frac{\partial f(t, x)}{\partial x} \right\} \quad (2)$$

$$\text{구성 방정식: } f(t, x) = \mu \cdot l_b(t, x) \cdot \frac{\partial v(t, x)}{\partial x} \quad (3)$$

$$\text{경계조건: } v(t, x=0) = v_0, \quad v(t, x=L) = v_0 \cdot D_R, \quad l_b(t, x=0) = l_{b0} \quad (4)$$

이때, 비정상 유동에 대하여 출력 집속체의 선밀도에 대한 제약이 없으므로 출력부의 경계조건, $l_b(t, x=L)$ 은 주어지지 않는다. $l_b(t, x)$ 와 $v(t, x)$ 는 각각 시간 t , 위치 x 에서의 집속체의 선밀도와 속도를 의미하며, L 과 D_R 은 각각 드래프트 구간의 길이와 드래프트 비를 나타낸다. μ 는 섬유간의 내부적 마찰에 관계하는 모델 파라메타이다.

한편, 유동계 내 집속체의 구성섬유 간의 속도분산은 인발 구간의 양 끝단에서는 롤러 파지에 의하여 속도분산이 zero로 주어진다고 생각하여 식 (5)와 같이 표현할 수 있다.

$$\text{Var}[v, (t, x)] \propto v(t, x) = g(t, x) \cdot v(t, x) \quad (5)$$

이 때, $g(t, x)$ 는 $g(t, 0) = 0, g(t, L) = 0$ 의 조건을 만족하는 함수로 나타낼 수 있으므로, 이를 만족시키는 여러 가지 함수 형태 중에서 식 (6)에 주어진 바와 같이 정현 함수를 가정하였다.

$$g(t, x) = a_0 \cdot \left(1 - \cos \frac{2\pi}{L} x\right) \quad (6)$$

이때, a_0 는 모델 파라메타이며 $a_0 \geq 0$ 이다.

앞에서 주어진 기본 방정식계를 무차원에서 다루기 위하여, 다음과 같이 각각의 변수를 정의하였다.

$$x = x^* \cdot L, \quad t = t^* \cdot L/v_0, \quad v(t, x) = v^*(t^*, x^*) \cdot v_0, \quad l_b(t, x) = l_b^*(t^*, x^*) \cdot l_{b0}$$

이때, (*)는 무차원 변수를 의미한다. 이를 대입하고 간편한 표현을 위하여 (*)를 생략하고 무차원 지배방정식을 정리하면,

$$\frac{\partial l_b(t, x)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \{l_b(t, x) \cdot v(t, x)\} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \{l_b(t, x) \cdot v(t, x)\} = & -\frac{\partial}{\partial x} \{l_b(t, x) \cdot v^2(t, x)\} - a_e \cdot \frac{\partial}{\partial x} \{l_b(t, x) \cdot v(t, x) \cdot (1 - \cos(2\pi x))\} \\ & + \mu_e \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left\{ l_b(t, x) \cdot \frac{\partial v(t, x)}{\partial x} \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

이 되고, 무차원 모델 파라메타는 $\mu_e = \frac{\mu}{L \cdot v_0}, a_e = \frac{a_0}{v_0}$ 로 주어진다.

식(4)에 주어진 경계조건은 무차원에서 다음과 같이 표현된다.

$$v(t, x=0) = 1, \quad l_b(t, x=0) = 1, \quad v(t, x=1) = D_R \quad (9)$$

3. 시뮬레이션

본 연구에서는 지배방정식 (비선형 편미분방정식계, 식(7)과(8))을 바탕으로 수치해석 프로그램을 개발하고, Table 1에 주어진 바와 같은 조건에서 집속체 유동을 시뮬레이션 하였다.

Table 1. Simulation conditions

grid size of dimensionless time	1×10^4
grid size of dimensionless distance	2×10^{-2}
model parameter μ_e	850, 3,000
model parameter a_e	200
draft ratio	30

3.1 드래프트 구간 내 집속체의 굵기

드래프트 구간 내에서의 집속체 굵기 분포를 구하기 위한 초기 조건은 정상상태를 가정한 조건에서 얻어진 굵기 곡선을 대입하고, 모델 파라메타를 $\mu_e = 3,000$, $a_e = 200$ 으로 선택하여 시뮬레이션 하였다. Fig. 1은 유동계 내 위치와 시간에 대한 집속체의 선밀도 거동을 3차원으로 보여준다.

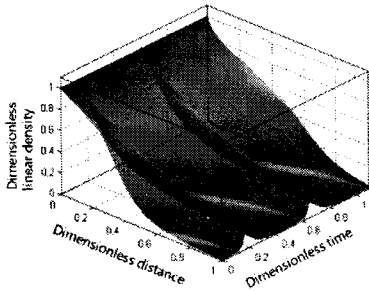


Fig. 1 Bundle thickness in the bundle flow field.

외부로부터의 교란이 전혀 없음에도 불구하고 시간영역에서 선밀도의 주기적 변동이 나타나는 것을 볼 수 있다. 이는 정상상태 해 [2]와는 달리 시간이 오래 경과하였음에도 불구하고 드래프트 출력 슬라이버 굵기가 지속적으로 변동할 수 있다는 사실을 보여 준다.

3.2 드래프트 경계조건의 변화에 대한 출력 변동 특성

3.2.1 입력 집속체의 굵기 영향

집속 유동계의 입력 굵기 변동은 출력의 굵기에 영향을 미친다. 이를 확인하기 위하여 입력 집속체의 굵기에 주파수 성분이 균일하게 분포하는 임의의 변동 신호를 적용하고, 시뮬레이션을 통하여 출력 집속체의 굵기를 구하였다. 출력 집속체 굵기의 주파수 성분을 나타낸 결과는 Fig. 2와 같다.

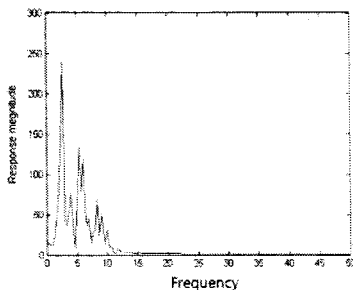


Fig. 2 Spectrum obtained from the output signal for input bundle thickness change

입력 굵기가 임의의 변동을 하는 경우, 출력에는 변동의 정도에 한계가 있음을 알 수 있다. 즉 입력 신호는 넓은 범위의 주파수에 대한 변동성이 포함되어 있으나, 출력 신호의 굵기 변동 주기성분은 일정 주파수 영역의 주기 성분이 나타나고, 특히 변동 성분으로 보아 일정 크기의 기본 주파수 2.4 및 이의 정수배 (4배 주파수 까지)에 이르는 범위에서 여러 주파수 대역의 피크가 강하게 나타나며, 무차원 주파수 22 보다 더 높은 주파수 대역에서는 주기적 변동 성분이 거의 나타나지 않는 것을 볼 수 있다.

3.2.2 드래프트 비의 영향

드래프트 비는 드래프트 조작에서 중요한 공정 변수이다. 특히 드래프트 비를 조절하여 굵기를 제어하는 경우에는 드래프트 비가 출력 집속체의 굵기 변동에 미치는 동적 상태의 영향이 주어져야 한다. 이를 확인하기 위하여 드래프트 비의 임의의 변동에 대하여 출력 집속체의 굵기를 구하고, 이의 변동에 대한 주파수 성분을 구하였다. Fig. 3은 그 결과를 보여 준다.

드래프트 비의 변동에 대한 출력 굵기 신호는 변동 성분으로 보아 일정 크기의 기본 주파수 및 이의 정수배 (4배 주파수 까지)에서 피크가 강하게 나타나는 현상은 입력 굵기 변동에 대한 결과와 유사하며, 입력 굵기 변동에 비하여 조금 더 높은 주파수 영역 (무차원 주파수 27 까지)을 포함하고 있는 것으로 나타났다.

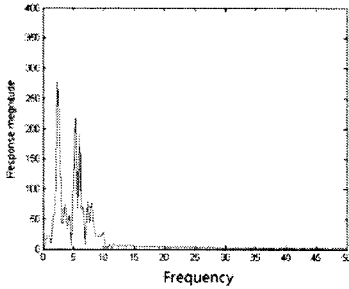


Fig. 3 Spectrum obtained from the output signals for draft ratio change

이러한 결과로 보아 집속 유동계는 기본 주파수 및 이의 4배 주파수에 이르는 영역에서 출력 집속체에 변동을 크게 일으키며, 입력 집속체 굵기 변동에 비하여 드래프트 비의 변동이 출력 굵기에 작용하는 주파수 영역이 넓게 나타나는 것을 확인하였다. 이러한 기본 주파수의 발생 여부는 모델 파라메타 μ_c 와 a_c 에 의하여 결정된다.

4. 결론

본 연구에서는 집속체 유동을 묘사하는 지배 방정식을 바탕으로 시간 영역에서 과도 상태 해를 얻고, 유동계에 대한 경계조건과 입력조건 변화에 대하여 드래프트 출력이 가지는 변동 특성을 찾아내고자 하였다. 그 결과, 모델 파라메타에 따라 집속 유동계의 동특성이 변하는 것을 확인하였다. 또, 입력의 형태에 따라 드래프트 출력의 굵기에 영향을 미치는 주파수 영역이 달라지며, 입력 굵기의 변동에 비하여 드래프트 비의 변동이 출력 굵기에 더 많은 영향을 미친다. 임계 안정성을 갖는 집속 유동계에서는 출력의 굵기 변동이 입력 형태에 상관없이 기본 주파수 및 이의 일정 배수의 주파수 영역에서 나타난다.

5. 참고문헌

1. You Huh and Jong S. Kim, Modeling the Dynamic Behavior of the Fiber Bundle in a Roll-Drafting Process. Textile Research Journal, 74 (10), 872-878 (2004).
2. You Huh and Jong S. Kim, "Dynamic Characteristics of a Steady State Bundle Flow", J. Korean Fiber Soc., 41(6), 387-393 (2004)
3. G.A.R. Foster, J.G. Martindale, The Form and Length of the Drafting Wave in Cotton Rovings. J.T.I., 37, T1. (1946).
4. J.S. Rao, A Mathematical Model to the Ideal Sliver and Its Application to the Theory of Roller Drafting. J.T.I., 52, 571 (1961).
5. H. Balasubramanian, P. Grosberg, Y. Turkes, Studies in Modern Yarn Production. Textile Institute, Manchester, p150 (1968).
6. B. Dutta and P. Grosberg, The Dynamic Response of Drafting Tension to Sinusoidal Variations in Draft Ratio under Conditions of Sliver Elasticity in Short-staple Drafting, J.T.I., 64, 534 (1973).