효율적인 대중교통 노선망의 설계방안

Design of Efficient Transit Network

박 준 식
(서울대학교 박사수료)

고 승 영
(서울대학교 교수)

전 경 수
(서울대학교 교수)

목 차

Ⅰ. 서론

1. 연구의 배경 및 목적

대중교통 운행계획에 관한 연구는 1990년대 초반부터 시작된 것으로 알려져 있다.(Vuchic and Newell, 1968) 이후 1960년대까지는 경영과학(Operations Research) 분야에서 관련 연구가 간간히 이어져오다가 1960년대 후반에 이르러서야 교통 분야에서 본격적으로 대중교통 운행계획에 관한 연구가 이루어지기 시작했다. 초기의 대중교통 운행계획 관련 연구는 설계 부분의 해석적 연구가 주를 이루었는데 1980년대 후반에 들어서면서 해석적 연구는 간헐적으로 이루어지고 수리적 연구가 활발하게 이루어지기 시작했다.

해석적 연구는 이상적인 상황이나 특수한 조건을 가정하여 대중교통 시스템을 수학적으로 모형화하여 관련 변수들의 상호관계를 이론적으로 밝히는 것인데 모형이 간단하면 풀이가 쉽기는 하지만 설명할 수 있는 내용이 적은 반면, 많은 내용을 설명하기 위해 모형을 복잡하게 구성할 경우 풀이가 어렵거나 불가능해지는 한계를 갖는다. 이와 같은 연구의 한계로 해석적 연구는 1980년대 이후로 큰 발전이 없었다고 볼 수 있다. 이에 반해 수리적 연구는 컴퓨터의 계산능력에 많은 부분 의존하기 때문에 관련 변수들의 이론적인 관계를 밝히지는 못하지만 모형식을 정교하게 구축할 수 있으며 주어진 조건 하에서의 해를 정확하게 찾을 수 있다. 그러나 최근에 이루어지고 있는 대중교통 노선설계에 관한 수리적 연구들에서 주어진 조건 하에서 구해진 해가 과연 전역 최적해인지 아니면 국지적 최적해인지에 대한 답을 내리기 어려운 경우를 발견하게 된다. 이에 대한 해답은 해석적 연구에서 제시를 해줘야 되는 부분인데 해석적 연구는 연구의 한계에 부딪혀 발전이 없는 현실이다. 본 연구는 이러한 현실적 문제에 대한 지각에서부터 시작되었다.

지하철과 버스로 구성된 최적의 노선망을 찾는 수리적 연구를 보면, 정해진 개수 또는 연장의 지하철 노선을 우선적으로 결정하고 지하철 노선을 연계하거나 지하철 노선이 서비스하지 못하는 지역을 서비스하는 버스 노선을 결정하는 과정을 거치게 된다. 이 과정에서 지하철 노선의 개수 또는 연장과 버스 노선의 개수 또는 연장이 입력 자료로 주어지거나 내부적인 계산과정을 통해 사전에 정해진 서비스권역의 한계치 또는 건설비와 운영비의 한계치를 만족시키는 노선의 개수 또는 연장이 결정되는 것이 일

반적이다. 이러한 과정을 통해 산출된 노선망이 주어진 조건 하에서는 최적일 수 있으나 전역 최적인지에 대한 답은 쉽게 내리지 못한다. 즉, 지하철만으로 구성된 노선망, 버스로만 구성된 노선망, 또는 지하철과 버스가 혼합된 위계구조의 노선망 등 가능한 노선망의 구조와 형태는 여러 가지가 있을 수 있는데 과연 어떤 것이 최적인지는 쉽게 알 수 없다.

본 연구에서는 이와 같이 대중교통 노선망 구조의 효율성에 대한 의문을 풀고 일반적이고 이론적인 해답을 얻기 위해 해석적 접근방법을 선택하였다. 보다 구체적으로 본 연구는 해석적 접근을 통해 대중교통 노선망이 위계를 갖는 것이 과연 효율적인지, 효율적이라면 과연 어떤 조건 하에서 효율적인지에 대한 이론적 검토를 수행하는 연구로써 수리적 연구의 한계점을 보완하기 위해 필요할 것으로 판단된다.

본 연구는 위계구조를 갖는 대중교통 노선망이 효율적인지, 효율적이라면 과연 어떤 조건 하에서 효율적인지를 밝히는 것이 주목적이다. 이를 위해 대중교통 노선망을 구성하는 총 비용을 모형화하고 구축된 모형을 통해 위계구조를 갖는 대중교통 노선망과 단일 위계로 구성된 노선망의 총 비용을 비교하여 위계구조를 갖는 대중교통 노선망의 효율적 조건을 제시하고자 한다. 추가적으로 본 연구에서 구축한 모형을 적용하여 현실의 대중교통 노선망을 평가하고 보다 효율적인 대중교통 노선망을 구축하기 위한 방안을 제시하고자 한다.

2. 연구의 범위 및 내용

대중교통 운행계획 과정은 설계, 운영, 그리고 평가의 3단계로 구분할 수 있다. 설계 단계는 노선(망)의 구조, 최적 노선간격 또는 정류장 간격, 최적 배차계획/배차간격, 소요 차량수, 그리고 최적 차량크기 등을 결정하는 단계로 접근방법에 따라 해석적 연구와 수리적 연구로 구분된다. 운영 단계는 실제 배차계획을 수립하고 이에 따라 차량과 운전자를 배정하는 단계로 이에 관한 연구는 극히 일부분을 제외하고는 대부분 수리적 연구에 해당한다. 평가 단계는 운행된 결과를 평가하는 단계로 평가지표 및 방법론에 관한 연구에서 일부 해석적인 부분이 적용되기도 하지만 자료 분석에 대한 연구들이 대부분이다.

본 연구는 대중교통 운행계획 과정 중 설계 단계에서 다루어지는 노선 설계에 관한 해석적 연구로 최근 많이 이루어지고 있는 대중교통 노선설계에 관한 수리적 연구와는 차별성을 갖는다. 또한 본 연구는 노선 설계에 관한 내용 중 노선망의 위계구조에 초점을 두고 있다.

본 연구에서는 다음의 사항들을 가정하고 있다.

- 공간은 조밀한 격자형 가로망으로 구성됨
- 공간상의 거리는 L1 Metrics를 따름
- 대중교통 통행수요 분포와 기종점 통행분포는 균일
- 대중교통 노선망은 격자형으로 구성됨

II. 본론

1. 개념 정립

일반적으로 도시 가로망은 도로 교통의 특성에 따라 기능별 위계를 갖는다. 도로의 기능은 크게 이동기능, 접근기능, 공간기능의 3가지로 구분되는데 위계가 높은 도로일수록 접근기능보다 이동기능이 우선시되고 일반적으로 통행속도가 높고 통행거리가 길다.

Fawaz와 Newell(1976)은 격자형 가로망에서 높은 위계를 갖는 도로의 최적 간격을 산출하는 모형을 구축하여 통행수요의 증가에 따라 총 통행비용을 최소화시키는 최적의 위계구조와 각 위계에서의 도로의 최적 간격을 제시하였다. 도로의 간격은 도로망 밀도의 개념으로 생각할 수 있는데, 동일 위계를 갖는 도로의 최적 간격은 도로망의 최적 밀도가 된다. 다시 말하면 도로의 기능이 유지되기 위해서는 기능에 따른 도로망의 적정 밀도를 유지해야 함을 의미한다. 이 연구는 위계구조를 갖는 가로망의 효율성에 대한 이론적인 근거가 되는 의미를 갖는다.

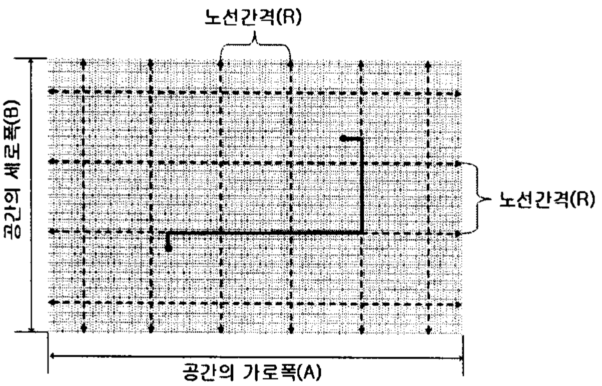
가로망의 기능별 위계에서와 동일하게 대중교통 시스템에서도 이동성과 접근성이 노선의 위계를 구분하는 기준이 되고 각각의 위계에 해당하는 노선망은 그 기능에 따라 적정 밀도

를 갖게 된다. 본 연구에서는 이동성이 높은 반면 접근성이 낮은 노선을 위계가 높은 것으로 정의한다. 동일 위계를 갖는 노선들은 일정한 밀도로 분포되어 노선망을 형성하는데 위계가 다른 노선망들이 계층적으로 구축된 노선망을 위계구조 노선망으로 규정한다.

2. 노선간격과 노선망의 효율성

1) 공간설정

가로폭이 A, 세로폭이 B인 공간을 가정하고 이 공간의 통행수요 q를 서비스하기 위한 대중교통 노선망을 구축하는 경우를 생각해보기로 한다. 통행수요 q는 단위면적당, 단위시간당 승객이고 이는 전체 공간에 균일하게 분포되어 있으며 모든 통행의 기종점 분포 역시 균일한 것으로 가정한다. 공간은 매우 조밀한 격자형 가로망으로 구성되어 있는 것으로 가정하면 이동 경로는 L1 Metrics를 따른다.



<그림 1> 공간에 대한 가정

2) 비용함수

본 연구에서는 대중교통 노선망의 총 비용을 목적함수로 설정하고 총 비용을 구성하는 접근비용, 대기비용, 통행비용, 그리고 운영비용을 각각 모형화한다. 여기서 접근비용, 대기비용, 그리고 통행비용은 이용자비용에 해당하고 운영비용은 운영자비용에 해당한다.

(1) 접근비용

이용자의 대중교통 노선 접근비용은 노선 간격에 의해 결정된다. 이용자들이 공간 내에 균일하게 분포되어 있다고 가정할 경우 전체 이용자의 평균 접근거리는 노선 간격의 $\epsilon/4(0<\epsilon<1)$이므로 단위 시간당 전체 이용자의 총 접근비용은 다음과 같이 모형화된다.

$$C_a = 2qAB\gamma_a\epsilon\frac{R}{4v_a} \tag{1}$$

여기서, C_a= 단위시간당 총 접근비용 (원/h)

q= 단위시간-면적당 통행수요 (인/h-㎢)

A= 공간의 가로폭 (km)

B= 공간의 세로폭 (km)

γ_a= 접근시간에 대한 비용환산계수 (원/h)

ϵ= 접근계수 (노선간격이 동일한 격자형 가로망에서 1회 환승만을 허용할 경우 23/30이 됨[1])

R= 노선 간격 (km)

v_a= 접근 통행속도 (km/h)

대중교통 노선으로의 접근은 노선의 정류장 간격에 의해서도 달라지기는 하지만 정류장 간격은 총 비용을 최소화하는 최적 노선간격을 산출하는 과정에서 변수가 탈락되어 결과에 영향을 미치지 않고, 노선구조 대안별 총 비용에 동일하게 반영되어 있는 부분이기 때문에 위계구조 노선망의 효율성을 판단하는 노선구조에 따른 비용 비교에서도 소거되어 결과에 영향을 미치지 않는다. 따라서 모형의 단순화를 위해 정류장 간격변수는 모형에 반영하지 않는다.

(2) 대기비용

노선의 운행간격이 균등할 경우 정류장에서 대기하는 이용자의 평균 대기시간은 노선 운행간격의 절반에 해당하고 노선의 운행간격이 균등하지 않을 경우 운행간격의 절반보다 커지게 된다. 이에 대한 정확한 표현은 $E(W)=\frac{h}{2}(1+c_{vh}^2)$(여기서, c_{vh}: 운행간격의 분산계수)인데 본 연구에서는 $(1+c_{vh}^2)/2$를 대기시간 계수 k로 간략화하여 모형을 구성한다.

$$C_w = qAB\gamma_w hk \tag{2}$$

1) Holroyd(1965)의 결과를 인용한 Newell(1979)의 논문에서 재인용함

여기서, C_w= 단위 시간당 총 대기비용 (원/h)

q= 단위시간-면적당 통행수요 (인/h-㎢)

A= 공간의 가로폭 (km)

B= 공간의 세로폭 (km)

γ_w= 대기시간에 대한 비용환산계수 (원/h)

h= 평균 배차간격 (h)

k= 대기시간 계수 (차량이 균일하게 도착할 경우 0.5)

(3) 통행비용

대중교통 노선 이용자의 시간가치를 알고 있을 경우 이용자가 대중교통 노선을 이용함에 따라 발생하게 되는 통행비용은 전체 이용자의 평균 통행시간에 비례하므로 전체 이용자의 평균 통행거리를 노선의 평균 통행속도로 나누고 통행시간에 대한 비용환산계수, 즉 이용자의 시간가치를 곱하여 계산할 수 있다.

$$C_t = qAB\gamma_t \frac{d}{V} \tag{3}$$

여기서, C_t= 단위 시간당 총 통행비용 (원/h)

q= 단위시간-면적당 통행수요 (인/h-㎢)

A= 공간의 가로폭 (km)

B= 공간의 세로폭 (km)

γ_t= 통행시간에 대한 비용환산계수 (원/h)

d= 평균 통행거리 (km)

V= 차량의 통행속도 (km/h)

(4) 운영비용

노선의 단위 거리당 운영비용을 알고 있을 경우 노선의 총 운영비용은 노선연장과 배차간격으로 계산할 수 있다.

$$C_o = \gamma_o \frac{2AB}{R}\frac{1}{h} \tag{4}$$

여기서, C_t= 단위 시간당 총 운영비용 (원/h)

γ_o= 단위 거리당 운영비용 (원/km)

A= 공간의 가로폭 (km)

B= 공간의 세로폭 (km)

R= 노선 간격 (km)

h= 평균 배차간격 (h)

(5) 총비용

노선의 총 비용은 접근비용, 대기비용 및 차내 통행비용으로 구성되는 이용자 비용과 운영비용으로 구성된다.

$$\begin{aligned} TC &= (C_a + C_w + C_t) + C_o \\ &= 2qAB\gamma_a\epsilon\frac{R}{4v_a} + qAB\gamma_w kh \\ &\quad + qAB\gamma_t\frac{d}{V}\gamma_o + \frac{2AB}{R}\frac{1}{h} \end{aligned} \tag{5}$$

총비용 TC는 결정변수 R과 h에 대해 미분 가능하면서 미분값을 0으로 만드는 R과 h가 존재하므로 극대 또는 극소값을 갖는다. 또한 총비용 TC를 두 번 미분한 값이 모든 R과 h에 대해서 양수이므로 총비용 TC의 미분함수는 모든 R과 h에 대해 단조 증가하고 총비용 TC는 완전 오목(strictly convex)이 된다. 따라서 총비용 TC의 미분값을 0으로 만드는 R^*과 h^*는 모든 R과 h에 대해서 총비용을 최소로 만드는 전역 최적해가 된다.

3) 노선의 최적 간격과 노선망의 최소비용

(1) 노선의 최적 간격

노선망의 최적간격은 총 비용을 노선 간격 R에 대해서 미분하여 구할 수 있다. 총 비용은 $F(X, Y) = aX + bY + \frac{c}{XY}$의 형태를 취하고 이 함수의 최적치는 $X^* = (\frac{bc}{a^2})^{\frac{1}{3}}$, $Y^* = (\frac{ac}{b^2})^{\frac{1}{3}}$와 같다. 따라서 최적 노선 간격과 배차간격은 $R^* = (\frac{8v_a^2 k\gamma_w\gamma_o}{\epsilon^2\gamma_a^2 q})^{\frac{1}{3}}$, $h^* = (\frac{\epsilon\gamma_a\gamma_o}{v_a k^2\gamma_w^2 q})^{\frac{1}{3}}$와 같이 계산된다. 여기서 최적 노선간격 R^*는 운행수단의 통행속도, 대기시간가치, 그리고 운영비용에 비례하고 접근시간가치와 통행수요에 반비례하는 관계를 갖는다. 따라서 통행수요가 적을 경우 통행속도가 높고 운영비가 큰 수단의 경우 최적 노선간격이 공간의 폭보다 크게 산출될 수 있는데, 이러한 경우는 해당 운행수단을 도입하기 위한 필요조건을 만족하지 못하는 것으로 볼 수 있다.

(2) 노선망의 최소비용

노선망이 앞에서 계산한 최적 노선간격과 배차간격을 가질 경우 노선망의 총 비용은 식(6)과 같이 표현되고 이것이 노선간격과 배차간격

에 대한 최소비용 된다. 식의 오른편 첫 번째 항은 접근비용, 대기비용, 그리고 운영비용의 합으로 비통행비용2)에 해당하고 두 번째 항은 통행비용에 해당한다.

$$
\begin{aligned}
TC_{\min} &= \{C_a + C_w + C_o\}_{\min} + C_t \\
&= 3AB\left(\frac{q^2 \epsilon \gamma_a \gamma_w \gamma_o k}{v_a}\right)^{\frac{1}{3}} + qAB\gamma_t \frac{d}{V}
\end{aligned}
\tag{6}
$$

이후 표현되는 총 비용 TC는 최적 노선간격과 배차간격이 반영된 최소비용 $TC_{\min}$를 나타낸다. 위 식에서 양변을 공간의 면적으로 나누면 단위 면적당 총 비용이 계산되는데, 여기서 $\kappa = 3\left(\frac{\epsilon \gamma_a \gamma_w \gamma_o k}{v_a}\right)^{\frac{1}{3}}$, $r = \gamma_t d$로 두면 다음과 같이 단순화시킬 수 있다.

$$
\begin{aligned}
\frac{TC}{AB} &= 3\left(\frac{q^2 \epsilon \gamma_a \gamma_w \gamma_o k}{v_a}\right)^{\frac{1}{3}} + q\gamma_t \frac{d}{V} \\
&= \kappa q^{\frac{2}{3}} + \frac{r}{V} q
\end{aligned}
\tag{7}
$$

4) 노선망의 효율성

(1) 단일노선으로 구성된 노선망의 비용

하위 노선으로만 구성된 노선망의 총 비용은 앞절에서 도출한 바와 같이 하위 노선의 비통행비용과 하위 노선의 통행비용으로 구성된다.

$$
\frac{TC1}{AB} = \kappa_l q^{\frac{2}{3}} + \frac{r_l}{V_l} q \tag{8}
$$

여기서, κ_l= 하위 노선의 비통행비용 계수

r_l= 단일 노선망에서의 하위 노선의 평균 통행거리

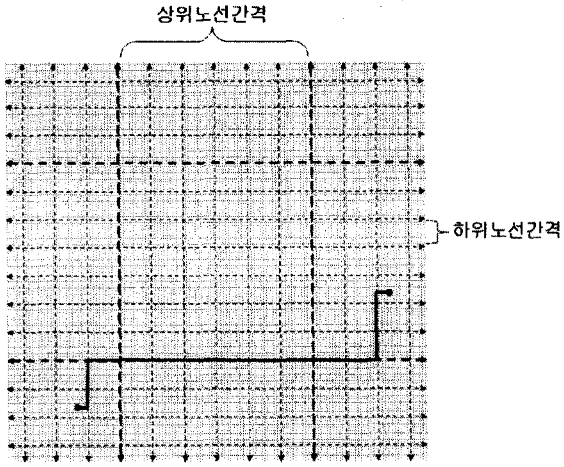
V_l= 하위 노선의 평균 통행속도

(2) 위계를 갖는 노선망의 비용

위계를 갖는 노선망은 <그림 4>와 같이 표현할 수 있다.

① 상위 노선의 비용

위계를 갖는 노선망에서 상위 노선의 비용은 상위 노선을 이용하는 통행의 비통행비용과 통행비용으로 구성된다.



<그림 2> 위계를 갖는 노선망의 구조

$$
\frac{TC2^u}{AB} = \kappa_u q_u^{\frac{2}{3}} + \frac{r_u}{V_u} q_u \tag{9}
$$

여기서, κ_u= 상위 노선의 비통행비용 계수

r_u= 상위 노선의 평균 통행거리

V_u= 상위 노선의 평균 통행속도

② 하위 노선의 비용

상위 노선을 이용하는 모든 통행은 하위 노선을 이용하여 상위 노선에 접근하고 상위 노선을 이용하지 않는 통행은 하위 노선만을 이용하여 통행하는 것을 가정할 경우 모든 통행은 하위 노선을 이용하게 되므로 하위 노선의 비통행비용은 $\kappa_l q^{2/3}$으로 전체 통행량에 대한 함수가 된다. 그러나 상위 노선을 이용하는 통행의 하위 노선 통행비용은 상위 노선의 접근비용에 해당하기 때문에 하위 노선의 통행비용은 하위 노선만을 이용하는 통행의 통행비용만 포함된다. 따라서 하위 노선의 총 비용은 모든 통행에 대한 비통행비용과 하위 노선만을 이용하는 통행의 통행비용을 더하여 다음과 같이 표현된다.

$$
\frac{TC2^l}{AB} = \kappa_l q^{\frac{2}{3}} + \frac{r_l}{V_l} q_l \tag{10}
$$

여기서, κ_l= 하위 노선의 비통행비용 계수

r_l= 하위 노선만을 이용하는 통행의 평균 통행거리

V_l= 하위 노선의 평균 통행속도

2) Kho(1990)는 이를 "non-riding cost"로 정의하였음.

③ 노선망의 총비용

위계를 갖는 노선망의 총 비용은 상위 노선 비용과 하위 노선비용의 합으로 다음과 같이 계산된다.

$$\frac{TC2}{AB}=\left\{\kappa_u q_u^{\frac{2}{3}}+\frac{r_u}{V_u}q_u\right\}+\left\{\kappa_l q^{\frac{2}{3}}+\frac{r_l}{V_l}q_l\right\} \qquad (11)$$

(3) 노선망의 효율성 조건

위계를 갖는 노선망의 단일 위계 노선망보다 효율적인 조건은 다음과 같다.

$$TC1 \geq TC2 \quad \text{또는} \quad \frac{TC1}{AB} \geq \frac{TC2}{AB} \qquad (12)$$

여기에 위의 식을 대입하여 정리하면 다음과 같이 정리된다.

$$\frac{r_u}{V_l}q-\left(\frac{r_u}{V_u}q_u+\frac{r_l}{V_l}q_l\right) \geq \kappa_u q_u^{\frac{2}{3}} \qquad (13)$$

위 부등식의 왼편은 상위 노선을 이용함에 따른 통행비용의 절감을 나타내고 오른편은 상위 노선의 비통행비용을 나타낸다. 따라서 위계를 갖는 노선망이 단일 위계 노선망에 비해 효율적인 조건은 상위 노선을 도입함에 따른 통행비용의 절감이 상위 노선의 비통행비용보다 클 경우에 해당한다. 상위 노선의 비통행비용은 상위 노선으로의 추가적인 접근비용, 상위 노선을 이용하기 위해 추가적으로 대기하는 대기비용, 그리고 상위 노선을 운영하는 운영비용으로 구성된다.

3. 위계구조 노선망의 효율성 조건

2절에서 도출한 조건식에 의하면 위계구조 노선망이 효율성을 갖게 될 경우는 상위 노선을 이용함에 따른 통행비용의 절감이 상위 노선을 도입하기 위해 추가적으로 필요한 비통행비용보다 클 경우이다. 여기서 상위 노선을 이용하게 되는 통행수요와 하위 노선만을 이용하여 통행하게 되는 통행수요가 어떻게 분할되는지에 따라 위계구조 노선망의 효율성 조건은 달라지게 된다. 본 절에서는 상위 노선과 하위 노선을 이용하는 통행수요를 가정하고 이에 따른 위계구조 노선망의 효율성 조건을 도출하고자 한다.

상위 노선으로 구분된 단위 공간 내부와 외부의 통행을 구분하여 단위 공간 내부의 통행은 하위 노선만 이용하고 외부로의 통행은 상위 노선을 이용하는 상황을 가정한다. 물론 단위 공간 내부의 통행도 상위 노선을 이용하여 통행하는 것이 통행시간을 절감시킬 수 있는 경우가 있을 것이고, 반대로 단위 공간 외부로의 통행 중에서도 하위 노선만을 이용하여 통행하는 것이 통행시간을 절감시킬 수 있는 경우가 있을 것이다. 그러나 특별한 조건 하에서 이 두 경우에 해당하는 통행의 수가 일치할 수가 있고 노선의 간격에 비해 전체 공간이 매우 크게 되면 이러한 수요가정은 현실의 상황과 크게 다르지 않다고 판단된다.

(1) 단일 위계 노선망의 비용

노선망에 위계가 없이 단일 수단에 의한 노선망으로 운영할 경우 노선망의 총 비용은 앞서의 수요조건에서와 동일하다.

$$TC1=3AB\left(\frac{q^2\epsilon\gamma_a^l\gamma_w\gamma_o^l k}{v_w}\right)^{\frac{1}{3}}+qAB\gamma_t\frac{(A+B)}{3V_l} \qquad (14)$$

$$\frac{TC1}{AB}=3\left(\frac{q^2\epsilon\gamma_a^l\gamma_w\gamma_o^l k}{v_w}\right)^{\frac{1}{3}}+q\gamma_t\frac{(A+B)}{3V_l} \qquad (15)$$

(2) 위계를 갖는 노선망의 비용

상위 노선을 이용하는 통행수요를 앞에서 언급한 바와 같이 상위 노선으로 구분된 단위 공간 밖의 통행으로 한정지을 경우 상위 노선을 이용하는 통행수요는 $q_u=(1-\frac{R^2}{4AB})q$이고 하위 노선만을 이용하는 통행수요는 $q_u=\frac{R^2}{4AB}q$ 이다.

① 상위 노선의 비용

상위 노선의 총 비용은 앞에서와 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} TC^u &= \left\{C_a^u+C_w^u+C_o^u\right\}+C_t^u \\ &= 3AB\left(\frac{q_u^2\epsilon\gamma_a^u\gamma_w\gamma_o^u k}{v_a}\right)^{\frac{1}{3}}+q_uAB\gamma_t\frac{(A+B)}{3V_u} \end{aligned} \qquad (16)$$

② 하위 노선의 비용

하위 노선의 간격을 R_l, 배차간격을 h_l이라 하면 하위 노선의 비용은 다음과 같이 표현될 수 있다.

하위 노선의 비용은 다음과 같다.

- 접근비용 $C_a^l = 2qAB\gamma_a^l \epsilon \frac{R_l}{4v_w}$
- 대기비용 $C_w^l = qAB\gamma_w h_l k$
- 통행비용 $C_t^l = 2q_u AB\gamma_t \epsilon \frac{R}{4V_l} + q_l AB\gamma_t \frac{R}{3V_l}$
- 운영비용 $C_o^l = \gamma_o^l \frac{2AB}{R_l} \frac{1}{h^l}$

하위 노선의 총 비용을 노선의 간격 R_l과 배차간격 h_l에 대해서 미분하여 총 비용을 최소로 만드는 최적 노선간격과 배차간격을 구하면 다음과 같이 된다.

하위 노선의 최적 노선간격 $R_l^* = \left(\frac{8v_w^2 k\gamma_w \gamma_o^l}{(\epsilon\gamma_a^l)^2 q}\right)^{\frac{1}{3}}$

하위 노선의 최적 배차간격 $h_l^* = \left(\frac{\epsilon\gamma_a^l \gamma_o^l}{v_w k^2 \gamma_w^2 q}\right)^{\frac{1}{3}}$

이 때 하위 노선의 접근비용, 대기비용 그리고 운영비용은 모두 동일한 값을 갖게 되어 하위 노선의 총 비용은 다음과 같이 된다. 여기서 하위 노선의 통행비용 중 상위 노선을 이용하는 수요의 하위 노선 통행비용은 상위 노선의 접근비용에 해당하기 때문에 제외되어 하위 노선만을 이용하는 통행의 통행비용만 남게 된다.

$$\begin{aligned} TC^l &= C_a^l + C_w^l + C_o^l \\ &= 3AB\left(\frac{q^2\epsilon\gamma_a^l\gamma_w\gamma_o^l k}{v_w}\right)^{\frac{1}{3}} + q_l AB\gamma_t \frac{R}{3V_l} \end{aligned} \tag{17}$$

③ 노선망의 총 비용

상위 노선과 하위 노선의 총 비용은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} TC2 = {} & 3AB\left(\frac{q_u^2\epsilon\gamma_a^u\gamma_w\gamma_o^u k}{v_a}\right)^{\frac{1}{3}} + q_u AB\gamma_t \frac{(A+B)}{3V_u} \\ & + 3AB\left(\frac{q^2\epsilon\gamma_a^l\gamma_w\gamma_o^l k}{v_w}\right)^{\frac{1}{3}} + q_l AB\gamma_t \frac{R}{3V_l} \end{aligned} \tag{18}$$

노선망의 총 비용을 공간의 면적으로 나누면 단위 면적당 비용이 계산된다.

$$\begin{aligned} \frac{TC2}{AB} = {} & 3\left(\frac{q_u^2\epsilon\gamma_a^u\gamma_w\gamma_o^u k}{v_a}\right)^{\frac{1}{3}} + q_u\gamma_t \frac{(A+B)}{3V_u} \\ & + 3\left(\frac{q^2\epsilon\gamma_a^l\gamma_w\gamma_o^l k}{v_w}\right)^{\frac{1}{3}} + q_l\gamma_t \frac{R}{3V_l} \end{aligned} \tag{19}$$

(3) 노선망의 효율성

위계를 갖는 노선망과 단일 위계 노선망의 총 비용을 비교하여 위계를 갖는 노선망의 비용이 단일 위계 노선망의 비용보다 작을 경우 노선망에 위계를 두는 것이 보다 효율적이 된다.

상위 노선으로 구분된 단위 공간 내부와 외부로 구분한 수요 가정 하에서 위계를 갖는 노선망이 단일 위계 노선망보다 효율적인 조건을 통행수요에 대해서 정리하게 되면 다음과 같이 정리된다.

$$q \geq \frac{\kappa_u^3 \alpha^2}{\left(\frac{r_u}{V_l} - \alpha\frac{r_u}{V_u} - \beta\frac{r_l}{V_l}\right)^3} \tag{20}$$

여기서, $\kappa_u = 3\left(\frac{\epsilon\gamma_a^u\gamma_w\gamma_o^u k}{v_a}\right)^{\frac{1}{3}}$

$$r_u = \gamma_t \frac{(A+B)}{3}, \quad r_l = \gamma_t \frac{R}{3}$$

$$\alpha = 1 - \frac{R^2}{4AB}, \quad \beta = \frac{R^2}{4AB} \quad (\alpha + \beta = 1)$$

상위 노선으로 구분된 단위 공간 내부의 통행은 하위 노선만을 이용하여 통행하고, 단위 공간 외부로의 통행은 상위 노선을 이용한다는 수요 가정에서 위계를 갖는 노선망이 단위 위계 노선망보다 효율적일 수요 조건은 앞서의 결과와 유사하게 상위 노선의 비통행비용과 상위 노선을 이용함에 따른 통행비용 절감에 의해 결정된다. 즉, 상위 노선을 도입하여 노선망에 위계를 두는 것이 효율적인 경우는 상위 노선을 도입함에 따른 통행비용의 절감이 상위 노선을 도입함에 따라 증가하게 되는 비통행비용 즉, 추가 접근비용, 대기비용, 운영비용의 합보다 커지는 경우이다. 그러나 앞서의 결과와 상이한 것은 상위 노선을 이용하는 수요와 하위 노선을 이용하는 수요의 비율값 α와 β가 각 비용에 가중치로 작용하는 것이다.

위의 조건식에서는 노선망의 간격 R이 반영되어 있다. 이는 통행수요를 상위 노선으로 구분된 단위 공간 내부와 외부로 구분하였기 때문이다. 노선망의 간격이 줄어들게 되면 상위 노선을 이용하여 통행하는 수요가 노선망 간격의 제곱에 비례하여 증가하여 조건식의 통행수요가 감소하게 되는데 이는 노선망 간격이 줄어들어 상위 노선망이 연계체계를 형성하게 되면 통행비용 감소폭이 증가하여 보다 적은 통행수요만으로도 위계를 갖는 노선망의 효율성이 보장됨을 의미하게 된다.

위에서 도출한 수요조건은 상위 노선의 비통행비용, 상위 노선과 하위 노선을 이용하는 통행자의 평균 통행거리, 노선을 운행하는 수단의 평균 통행속도, 그리고 상위 노선과 하위 노선을 이용하는 수요의 비율에 의해 결정된다. 즉, 상위 노선의 비통행비용이 증가함에 따라 더 많은 통행수요가 필요하고 상위 노선을 이용함에 따른 통행비용 절감이 클수록 적은 통행수요가 요구된다. 또한 상위 노선을 이용함에 따른 통행비용의 절감은 상위 노선을 이용하는 통행수요가 많을수록 커진다. 여기서 평균 통행거리와 통행수요에 대한 비율 값은 공간의 규모와 노선간격의 함수로 제시하였으나 이는 상황에 대한 가정에 따라 가변적이다. 따라서 이 변수 값들을 변화시켜 민감도 분석을 수행할 수 있다.

4. 수요조건 변화에 대한 해석

두 번 이하의 환승제약 하에서 위계구조 노선망에서 이용자들의 통행경로는 다음과 같이 구분할 수 있다.

· 하위 노선
· <u>상위 노선</u>
· 하위 노선→<u>상위 노선</u>
· <u>상위 노선</u>→하위 노선
· 하위 노선→<u>상위 노선</u>→하위 노선

위의 다섯 가지 통행경로 중 첫 번째를 제외한 나머지 4가지 통행경로는 모두 상위 노선을 이용하는 통행수요가 된다. 그리고 상위 노선을 이용하는 4가지 통행경로 중 두 번째 통행경로인 상위 노선만을 이용하여 통행하는 경우를 제외한 나머지 3가지 통행경로는 하위 노선을 통해 상위 노선으로 접근하기 때문에 상위 노선과 하위 노선을 모두 이용하게 된다.

상위 노선의 간격이 매우 클 경우에는 상위 노선을 이용하는 통행수요 중 다섯 번째의 통행경로에 해당하는 수요가 가장 많을 것이고, 상위 노선의 간격이 매우 작을 경우에는 두 번째 통행경로에 해당하는 수요가 가장 많을 것이다. 따라서 상위 노선의 간격이 하위 노선의 간격보다 상대적으로 매우 클 경우에는 위의 다섯 가지 통행경로는 다음과 같이 두 가지 통행경로로 요약되고, 이는 앞에서 분석한 일부의 통행이 상위 노선을 이용하는 경우에서 가정한 수요조건이 된다.

· 하위 노선
· 하위 노선→<u>상위 노선</u>→하위 노선

다섯 가지 통행경로와 두 가지 통행경로를 비교해보면 두 가지 통행경로인 조건에서 하위 노선을 이용하는 통행수요가 일정 정도 더 많은 것을 알 수 있다. 즉, 3절에서 분석한 일부의 통행이 상위 노선을 이용하는 경우를 보다 현실적인 조건과 비교하면, 상위 노선을 이용하는 통행수요는 동일한 반면 하위 노선의 통행수요는 다소 적게 나타나고 그에 따라 하위 노선의 최적 노선간격과 배차간격이 다소 커지게 되며 하위 노선을 이용하는 통행비용과 운영비용이 다소 작아지게 된다. 결국 보다 현실적인 조건에서는 3절에서 도출한 수요조건보다 다소 적은 통행수요에서 위계구조 노선망의 효율성이 나타날 수 있음을 알 수 있다.

III. 결론

본 연구에서는 통행수요의 분포와 기종점 통행분포가 균일한 일정한 공간을 서비스하는 대중교통 노선망의 총 비용을 모형화하고, 모형식을 풀이하여 최적 노선간격과 배차간격을 산출하였다. 산출된 최적 노선간격과 배차간격을 총 비용에 반영하여 총 비용을 통행비용과 비통행비용으로 재구성하고 재구성된 총 비용 모형식을 통해 위계를 갖는 노선망과 단일 위계로 구성된 노선망의 비용을 비교하여 위계를 갖는 노선망이 효율적인 조건을 도출하였다.

모형식을 통해 도출된 위계구조 노선망의 효

율성 조건은 상위 노선이 도입됨에 따라 절감되는 통행비용 절감이 상위 노선이 도입됨에 따라 추가적으로 발생하는 접근비용, 대기비용, 그리고 운영비용의 합인 비통행비용의 증가보다 클 경우인 것으로 해석된다.

일반적인 경제성 분석에서 차량 운행비용 절감, 통행시간 절감, 교통사고 감소, 그리고 환경비용 절감을 편익으로 산정하고, 공사비와 운영 및 유지관리비를 비용으로 산정한다. 본 연구에서는 대중교통 통행수요가 통행비용에 비탄력적임을 가정하였기 때문에 차량 운행비용 절감 편익은 없으며 차량 운행비용 절감에 부수적으로 발생하는 교통사고 감소와 환경비용 절감편익도 발생하지 않기 때문에 경제성 분석에서 고려하는 편익과 본 연구의 모형식에서 제시된 편익은 동일해진다. 비용의 경우 경제성 분석에서는 이용자들의 추가적인 접근비용과 대기비용을 고려하지 않기 때문에 본 연구의 모형식에서 제시된 비용이 경제성 분석에서 고려되는 비용에 비해 이용자의 불편을 비용항목에 추가적으로 반영하고 있는 것으로 볼 수 있다.

상위 노선으로 구분된 단위 공간 내부의 통행은 하위 노선만을 이용하여 통행하고 단위 공간 외부의 통행은 하위 노선과 상위 노선을 모두 이용하여 통행하는 것으로 수요조건을 가정하였을 경우에는 상위 노선을 이용하는 통행수요가 노선간격 감소에 제곱하여 증가하게 되는데 이는 상위 노선의 간격이 줄어들어 상위 노선망이 연계체계를 이룰수록 적은양의 수요 증가로도 상위 노선망의 효율성이 보장됨을 의미한다. 이는 대중교통 노선망에 있어서 규모의 경제를 의미하는 것으로, 대도시의 대중교통 노선망이 확장되어 효율적인 연계체계가 구축될수록 대중교통 통행수요가 급격하게 증가하는 현상과 일맥상통하는 결과로 해석된다.

본 연구에서 도출한 위계구조를 갖는 노선망이 효율적인 수요조건은 상위 노선과 하위 노선의 통행수요의 비율에 따라 달라지게 된다. 현실적인 통행수요의 비율은 통행배정을 통한 보다 정확한 계산이 이루어져야 알 수 있다. 그러나 통행경로를 구분하여 상위 노선과 하위 노선을 이용하는 통행수요를 고려해본 결과, 수요조건을 상위 노선으로 구분된 단위 공간 내부와 외부로 구분하여 분석한 결과는 상위 노선의 간격이 하위 노선의 간격보다 상대적으로 매우 클 경우에 해당하게 된다. 따라서 보다 현실적인 조건에서는 2장 3절에서 도출한 수요조건보다 다소 적은 통행수요에서 위계구조 노선망의 효율성이 나타날 수 있음을 알 수 있다.

본 연구는 대중교통 노선망의 총 비용을 수학적으로 모형화하고 이를 해석적으로 풀이한 것으로 대중교통 노선설계에 관한 수리적 연구의 기반이 될 것으로 판단되고, 오랫동안 발전이 없었던 대중교통 노선설계에 관한 해석적 연구를 한걸음 진척시킨 것에서 큰 의의를 둘 수 있다. 또한 본 연구에서 제시한 모형식과 결과를 확장하여 추가적으로 의미 있는 결과를 발견할 수 있을 것으로 판단된다.

본 연구는 많은 가정과 조건에 기반하였기 때문에 이들 가정과 조건을 완화하여 보다 일반적인 현실과 상태를 해석할 수 있는 모형식의 구축이 필요하다. 그러나 이는 모형이 간단할수록 풀이는 쉬우나 설명할 수 있는 내용이 줄어들고, 반대로 보다 많은 내용을 설명하기 위해서 모형을 복잡하게 구성할 경우 풀이가 어렵거나 불가능해지는 저울의 양팔과 같은 문제이기 때문에 시각과 사고의 전환이 필요할 수도 있을 것이다.

본 연구에서 제시하고 있는 결론이 다소 이상적이거나 이론적으로 보일 수도 있다. 그러나 Newell(1971)이 지적한 바와 같이 해석적 연구와 수리적 연구는 서로 보완되어야 하고 해석적 연구는 수리적 연구를 통해 정확하게 풀어야 하는 문제가 무엇인지를 밝혀주는 역할을 해야 한다. 따라서 향후 본 연구를 통해 제시된 이상적이고 이론적인 결론들이 보다 정확한 수리적 연구들을 통해 발전될 것을 기대해본다.

참고문헌

1. Byrne, B.F.(1975) "Public Transportation Line Positions and Headways for Minimum User and System Cost in a Radial Case", Transportation Research, 9, 97-102.
2. Byrne, B.F.(1976) "Cost Minimizing Position, Lengths and Headways for Parallel Public Transit Lines Having Different Speeds", Transportation Research, 10, 209-214.

3. Byrne, B.F., Vuchic, V.R.(1972) "Public Transportation Line Positions and Headways for Minimum Cost", Proceedings of the Fifth International Symposium on Traffic Flow and Transportation, American Elsevier, New York, 347-360.
4. Chang, S.K., Schonfeld, P.M.(1991) "Multiple Period Optimization of Bus Transit Systems", Transportation Research, 25B, 453-478.
5. Clarens, G.C., Hurdle, V.F.(1975) "An Operating Strategy for a Commuter Bus System", Transportation Science, 9, 1-20.
6. Fawaz, M.Y., Newell, G.F.(1976) "Optimal Spacings for a Rectangular Grid Transportation Network Ⅰ, Ⅱ", Transportation Research, 10, 111-129.
7. Ghoneim, N.S.A., Wirashnghe, S.C.(1986) "Optimum Zone Structure During Peak Periods for Existing Urban Rail Lines", Transportation Research, 20B, 7-18.
8. Holroyd, E.M.(1965) "The Optimal Bus Service: A Theoretical Model for a Large Uniform Urban Area", Proceedings of the Third International Symposium on the Theory of Traffic Flow, New York.
9. Hurdle, V.F.(1973) "Minimum Cost Location for Parallel Public Transit Lines", Transportation Science, 7, 340-350.
10. Kho, S.Y.(1990) "Design of Bus Routes for a Many-to-Few Travel Demand", Proceedings of the Eleventh International Symposium on Transportation and Traffic Theory held in Yokohama, Japan, July 18-20, 343-362.
11. Kho, S.Y.(2000) "Zigzagging of Bus Routes-An Analytical Approach", Transportation Research Record, 1731, 10-14.
12. Kikuchi, S.(1985) "Relationship Between the Number of Stops and Headway for a Fixed-Route Transit System", Transportation Research, 19A, 65-71.
13. Kikuchi, S., Vuchic, V.R.(1982) "Transit Vehicle Stopping Regimes and Spacings", Transportation Science, 16, 311-331.
14. Kocur, G., Hendrickson, C.(1982) "Design of Local Bus Service with Demand Equilibration", Transportation Science, 16, 149-170.
15. Newell, G.F.(1971) "Dispatching Policies for a Transportation Route", Transportation Science, 5, 91-105.
16. Newell, G.F.(1974) "Control of Pairing of Vehicles on a Public Transportation Route, Two Vehicles, One Control Point", Transportation Science, 8, 248-246.
17. Newell, G.F.(1979) "Some Issues Relating to the Optimal Design of Bus Routes", Transportation Science, 13, 20-35.
18. Newell, G.F.(1980) Traffic Flow on Transportation Networks, MIT Press Series in Transportation Studies.
19. Osuna, E.E., Newell, G.F.(1972) "Control Strategies for an Idealized Public Transportation System", Transportation Science, 6, 52-72.
20. Vuchic, V.R.(2005) Urban Transit: Operations, Planning, and Economics, John Wiley & Sons, Inc.
21. Vuchic, V.R., Newell, G.F.(1968) "Rapid Transit Inter-Station Spacing for Minimum Travel Time", Transportation Science, 2, 303-399.
22. Wirasinghe, S.C.(1980) "Nearly Optimal Parameters for a Rail/Feeder-Bus System on a Rectangular Grid", Transportation Research, 14A, 33-40.
23. Wirasinghe, S.C., Ghoneim, N.S.(1981) "Spacing of Bus-Stops for Many to Many Travel Demand", Transportation Science, 15, 210-221.
24. Wirasinghe, S.C., Hurdle, V.F., Newell, G.F.(1977) "Optimal Parameters for a Coordinated Rail and Bus Transit System", Transportation Science, 11, 359-374.