

CKLS 확률구조방정식을 활용한 탄소배출권 가격의 동태성 분석

이유아, 허은녕
서울대학교

Estimation of CO2 Price Dynamics Using CKLS Stochastic Model

Lee You Ah, Heo Eunn Yeong
Seoul national University

1. 서론

2002년 영국에서 기후변동프로그램의 일환으로 자주적인 온실가스배출권거래제도 (Emission Trading Schemes, ERS)를 실시한 이후 온실가스 배출권 거래시장은 국내시장 지역시장, 민간기업 내 시장 등 다양한 형태로 발전되어 왔다. 2005년 교토의정서의 발효와 함께 청정개발체제, 배출권거래제 등 시장원리에 입각한 새로운 온실 가스 감축 수단이 체계화 됨에 따라 배출권 거래시장은 규모와 그 성장속도가 점차 가속화 되고 있다. 2005년 10 백만\$의 규모의 탄소시장은 2006년말 30백만\$의 거래 규모로 확대 되었다. 탄소거래가 활발해 짐에 따라 탄소가격은 기업의사결정에 하나의 주요한 요소가 되었으며 탄소가격의 변동성을 규명하는 것은 미래 기대가치에 대한 불확실성요소를 제거하는 역할을 한다. 또한 탄소배출권 가격의 변동성은 선물, 옵션 등 각종 파생상품의 가치를 도출하는데 기본 자료로 사용될 수 있다.

본 연구에서는 탄소배출권가격의 동태적 특성을 가장 잘 나타내는 확률과정모형을 선정하기 위하여 기존에 널리 적용되어 왔던 여러 확률과정들을 추정한 후 그 설명력을 비교할 것이다. 탄소배출권가격의 변동성을 모형화 하는데 확률과정 모형이 유용한 이유는 여러 가지들 들 수 있겠으나, 다음 두 가지로 대표할 수 있다. 첫째로, 확률과정은 단순한 확률미분방정식을 통해 복잡하고도 다양한 동태적 과정을 모형화 할 수 있게 한다는 점이다. 확산함수의 설정을 통해 가격변동성(volatility)을 가격수준에 의존할 수 있게 함으로써 복잡한 조건부 이분산성(conditional heteroskedasticity)을 단순하게 모형화 할 수 있는 동시에, 추세함수를 적절히 선택함으로써 국지적 평균회귀(mean reversion)성향 및 임의보행(random walk)성향 등을 포괄적으로 고려할 수 있다. 둘째로 확률과정모형은 확률미분방정식의 형태로 주어지기 때문에 확률미적분 기법을 이용한 다양한 분석이 가능하다. 이미 금융분야에서 확률과정모형을 분석하는 도구들은 이미 폭넓게 알려져 있으므로, 탄소사격에 적절한 확률과정모형을 선정하였을 경우 파생상품에 관한 많은 제반 이론들의 적용이 가능해 진다.

기존의 확률과정모형을 활용하여 실증분석에 활용한 경우는 대부분 금융자산이고, 일반상품에 적용한 경우는 소수에 불과하다. 확률과정 모형을 활용한 대표적인 연구로는 Chan, Karolyi, Longstaff and Sanders(1992, 이하 CKLS)를 들 수 있다. CKLS는 단일요인, 연속시간 확률과정 모형을 이용하여 이자율 변동성이 이자율 수준에 매우 민감하게 반응하고 있음을 규명하였고, 이를 이용하여 옵션가치를 산정하였다. 일반상품의 경우에는 Nowman and Wang(2001)이 구리, 금, 니켈, 은, 주식 등의 상품가격으로 CKLS와 동일하게 다양한 확률과정을 추정하였다. 또한 Pindyck(1999), Dias and Rocha(1998)에서는 원유가격을 대상으로 평균회귀 형태의 확률과정 모형을 도입한 바 있다. 하지만 본 연구의 실증분석 대상인 탄소가격의 확률과정 모형에 대한 연구는 아직 미흡한 실정이다.

본 연구에서는 CKLS(1992)의 접근방식을 활용하여 기존에 적용되고 있는 확률과정들을 하나의 틀 속에서 추정하고 비교함으로써 탄소배출권 가격의 확률과정변화의 동태성을 설명하

고자 한다. 본 연구의 실증분석 결과는 향후 탄소배출권 가격의 움직임을 고려해야 하는 다양한 형태의 이론적·실무적 연구의 기초 자료로서 활용될 수 있다. 특히 탄소배출권가격의 불확실성에 의해 사업의 타당성이 결정되는 이산화탄소 저감 사업의 경제성 평가에 유용하게 활용될 수 있다. 또한, 최근 추진되고 있는 국내 배출권시장 도입에 관한 정책적 고찰에 정량적인 분석을 가능하게 할 것이다.

본고의 구성은 다음과 같다. 제 2장에서는 분석모형에서는 CKLS모형과 이에 적절한 제약을 부과하여 도출할 수 있는 8개의 확률과정모형에 대해서 기술한다 또한 GMM을 활용한 확률과정 추정절차에 대해서도 살펴본다. 3장에서는 실증분석에 사용된 자료와 확률과정 모형들의 추정결과를 제시한다. 4장에서는 실증분석 결과를 토대로 시사점을 제시한다.

2. 연구 방법론

2-1. 연속시간 확률과정 모형

본 연구에서는 원유가격의 동태적 특성을 추정하기 위해 다양한 확률과정 모형들을 적용하고 이들 모형에 근거한 실증분석 결과의 차이를 제시한다. 확률과정모형(stochastic process)이란 일반적으로 조건부 평균(conditional mean) 및 조건부 분산(conditional variance)의 변화율을 나타내는 두 함수에 의해 특정되는 확률미분방정식이며 마르코프 특성(markov property)를 가진 연속적 확률과정으로 주어진다. CKLS(1992)는 앞선 연구들에서 가정되었던 여러 확률과정들이 식(1)의 틀 안에서 포괄될 수 있음을 보여 주었다.

$$dX_t = (\alpha + \beta X_t)dt + \sigma X_t^\gamma dW_t \quad (1)$$

CKLS의 확률과정 모형을 이용할 경우 하나의 일반화된 식에서 모수인 $\alpha, \beta, \sigma, \gamma$ 에 적절한 제약을 부과하여 아래와 같이 다양한 형태로 탄소가격의 확률과정을 표현할 수 있다

<표 1> 추정에 적용한 확률과정

모형	확률과정식	모형	확률과정식
(1) Merton	$dX_t = \sigma X_t + \alpha dW_t$	(5) GBM	$dX_t = \alpha X_t dt + \alpha X_t dW_t$
(2) Vasicek	$dX_t = (\alpha + \beta X_t)dt + \sigma dW_t$	(6) Bren-Sch	$dX_t = (\alpha + \beta X_t)dt + \sigma X_t dW_t$
(3) CIR SR	$dX_t = (\alpha + \beta X_t)dt + \alpha X_t^{1/2} dW_t$	(7) CIR-VR	$dX_t = \sigma X_t^{3/2} dW_t$
(4) Dothan	$dX_t = \sigma X_t dW_t$	(8) CEV	$dX_t = \beta X_t dt + \sigma X_t^\gamma dW_t$

모형(1)은 Merton(1973)에서 무위험 채권의 확률과정을 규명하기 위해 적용한 모형으로 추세를 포함한 Brownian motion을 나타낸다. 모형(2)는 Vasicek(1977)에 의해 사용된 Ornstein-Uhlenbeck 확률과정의 발전된 형태로 가격 변화의 조건부 변동성이 일정한 상수라고 가정한다. 모형(3)은 기간구조의 단일요소일반균형 모형에 사용되었으며 Cox, Ingersoll, and Ross(1985)에 의해 제안되었다. 위의 모형은 Vasicek모형에서 기초자산 X_t 가 음의 값을 취할 가능성이 있는 단점을 개선하였다. 모형(4)는 Dothan(1978)에 의해 제안된 확률과정으로 할인채권의 가격산정에 사용되었으며, Brennan and Schwartz(1977)에 의해서도 적용되었다. 모형(5)는 Black-Scholes(1983)에 의해 제안된 기하브라우니안 모형이다. Black-Sholes 방

정식을 통하여 간편하게 옵션가치를 계산할 수 있는 이점으로 많은 금융자산 및 실물옵션 적용에 있어 기초자산의 확률과정으로 가정되고 있다. 모형(6)은 Brennan-Schwartz(1980)에서 선형추세와 분산탄력성 2의 확산함수를 모형화 한 것이다. 모형(7)은 CIR(1980)에서 가변 증권 가격을 모형화 하기 위하여 도입하였다. 모형(8)은 Cox(1975)에 의해 제안된 고정분산탄력성 모형이다. CEV모형에서는 분산탄력성을 모수 γ 로 두고 추정한다.2)본 연구에서는 위의 8가지 확률과정모형과 CKLS 확률과정 모형을 추정하여 탄소가격의 동태적 특성을 분석 하였다

2-2. 연속시간 확률과정 모형의 추정

본 연구에서는 Hansen(1982)에 의해 제안된 GMM을 사용하여 확률과정을 추정한다. 전 이함수가 닫힌꼴로 주어지지 않는 일반적 형태의 확률과정모형에서는 연속적 모형을 단속적인 형태로 변형하여 추정하여야 한다. 석유가격의 연속모형을 이산시간모형으로 바꾸면 다음과 같이 표현 할 수 있으며 이러한 이산시간모형은 연속시간모형에서와 같이 가격변화의 분산이 가격수준에 따라 직접적으로 결정되는 장점이 있다.

$$X_{t+1} - X_t = \alpha + \beta X_t + \epsilon_{t+1} \quad (2)$$

$$E[\epsilon_{t+1}] = 0, E[\epsilon_{t+1}^2] = \sigma^2 X_t^{2\gamma} \quad (3)$$

GMM을 사용하여 모수를 추정하는 방법은 다음과 같다. 먼저, θ 를 $\alpha, \beta, \sigma, \gamma$ 를 포함하는 벡터라고 정의하면, 식(3)의 ϵ_t 의 1,2차 적률조건과 도구변수인 X_t 와의 직교성 조건 $E(X_t \epsilon_t) = 0, E(X_t (\epsilon_t^2 - \sigma^2 X_t^{2\gamma})) = 0$ 을 이용하여 $F_t(\theta)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$E(f_t) = \begin{bmatrix} \epsilon_{t+1} \\ \epsilon_{t+1} X_t \\ \epsilon_{t+1}^2 - \sigma^2 X_t^{2\gamma} \\ (\epsilon_{t+1}^2 - \sigma^2 X_t^{2\gamma}) X_t \end{bmatrix} = 0 \quad (4)$$

GMM 추정절차는 먼저, 식 $E[f_t(\theta)] = 0$ 을 표본자료에 상응하는 다음과 같은 $g_T(\theta)$ 로 T 개의 표본자료를 활용하여 대체하는 과정을 거친 후 2차식 형태를 최소화하는 추정치를 다음과 같이 선택할 수 있다.

$$J_T(\theta) = g_T'(\theta) W_T(\theta) g_T(\theta) \quad (5)$$

여기서 $W_T(\theta)$ 는 양정부호(positive-definite)의 대칭적인 가중치 행렬(weighting matrix)이다. 행렬미분을 통해 θ 에 대해 $J_T(\theta)$ 의 최소화 조건을 이용하여 다음과 직교조건을 만족하는 방정식의 해를 구할 수 있다.

본 연구에서는 추정된 모형의 적합성 검정을 위하여 Newey and West(1987)가 제시한 가설검정(hypothesis-testing) 기법을 활용한다. CKLS모형에 형태적 제약을 고려해서 모수를 추정하면 직교조건의 수가 추정하고자 하는 모수의 수보다 많게 된다 따라서 $J(\hat{\theta})$ 의 값이 0이 되지 않으며, 만약 모수에 대한 추정량 $\hat{\theta}$ 이 실제 모수값에 가깝다면 $J(\hat{\theta})$ 의 값은 0에 근접하게 된다. 이러한 의미에서 $J_T(\hat{\theta})$ 는 추정된 모형의 적합성 검정(goodness of fit)을 위

2) Chan et al.(1992) 재인용

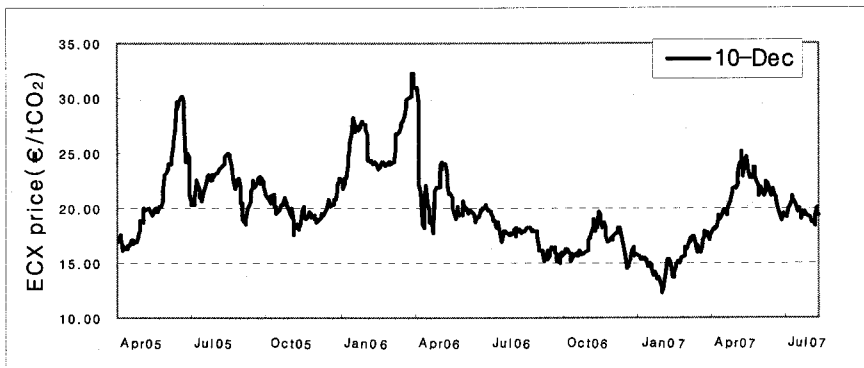
한 정보를 가지고 있으며, 검정통계량 $J_T(\hat{\theta})$ 는 χ^2 분포를 따른다. 만약 $J_T(\hat{\theta})$ 통계치가 높게 나타날 경우, 해당 모형은 오지정(misspecified)되었다고 볼 수 있다. 단 주의해야 할 것은 확률과정에 형태적 제약없이 추정된 CKLS 모형의 경우 추정하고자 하는 모수의 수와 직교조건의 수가 같아지므로 정확히 $J_T(\hat{\theta}) = 0$ 을 만족시키게 되므로, 자유도가 0이되어 모형에 대한 적합도 검증이 불가능하다는 것이다.

3. 실증 분석

3-1. 분석 자료

본 연구에서는 실증분석을 위한 표본자료로서 유럽기후거래소(European Climate Exchange:ECX)에서 거래되는 CO2의 일별 가격자료를 사용하였다. ECX의 탄소가격에는 만기 시점에 따라 2005~2012까지의 12개의 시계열이 존재한다. 만기시점이 가까워 올수록 탄소가격이 낮게 거래되는 것을 알 수 있다. 본 연구에서는 이미 장이 열리지 않는 2005~2007의 시계열을 제외한 나머지 6개의 시계열에서 중간 값을 나타내는 2010년의 시계열을 분석에 사용하였다. 분석 대상기간은 2005년 4월 22일부터 2007년 8월 31일까지 토요일, 일요일과 공휴일은 제외한 603개의 자료이다. 분석기간 동안의 탄소배출권 가격추이는 그림<1>과 같다.

[그림 1] EUA 가격의 변동 추이



확률과정 모형을 적용하기 위해서는 시계열이 안정이라는 조건을 만족해야 한다. 탄소배출가격에 대한 안정성을 검증하기 위하여 시계열 분석에 널리 사용되는 모형인 Augmented Dickey-Fuller 단위근 검정과 Phillips-Peron 단위근 검정을 실시하였다. 두 가지 검정방법에서 동일하게 탄소가격의 수준변수는 95% 신뢰구간에서 단위근이 존재한다는 귀무가설을 기각하지 못함으로 불안정 시계열로 나타났다. 하지만 탄소가격의 변화량은 단위근을 갖지 않는 안정된 시계열 이므로 확률과정 모형을 이용하여 탄소가격의 변동성을 추정해 볼 수 있다.

<표 2> 단위근 검정 결과

Name	Period (number)	Level		1st differenced	
		ADF	PP	ADF	PP
ECX CO2 Price (2010 contract)	2005:4:2~2007:8:31 (603)	-2.793 (0.0599)	-20.815 (0.000)	-2.899*** (0.046)	-20.99*** (0.000)

*은 10% 유의수준, **은 5% 유의수준, ***은 1% 유의수준에서 귀무가설을 기각함을 의미

3) www.europeanclimateexchange.com

3-2. 추정결과

표<3>에는 GMM을 이용하여 추정한 모수와, t-통계량, 그리고 비제약 모형과 제약모형들의 GMM 최소기준함수값(minimized criterion function)을 나타내고 있다. 추정결과를 통해 각 모형들의 탄소배출가격 변화에 대한 설명력은 다르게 나타나는 것을 알 수 있다. 탄소가격변화에 대한 모형의 적절성을 알아보기 위한 척도로써 $J-T$ 값을 살펴보면 8개의 모형 모두 $J-T$ 통계량이 95% 신뢰수준 안에서 채택 됨으로 오지정된 모형이 없이 효과적인 GMM추정임을 보여주고 있다. 이는 비제약 모형에 제약을 주어 추정된 8개의 확률과정모형들이 식(3)의 오차항의 1, 2차적률조건을 잘 만족하고 있다는 것이며, 모든 모형에서의 $J-T$ 통계량이 임계치인 6이하의 작은 값들을 가지고 있는 것을 알 수 있다. 모형 적합도 측면에서 우수한 것부터 나열하면 Brennan-Schwartz, Dothan, CIR VR, CIR SR, Merton, Vasicda, GBM, CEV 모형의 순서이다

<표 3> CKLS 모형을 포함한 9개 확률과정의 모수 추정결과

	α	β	σ^2	γ	J-T	d.f
CKLS	0.6065*** (2.80)	-2.9939*** (-3.17)	0.2231 (0.80)	1.1038 (1.54)	0.0000	0
Merton	0.0100 (0.23)	0.0000	0.0063*** (2.98)	0.0000	2.1603 [0.339]	2
Vasicek	0.6911*** (3.5)	-3.3188*** (-3.85)	0.0060*** (2.92)	0.0000	1.2990 [0.254]	1
CIR SR	0.7157*** (4.06)	-3.4093*** (-4.33)	0.0318*** (3.55)	0.5000	0.8702 [0.350]	1
Dothan	0.0000	0.0000	0.1531*** (4.11)	1.0000	2.3987 [0.493]	3
GBM	0.0000	0.0470 (0.21)	0.1480*** (3.73)	1.0000	2.8877 [0.236]	2
Brennan - Schwartz	0.6459*** (4.38)	-3.1464*** (-4.47)	0.1609*** (4.33)	1.0000	0.0635 [0.801]	1
CIR VR	0.0000	0.0000	0.7362*** (5.06)	1.5000	2.3994 [0.493]	3
CEV	0.0000	0.0089 (0.04)	1.7325 (1.15)	1.7773*** (4.52)	2.2438 [0.134]	1

1. ()는 t-statistics, []는 p-value

2. *은 10% 유의수준, **은 5% 유의수준, ***은 1% 유의수준에서 귀무가설을 기각함을 의미

CKLS 모형의 모수 추정치는 배출권가격의 변동성에 대한 몇 가지 특징을 나타낸다. 먼저 추계함수의 조정계수와 장기균형의 관계를 나타내는 모수 α 와 β 의 t-통계량 값이 각각 2.80, -3.17로써 통계적으로 유의하다는 것이다. 위의 확률과정 모형에서 $\pi = -\beta$, $\mu = \alpha/\pi$ 이므로 평균으로부터 오차의 조정계수(π)가 2.9939, 장기균형계수(μ)가 20.2593이다. 따라서 배출권 거래가격 변동성은 20.2593€의 장기 균형을 가지며 1기 전에 발생한 오차의 수정의 속도가 2.9939인 강한 평균회귀 성향을 보여준다. 비제약 모형의 다른 8개의 확률과정의 경우 CEV과 GBM을 제외한 모형들에서 장기균형계수와 조정계수가 통계적으로 유의하게 나타남으로 탄소배출권 가격의 평균회귀 성향을 잘 뒷받침 하고 있다. 확산함수에서는 γ 의 제약 유무에 따라 확산계수의 통계적 유의성의 결정되는 결과를 가져왔다. 가격수준과 가격변동성간의 일정한 관계를 가정을 한 Merton, Vasicek, CIR-SR, Dothan, GBM, Brennan-Schwartz 모형에서는 배출권가격변화의 확산함수 변동계수(σ^2)이

통계적으로 유의했지만, 분산탄력성(γ)을 가변적인 모수로 추정한 Unrestricted 모형 및 CEV 모형에서는 변동계수(σ^2)가 2이하의 낮은 t-값을 가지며 통계적으로 유의 하지 않았다. 또한 γ 에 대한 제약의 크기에 따라 $\gamma \leq 1$ 의 제약을 부과한 Merton, Vasicek, CIR SR, Dothan, GBM, Brennan-Schwartz 그룹과 $\gamma > 1$ 의 그룹 제약을 부과한 으로 나눌 수 있다. 모수들의 추정결과가 $\gamma \leq 1$ 의 그룹의 모형들이 $\gamma > 1$ 의 그룹의 모형보다 통계적으로 유의한 결과들을 보여준다. $\gamma = 1$ 은 가격 변화량의 확산함수가 가격수변화의 제곱의 영향을 받음을 의미하므로, 배출권거래가 가격 변화량의 변동성은 가격수준변화에 크게 민감하지 않음을 보여준다. 이것은 CKLS(1992)에서 이자율의 확률과정을 추정한 결과 이자율의 변동성은 가격수준에 민감하게 변화함을 보인 결과와 대조적인 결과이다. 따라서 배출권 거래가격은 금융자산과는 다른 확률과정 분포를 가지며, 옵션, 선물 등의 파생상품의 가격을 결정하는데 있어서 탄소배출권 거래가격변화의 확률과정의 규명이 간과할 수 없는 중요한 과제를 지적한다.

위의 결과들을 종합해 보면 탄소배출권가격은 강한 평균회귀성향을 가지고 가격변화의 조건부 분산이 가격수준에 크게 영향을 받지 않는 것으로 알 수 있다. 따라서 분석기간 동안의 탄소배출권의 동태성을 가장 잘 설명하는 확률과정은 모형의 적합도 측면에서도 우수하며 평균회귀성향을 반영하는 Brennan-Schwartz 모형과 가장 근접하다는 결론을 내릴 수 있다.

4. 결론 및 고찰

본 연구에서는 CKLS(1992)의 접근방식을 활용하여 탄소 배출권가격의 동태적 특성을 추정하였다. 실증분석에서는 2005년 4월 22일부터 2007년 8월 31까지 일별 ECX CO2가격을 대상으로 GMM 추정기법을 적용하여 CKLS 일반화 모형과 기존에 기초자산의 확률규명에 널리 적용되었던 8개의 모형을 추정하였다. 이와 함께 상이한 확률과정 모형별로 탄소배출권가격의 동태성을 다르게 표현하는지 여부를 검정하였으며 J-T 통계치를 활용하여 모형의 적합도를 판단하였다. 이를 통해 탄소배출권가격의 변화의 특징을 설명하고 탄소배출권가격을 설명하는데 가장 적합한 확률과정 모형을 선택할 수 있었다.

결과를 요약하면 다음과 같다. 첫째, 비제약 모형에 제약을 주어 추정한 8개의 확률과정모형들은 오차항의 1, 2 차적률조건을 잘 만족하는 효율적인 모형으로 나타났다. 둘째, 탄소배출권 가격의 변화는 강한 평균회귀 성향을 보이며, 가격수준에 대한 가격변동성의 의존성이 크지 않은 확률적 특성을 갖는다. 모수에 부과된 제약에 따른 그룹간 비교를 통해 유추해 보았다. 셋째, 위의 특성들을 고려하여 탄소배출권가격 변화를 가장 잘 설명 할 수 있는 모형은 Brennan-Schwartz이라는 결론을 내릴 수 있었다.

본 연구는 기존의 확률과정모형간의 비교를 통하여 탄소배출권 가격의 불확실성을 규명하는데 초점을 맞추었다. 탄소배출권 가격의 확률과정 규명은 향후 탄소가격의 급변에 대비한 헷징 등의 기초자료로 사용될 수 있으며 의무부담체제 대응을 위한 기반연구라는 측면에서의 의의를 갖는다고 할 수 있다. 본 연구결과는 탄소배출권 가격의 움직임을 고려해야 하는 다양한 형태의 이론적·실무적 연구의 기초 자료로서 활용될 수 있고, 불확실성을 고려한 실물옵션 경제성평가의 분야에 적용할 경우, 탄소배출권가격과 관련된 사업을 하는 기업과 정부의 탄소배출권 가격의 불확실성에 대응한 효과적인 의사결정에 기여할 수 있을 것으로 기대된다.

5. 참고문헌

1. 박준용; 오규택; 이창용. "확산과정을 이용한 이자율 모형; 추정이론 및 실증분석", 경제분석 2001, 7, 35-68.
2. 윤원철; 박호정. "원유가격의 동태성 추정과 옵션가치 산정", 자원환경경제연구, 2005, 14, 943-964.
3. Black; Scholes. "The Pricing of Option and Corporate Liabilities", the Journal of Political Economy, 1973, 81, 637-657.
4. Chan KC; Karolyi GA; Longstaff FA. "An Empirical-Comparison of Alternative Models of the Short-Term Interest-Rate", Journal of Finance, 1992, 47, 1209-1227.
5. Postali; Kumar. "Examining structural breaks and growth rates in international health expenditures", Journal of Health Economics, 2006, 25, 887-890.
6. Postali; Kumar; Narayan. "Examining structural breaks and growth rates in international health expenditures", Journal of Health Economics, 2006, 25, 887-890.