

반무한 연속고가교에 대한 점성경계 설정속도의 간편식

An Approximation Expression of Wave Velocity of Viscous Boundary for Infinitely Long Elevated Bridge

이상훈^{*} · 엔도타카오^{**} · 이원철^{***}

Lee, Sang Hun · Endo, Takao · Lee, Weon Cheol

Abstract

A continuing elevated bridge is replaced with mass-spring system model, and a part of the bridge is cut out as an analytical area. A viscous boundary is installed at both ends, and dynamic analyses are carried out changing the wave velocity of the viscous boundary. The result is compared with a result of a very long model corresponding to the solution with infinite length. A wave velocity is chosen so that the good performance of a viscous boundary is exhibited. The parametric analyses are carried out changing the model of various structural properties, and an approximation expression is suggested to obtain the wave velocity easily for setting a viscous boundary.

key words : Wave Velocity, Viscous Boundary, Parametric Analysis

1. 서론

신칸센, KTX등과 같은 고속철도 구조물은 그 선형을 되도록 직선으로 설계할 것이 요구되며, 그로인해 같은 형식의 구조가 상당히 길게 연속되는 연속고가교의 경우가 적지 않다. 이와 같은 구조물에 대해, 그 일부를 떼어내어 양단을 자유경계로 하는 일반적인 모델링 방법, 즉 독립된 구조물의 집합체로 가정하는 것은 실제 구조물의 연속성을 무시하게 되어, 진정한 해석 결과를 얻지 못하고 나아가 효율적이며 안전한 설계가 되지 못하는 염려가 있다. 더욱이 이 방법은 대상 구조물의 구조가 불규칙적인 부분을 포함할 경우, 지진 시에 교축방향으로 발생하는 파동의 흐름에 대응할 수 없다는 문제점이 있다. 저자는 이와 같은 이산계 반무한체에 대한 문제점을 해결하기 위해, 질점-스프링계 모델을 이용하여, 주파수영역해석의 에너지전달경계(이상훈 등, 2002)와 시간영역해석의 점성경계(이상훈 등, 2003)를 제안하였다. 후자의 연구에서, 연속고가교와 같은 이산계 반무한체에 대하여, 지반 등 연속체의 경우와 같이 파동의 전파속도에 기초한 점성경계를 설정하는 것이 가능하다는 것을 알았다. 연속체의 경우에는 실제파에 대한 파동을 소밀파와 횡파로 구분하여, 경계면의 연직방향응력과 전단방향응력을 각각 소밀파의 전파속도 V_p 와 횡파의 전파속도 V_s 에 비례하게 하는 것으로 설정이 가능하다(표준점성경계; Lysmer 등, 2003). 그러나, 표면파에 대해서는 파동이 분산되기 때문에 표준점성경계로는 그 기능을 기대할 수 없으며, 아직 그 대응책이 충분히 연구되어있지 않다. 질점-스프링 모델의 경우에도, 지반연결스프링의 영향으로 파동이 분산되기 때문에 같은 문제점을 갖고 있으며, 보다 정밀한 결과를 얻기 위해서는 이 문제를 해결해야할 필요가 있다.

2. 이산계에 있어서의 점성경계설정시의 전파속도

반무한 연속고가교를 그림 1과 같이 질점-스프링계 모델을 이용하여 유한의 해석영역으로 치환하였을 경

* 정회원·일본 동북학원대학 환경건설공학과·부교수·E-mail: tagazyo2005@yahoo.co.kr

** 일본 동북학원대학 환경건설공학과·교수

*** (주)청석엔지니어링·상무이사

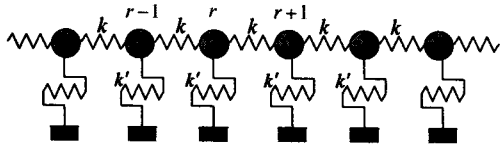


그림 1. 질점-스프링 모델

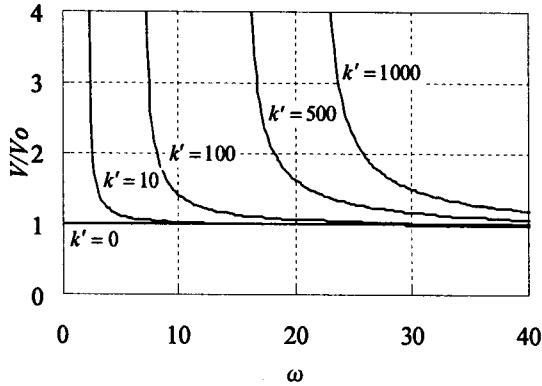


그림 2. 각진동수와 위상속도와의 관계

각진동수 ω 의 관계를 그림 2에 나타내었다. 여기에서 $k'=0$ 를 제외한 전 경우의 위상속도가 각진동수 ω 에 의존하는 것을 알 수 있다. 이것은 k' 가 0가 아닌 경우, 파동이 분산한다는 것을 말해주며, 점성경계의 설정에 기본종파속도로는 대응할 수 없음을 보이고 있다. (2장 참고문헌, 이상훈, 2005)

3. 전파속도에 관한 파라메트릭 해석

본 장에서는 질점-스프링계 모델에 대해 기본종파속도 대신에 다양한 값의 전파속도를 이용하여 점성경계를 설정한 후, 충격에 의한 각 응답변위파형을 비교함으로써 점성경계에 대한 설정속도의 영향을 검토하였다. 비교에는, 점성경계를 설정하지 않은 201질점 모델의 응답변위와 점성경계를 설정한 51질점 모델의 응답변위를 그 대상으로 하였다. 201질점 모델의 응답변위는 중앙에서 발생된 파동이 양단의 경계에서 반사되어 측정되는 위치까지 도달할 때 까지를 비교대상으로 함으로서 정해파형으로 간주하였다.

3.1 해석조건 및 비교방법

그림 1의 질점-스프링계에 대하여, 질점 수를 51개로 하고, 모델의 질량과 스프링상수를 변화시키면서 파라메트릭 해석을 수행하였다. 각 해석의 조합은 질량 m 의 2 경우와 축방향스프링 k 의 2 경우, 지반연결스프링 k' 의 9 경우로 설정하였다. 감쇠에는 1차, 2차 모두 감쇠정수 $h=0.02$ 의 Rayleigh감쇠를 이용하였다.

점성경계의 설정속도가 경계면에서의 에너지 흡수 능력에 기여하는 정도를 조사하기 위해, 201질점 모델의 응답파형(정해)과 전달속도별로 점성경계를 설정한 51질점모델의 응답파형을 비교하였다. 파형의 비교에는 Waveform Chain Code(이하 WCC, Samman 등 1996)를 이용하였다. 이 방법은, 두 파형의 차이를 평균경사 차라는 값으로 나타내며, 값이 작을수록 정해파형에 가깝게 된다. 충격하중 작용 후 비교대상 시간까지의, 201질점모델의 76질점과 126질점사이의 응답변위와 51질점모델의 전달속도별 점성경계 설정시의 응답변위를 비교하였다.

3.2 해석결과

a. $m=2t, k=5000kN$ 의 경우

우선 비교대상시간 t 를 구한다. 201질점모델에 대해 비교할 질점을 76번 질점(또는 126번 질점)으로 한다면, 중앙점(100번 질점)에 가한 충격하중에 의해 발생한 파동의 선단이 76번 질점에 도달한 시간을 t_1 로 하고

우, 그 양단에 다음 식에 의해 계산되는 힘 f 를 적용함으로써 점성경계를 설정할 수 있다. 단, 여기서는 교축방향의 파동전파만을 고려한다.

$$f = mV\dot{u} \quad (1)$$

여기서, m 은 질량, V 는 종파속도(교축방향의 전파속도), \dot{u} 는 질점의 속도이다. 지반연결스프링 k' 가 0의 경우의 기본종파속도 V_0 는 다음 식으로 표시된다.

$$V_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2)$$

단, k 는 교축방향의 스프링상수이다.

상기의 두 식은 지반의 경우의 표준점성경계의 설정과 같은 형식이나, 구조물의 경우에는 교각과 같은 지반연결스프링의 존재로 인해 전파속도를 일률적으로 정의하기는 곤란하다. 저자(2005)는 수치해석을 이용하여 지반연결스프링 k' 에 대한 조화파의 위상속도의 변화를 조사하였다. 해석조건은, $m=2.0t, k=5000kN/m, k'=0, 10, 100, 500, 1000kN/m$ 로 하였다. 이 다섯 경우에 대하여 기본종파속도에 대한 위상속도의 비 V/V_0 와

계속하여 전진한 파동이 1번 질점(또는 126번 질점)에 도달한 시간을 t_2 라고 한다. 76번 질점과 126번 질점의 파형에 있어서는, 파동이 경계면에 반사되어 재차 76, 126번 질점에 되돌아 올 때까지는 반사파의 영향이 없으므로, 비교대상 시간은 $t_1 + 2 \times (t_2 - t_1)$ 까지이다.

일례로 지반연결스프링 $k'=0$ 의 경우를 생각하면, $t_1=0.26s$, $t_2=1.43s$ 이므로 비교대상 시간은 2.90s로 된다.

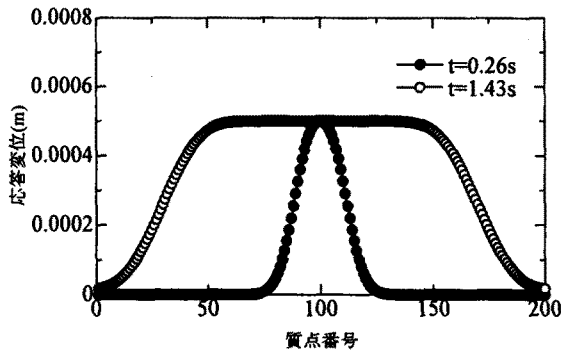


그림 3. 응답파형 ($m=2t$, $k=5000kN/m$, $k'=0$)

표 1. 입력변수 및 대표값

| V값(EA/s) | 평균구배차(%) |
|----------|----------|
| 40 | 3.375 |
| 41 | 3.368 |
| 42 | 3.363 |
| 43 | 3.361 |
| 44 | 3.363 |
| 45 | 3.368 |
| 46 | 3.375 |
| 47 | 3.386 |
| 48 | 3.399 |
| 49 | 3.415 |

그림 3은 이 때의 응답파형을 보인 것이다. 이 경우에 대해, 전파속도를 변화시키면서 점성경계를 설정하고 해석을 수행하여, 각각의 전파속도와 정해와의 평균경사차를 표 1에 나타내었다. 여기서 가장 정해에 가까운 파형이 평균경사치가 가장 작은 $V=43EA/sec$ 의 경우이다. (EA는 EACH의 약자로 단위시간당 파동이 전파하는 질점수를 나타낸다.) 이하, 이와 같이 구한 속도를 최적전파속도라 한다. $k'=10, 20, 50, 100, 250, 500, 750, 1000kN/m$ 의 경우도 같은 방법으로 최적전파속도를 구하였다.

그림 4는, 51질점모델에 최적전파속도로 점성경계를 설정한 경우와 점성경계를 설정하지 않은 경우, 그리고 201질점모델의 경우를 비교한 것이다. 비교대상은 51질점모델의 경계부근인 5번 질점에 대한 각각의 응답변위와 그 점에 대응하는 201질점모델의 80번 질점에 대한 응답변위이며, 지반연결스프링 $k'=0, 10, 20, 50, 100, 250kN/m$ 의 여섯 경우의 결과에 대해 표기하였다. 어느 경우도 최적전파속도로 설정한 점성경계에 의해 파동에너지가 흡수되어, 정해파형을 잘 재현하고 있음을 알 수 있다. 여기서는 생략하지만 $k'=500, 750, 1000kN/m$ 의 경우도 같은 경향의 결과가 구해졌다.

b. 그 외의 경우 ($m=2t$, $k=10000kN/m$ 와 $m=5t$, $k=5000kN/m$ 그리고, $m=5t$ 와 $k=10000kN/m$)

각 경우에 대해 구한 비교대상시간 t 는 각각 2.1s, 4.1s 그리고 2.9s이었다. 또한 앞 절과 같은 방법으로

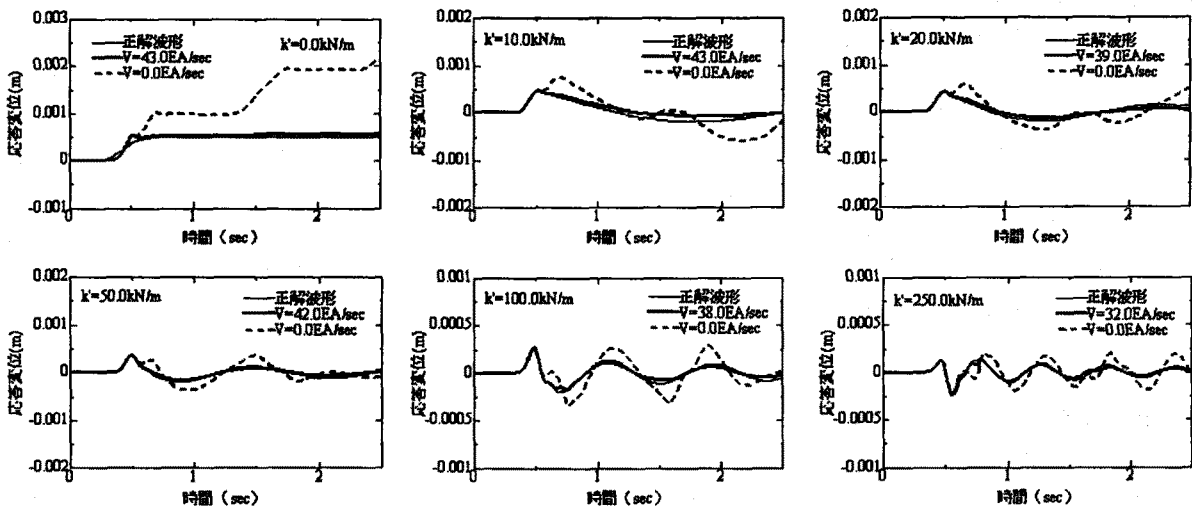


그림 4. k 값의 변화에 따른 응답변위 비교

표 2. 최적전파속도

| 질량 | m=2 | | m=5 | |
|---------|--------|---------|--------|---------|
| | k=5000 | k=10000 | k=5000 | k=10000 |
| k'=0 | 43 | 71 | 27 | 39 |
| k'=10 | 43 | 50 | 28 | 32 |
| k'=20 | 39 | 55 | 25 | 39 |
| k'=50 | 42 | 54 | 27 | 35 |
| k'=100 | 38 | 59 | 24 | 38 |
| k'=250 | 32 | 53 | 21 | 34 |
| k'=500 | 31 | 42 | 19 | 30 |
| k'=750 | 33 | 40 | 21 | 26 |
| k'=1000 | 32 | 40 | 19 | 27 |

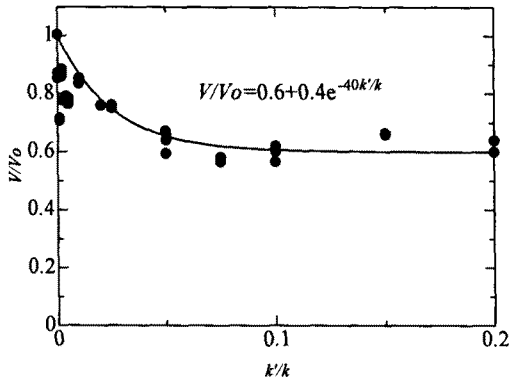


그림 5. V/V_0 와 k'/k 의 관계곡선

5. 결론

본 연구에서는 반무한 고가교구조물을 치환한 질점-스프링계 모델에 점성경계를 설정하여, 다양한 해석 조건에 대한 파라메트릭 해석을 수행하였다. 점성경계의 설정에 사용되는 전파속도와 그 에너지흡수능의 관계를 조사하여 최적전파속도를 구하였다. 그 결과, k'/k 와 V/V_0 의 관계곡선을 작성함으로써, 점성경계의 설정에 사용될 전파속도 V 를 구하는 제안식(3)을 얻을 수 있었다.

참고문헌

1. 李相勳, 田辺忠顯 (2002). "연속하는 질점-스프링계 모델을 이용한 연속고가교구조물의 전달경계의 정식화" 일본 콘크리트공학 연차논문집, 24권, 제2호, pp. 1165-1170.
2. 李相勳, 田辺忠顯 (2003). "시간영역해석에 있어서의 질점-스프링계 모델을 이용한 이산계 반무한체의 경계 설정" 일본 토목학회 지진공학논문집, 27권, CD-ROM, 논문번호78.
3. Lysmer, J. and Kuhlemeyer, R.L. (1969). "Finite dynamic model for infinite media" Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.95, pp. 859-877.
4. 李相勳, 中澤正利, 遠藤孝夫 (2005). "반무한연속고가교에 대한 점성경계의 설정" 일본 토목학회 응용역학논문집, 8권, 제2호, pp. 189-198.
5. Samman, M.J. and Biswas, M. (1994). "Vibration testing for nondestructive evaluation of bridges. I : Theory" Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.120, pp. 269-289.

최적전파속도를 구한 결과, 각각 $V=71EA/s$, $V=27EA/s$, $V=39EA/s$ 가 얻어졌다.

표 2는 $k'=0$ 이외의 경우에 대하여 같은 방법으로 4 조합에 대해 각 지반연결스프링별로 구한 최적전파속도의 값을 보인 것이다.

4. 설정속도의 제안식

반무한 이산계구조물에 대해, 점성경계를 설정할 때의 전파속도에 대해 파라메트릭 해석을 수행하였다. 3장에서 논의한 일련의 과정을 통하여, 최적의 전파속도를 수치계산에 의해 구하는 것은 상당히 번거로운 작업임을 알 수 있다. 한편, 전파속도 V 와 구조물의 제 특성(m, k, k')사이에 어떤 관련성이 있음도 추정할 수 있다. 그림 6은 파라메트릭 해석의 결과인 표 2의 내용을, 횡축을 k'/k 로 하고, 종축을 V/V_0 로 하여 나타낸 것이다. 여기서 $V_0 = \sqrt{k/m}$ 으로 표현되는 값이다. 이 그림에서 알 수 있듯이 약간의 흠여짐은 있지만 두 값은 일정한 관련성을 보여주고 있다. 이 결과를 대표하는 근사곡선으로서, 데이터의 분포 형태와, $k'=0$ 의 경우, 파동이 분산되지 않아 표준점성경계로 된다는 점을 고려하여, 절편이 1이며 $V/V_0=0.6$ 에 접근하는 지수함수를 가정하였다. 이 지수함수의 근사식을 최소자승법을 이용하여 구하면, 다음 식이 얻어진다.

$$V/V_0 = 0.6 + 0.4e^{-40k'/k} \quad (3)$$