항공 일정계획에 경영과학의 활용

The application of operations research to airline schedule planning

김준혁[1] · 김여근[2] · 이한범[3]
전남대학교 산업공학과,
[1)] junhyuk.kim@gmail.com [2)] kimyk@chonnam.ac.kr [3)] helios0126@nate.com

Abstract

Many problems related to airline business belong to large-scale optimization problems, so that it is expected that the state-of-art optimization techniques are widely applied to making the airline operation effective and competitive. This paper introduces the concepts and mathematical models of various optimization problems in airline system. Airlines involve many activities that utilize airline resources such as aircrafts and crews to make profit. We view the airline activities in the planning and operational aspects. In the planning viewpoint, we discuss the flight schedule design problem that impacts on passenger demand directly. For aircraft and crews, we deal with fleet assignment, aircraft routing, crew pairing optimization, and crew assignment problem. In the operational viewpoint, we concern schedule recovery problems for aircrafts and crew using the method of reassigning available resources when airlines face with the unexpected situations.

1. 서론

항공 운송산업은 오늘날 전 세계의 많은 국가들이 미래의 첨단 교통 및 물류산업으로 그 중요성을 인지하고 있으며 무역, 관광 등의 다른 산업에 파급효과가 커서 국가의 주요 전략산업으로 인식하고 있다[1]. 현재 항공 운송산업은 항공자유화와 함께 저가항공사(low-cost, low-fare carrier)의 출현으로 인해 기존의 대형항공사(major carrier)와의 경쟁이 심화되고 있다. 이러한 항공산업의 경쟁구도에 유가상승까지 겹치면서 항공사들은 경영 환경의 변화에 직면하고 있다. 최근 5년간의 미국 항공시장에서, American Airlines, United Airlines, Delta Airlines 등 대형항공사들의 도산위기, US Airways와 America West Airlines의 합병, Southwest Airlines, jetblue, Frontier 등의 저가 운임 전략 등을 그 예로 들 수 있다. 우리 나라의 경우도 제주항공, 한성항공 등 저가 항공사들의 출현으로 향후 항공산업 시장구도의 예측을 어렵게 만들고 있다. 따라서 각 항공사들은 끊임없는 원가절감과 효율적인 경영을 통한 수익구조의 개선이 시급한 실정이다.

항공 운송시스템은 항공사가 항공기, 승무원 등의 보유자원을 통하여 인간, 화물 등을 운송하는 시스템으로 정의할 수 있다. 일반적으로 공항 시스템은 항공사가 직접 운영하지 않으므로 항공사의 자원으로 보지 않는다. 항공 운송시스템에서 운송주체라고 볼 수 있는 항공사는 보유한 자원 - 항공기, 승무원 - 들을 계획, 통제함으로써 생성되는 상품, 즉 좌석(seat)을 각 이용자들에게 판매한다. 항공사는 생성되는 좌석을 항공편(flight) 이라는 단위로 이용자에게 판매하는데 이는 항공계획과 운영에 있어서의 기본단위로 볼 수 있다. 항공사는 이용자들에게 가용한 항공편을 생성, 판매함으로써 수익을 취하게 되므로, 이들 자원을 효율적으로 운용할 수 있는 항공일정계획은 항공사의 성공적 경영에 필수적인 요건이 된다. 항공 일정계획에 있어서 경영과학의 다양한 기법들이 개발되어 활용되고 있으며 또한 관련 연구가 활발히 이루어 지고 있다.

본 연구에서는 항공 운영에 있어 항공기, 승무원 등의 핵심 자원의 일정을 다루는 항공 일정계획(airline schedule planning)의 소개와 절차, 각 단계에서 요구되는 최적화 문제의 형태, 그리고 경영과학의 활용방안 등을 고찰한다. 본 논문은 다음과 같이 구성된다. 2장에서는 항공 일정계획의 논의에 앞서 운영에 있어 전반적인 여러 계획문제들을 포함하는 항공 운영계획(airline planning)에 대해 살펴본다. 3장에서는 항공 일정계획의 절차와 각 단계의 최적화 문제로서 항공일정설계문제(schedule design problem), 기종 할당문제(fleet assignment problem), 항공기 경로문제(aircraft routing problem), 그리고 승무원 일정계획(crew scheduling)에 대해 살펴본다. 4장에서는 계획 실행 단계에서 예기치 못한 상황의 발생 시 일정 복구(schedule recovery)를 다루는 일정 복구 문제에 대해 살펴본다. 마지막으로 5장에서는 결론 및 향후 연구방향에 대해 논의한다.

2. 항공 운영계획

항공 운영계획은 계획 기간별로 다수의 계획문제를 포함하고 있으며 이를 위하여 각 항공사의 운영전략과 특성에 따른 다양한 접근방법이 존재한다. 이들 계획을 기간에 따라 분류해 보면 그림 1과 같다.

장기 계획은 자원의 장기적인 확보 및 소요, 운항 네트워크 설계 등을 포함하는 데, 기종 계획(fleet planning)과 승무원 소요계획(crew manpower planning)이 대표적이다. 기종 계획은 미래 시장과 현재의 기종 상황을 고려하여 향후 필요한 기종 선택과 획득에 관한 계획이다. 기종 선택 시 고려되는 사항은 기종의 시장 적응성과 유연성이다. 시장 적응성 분석에서는 미래 시장 수요와의 적합성, 향후 운송 네트워크 변경에 의한 기종의 적응도, 기종의 비용/수익, 고정비/변동비 등이 고려된다. 유연성분석에서는 수요변화에 따른 좌석 변경과 배치의 용이성, 타 기종과의 호환성, 기종 획득에 관한 유연성(구매와 리스 등의 옵션 등), 기종의 미래가치 등이 고려된다. 승무원 소요계획은 기종 상황을 고려하여 장기간에 걸쳐서 조종승무원의 확보 방안, 승진, 이동 등이 계획된다. 조종승무원은 단일 기종의 운항 면허를 가지는 것이 일반적이므로, 상위 기종으로의 이동은 반드시 일정기간의 교육, 훈련 기간을 거쳐야 된다. 항공편 수익성 분석은 현재 운항되고 있는 항공편의 수익을 장기적인 관점에서 분석하는 것이고, 마켓 및 운영 네트워크 분석에서는 장기간에 걸쳐 취항하고자 하는 노선의 수익성을 분석하고 노선 변경으로 인한 운영 네트워크에 장기적인 영향을 분석한다.

중장기 운영계획은 이용객에게 제공될 항공편 일정을 작성하는 항공 일정설계문제, 기종 할당문제, 항공기 경로 생성문제(aircraft rotation problem)등을 포함한다. 항공 일정설계는 수익 최대화의 목적과 함께 현재 기종 상황을 고려하여 이용객들에게 실제 제공될 항공 일정표를 작성하는 단계로, 현재 시장의 상황을 고려하여 각 취항도시 간 항공편 수(flight frequency), 출발-도착시간, 그리고 각 항공편에 대한 항공편 번호(flight number)등을 결정한다. 항공 일정표가 작성되면 예상 수입과 운용 비용, 그리고 운항 도시에서의 기종 제약 등을 고려하여 각 항공편에 기종을 할당한다. 기종 할당은 차후 항공기 경로 문제의 입력이 될 뿐 아니라, 수익에 큰 영향을 준다. 기종 할당에서는 개별 항공기의 일정은 고려되지 않으므로 기종 할당 후, 동일한 기종이 할당된 항공편 별로 취합하여 경로계획에서 개별 항공기의 가능경로를 생성한다. 화물계획은 항공사가 보유한 화물기에 관한 계획이다. 승무원 휴가는 승무원들로부터 휴가 일정을 공지 받아 향후 승무원 운용 상황을 잘 고려하여 분석, 계획하는 활동이다.

한편, 단기 계획에는 중장기 계획에서 이루어진 계획을 근거로 자원의 단기적인 일정과

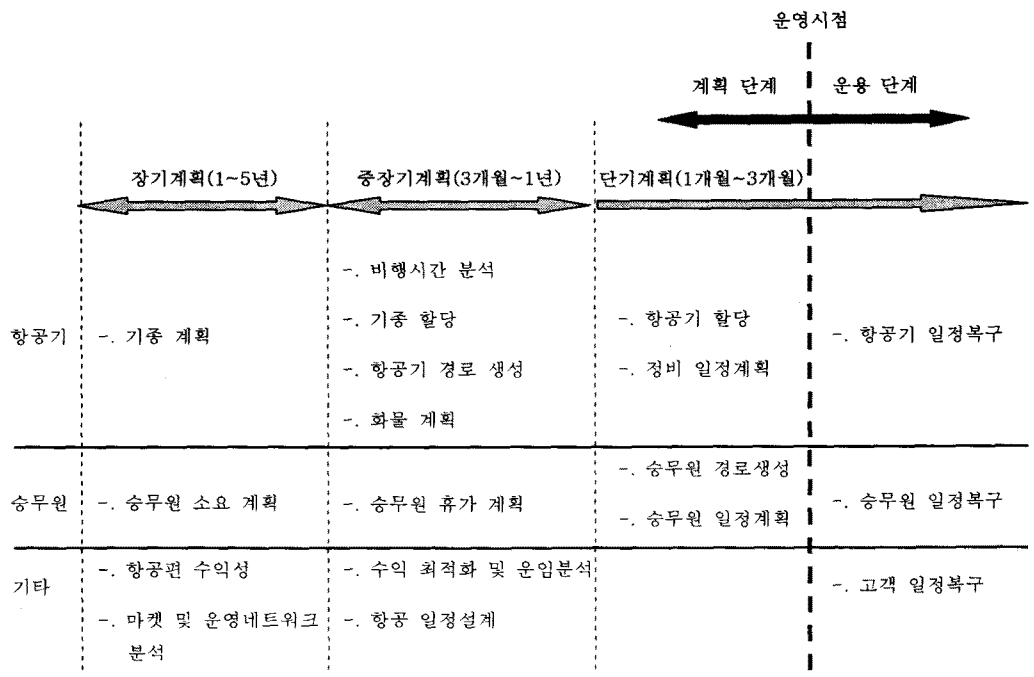


그림 1. 항공 운영계획

관련된 항공기 할당문제(aircraft assignment problem) 및 승무원 일정계획 등이 있다. 항공기 할당문제는 경로계획에서 생성된 가능경로를 각 항공기의 정비제약이나 실제 운항 가능한 일정을 고려하여 특정 항공기에 할당하는 문제이다. 승무원 일정계획은 두 단계로 나누어 접근한다. 먼저 설계된 각 항공편의 일정과 기종을 고려하여 가능한 승무원 경로(crew pairing)를 결정하는 승무원 경로문제(crew pairing problem)를 해결한다. 승무원 경로문제를 통하여 생성된 경로는 불특정 승무원들의 경로이므로 다음 단계에서 각 개인의 근무 일정, 교육 일정, 또는 휴가 일정을 고려하여 가능경로를 특정 승무원에게 할당하는 승무원 할당문제(crew assignment/rostering problem)을 해결함으로써 전체 승무원 일정계획이 달성된다.

3. 항공 일정계획

항공 일정계획은 항공 운영계획의 여러 계획들 중 항공사의 수익, 비용구조에 가장 핵심적인 역할을 하는 계획들의 집합으로 정의된다. 항공 일정계획에서 수행되어야 할 주요 의사결정은 일반적으로 다음과 같다. 첫째, 어떤 노선에 몇 개의 항공편을 언제 제공할 것인가를 결정하는 문제이다. 둘째, 제공되는 항공편에 얼마만큼의 좌석 수를 갖는 항공기의 기종이 할당되어야 할 것인가의 문제이다. 셋째, 제공되는 모든 항공편에 빠짐없이 항공기가 투입되기 위해 어떻게 각 항공기의 운항 순서를 결정하여야 하는 문제이다. 마지막으로, 제공되는 항공편에 승무원 관련비용을 줄이면서 어떤 승무원을 투입할 것인가라는 문제이다. 이와 같이 복잡한 의사결정 구조를 갖는 항공 일정계획을 위해 단일 최적화 모형을 통하여 의사결정을 수행한다는 것은 수많은 제약과 변수로 인해 현실적으로 불가능하다[5]. 따라서 현재 많은 항공사나 연구자들은 항공 일정계획을 그림 2와 같이 네 개의 계획문제로 나누어 순차적인 해결 방법을 택하고 있다[9]. 각 단계의 계획 문제 또한 여러 제약과 많은 수의 변수를 갖는 대형 정수 계획 문제로 모형화 된다. 이러한 순차적 접근방법은 전 단계의 의사결정이 다음 단계의 문제에서 비가능해, 또는 좋지 않은 해를 유도할 수 있어, 피드백 과정이 요구되기도 한다.

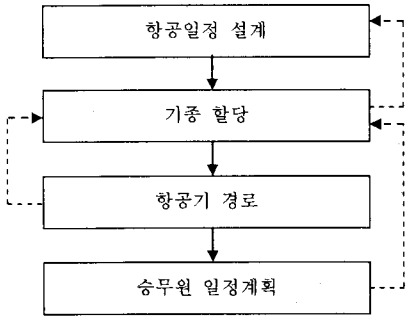


그림 2. 항공 일정계획

3.1. 항공 일정설계

항공 일정설계는 이용객에게 제공할 항공편 리스트, 즉 항공 일정표를 계획하는 활동이다. 이 단계에서는 수익의 관점에서 첫째, 취항할 도시를 결정하고, 둘째, 결정된 취항 도시 쌍(노선)에 대해 일 또는 주 별로 취항 횟수를 결정하고,

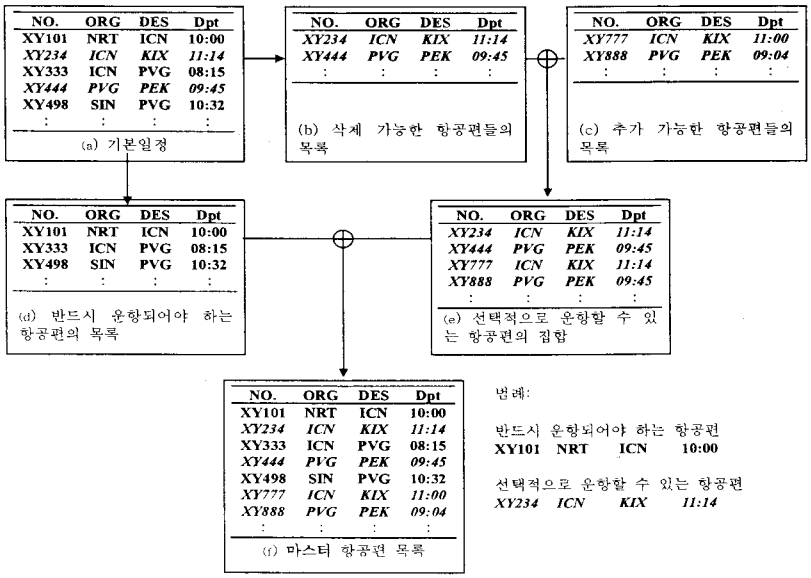


그림 3. 기존 항공일정을 기반으로 한 항공 일정설계

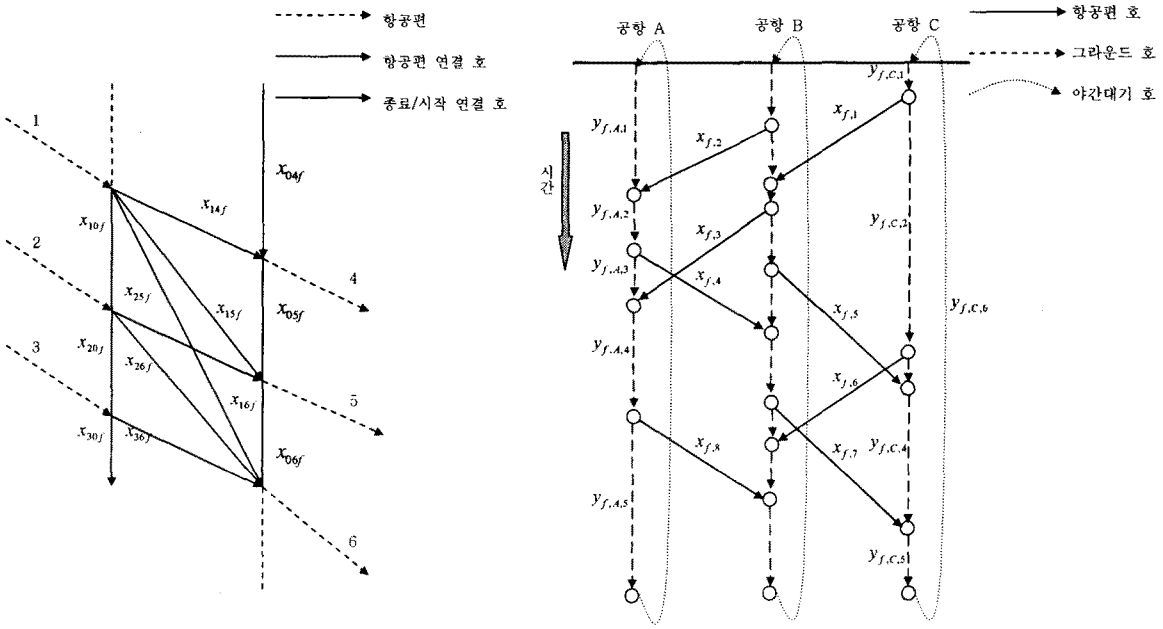
마지막으로 각각의 항공편의 출발-도착시간을 결정하게 된다. 일정설계 단계에서 고려할 사항은 각 노선 별 전체 이용객 수요, 해당 노선에서의 시간대 별 수요, 그리고 항공사 간 경쟁상태 등이 고려된다[22, 23]. 이러한 항공 일정설계에 경영과학 기법의 적용은 아직까지 미미한 실정이다. 이는 항공 노선과 취항 횟수가 해당 정부와의 협정에 의해 결정되고, 노선 별 수요 예측의 어려움에 기인한 것으로 보인다. 특히, 항공 운영에 있어 공급-수요 관계는 공급이 수요에 의해 영향을 받고, 수요 또한 공급(취항 횟수)에 의해 변한다는 특성을 가지고 있다[5]. 이러한 이유로 항공 일정설계는 경험이 많은 계획자에 의해 행해지는 것이 보통이다[27].

항공 일정표는 흔히 현재 운용되고 있는 일정표에 기초하여 작성되기 때문에 전술한 모형 정립의 어려움을 다소 완화할 수 있다. Lohatepanont et al.[27]는 현존하는 일정표에 그림 3과 같이 새로운 항공편을 추가 또는 기존의 항공편의 삭제를 통해 발생되는 추가 이익의 최대화를 목표로 하는 방법론을 제시하였다. Lohatepanont et al.[27]는 이러한 방법론을 기초로 항공 일정설계에 기종 할당을 통합한 수리 모형을 제시하였다.

3.2. 기종 할당계획

기종 할당문제는 항공 일정설계에 의해 설계된 항공 일정표 상의 각 항공편에 수요가 주어진 상태에서 기종의 고정비와 변동비를 고려하면서 이익을 최대화로 하는 항공기의 종류, 즉, 기종을 할당하는 문제이다[28, 31]. 기종 할당계획은 항공 일정계획에서 자원에 관한 계획들 중 가장 먼저 수행되므로 이 계획의 의사결정은 항공기 경로계획과 승무원 일정계획의 입력자료로 사용된다[32]. 따라서 기종 할당은 항공 일정계획에서 그 중요도가 매우 높다고 볼 수 있다[30].

기종 할당문제는 네트워크 흐름(network flow)모형으로 표현되고 이를 혼합정수계획으로 모형화된다. 사용되는 네트워크 모형에는 연결 네트워크(connection network)와 시공간 네트워크(time-space network)가 있다. Abara et al.[2]에 의해 제안된 연결 네트워크는 각 항공편의 출발/도착 시간을 마디(node)로 표현하고, 항공편 간의 가능한 연결을 호(arc)로 표현한 구조이다. 그림 4(a)는 이를 보여주고 있다. 연결 네트워크에서는 세 가지 종류의 연결 호가 존재한다. 첫째, 항공편 연결 호(flight connection arc)는 그림에서 실선으로 표현된 호로써 항공편 간 도착 마디와 출발 마디를 연결한 항공편의 연결을 나타내는 호이다. 이 예에서 항공편 1의 도착 마디에서 가능한 항공편 연결은 항공편 4,5, 그리고 6이다. 따라서 항공편 1의 도착 마디에서는 3개의 항공편 연결 호가 존재한다. 둘째, 항공편의 도착 마디에서 종료 마디(sink node)로 연결되는 종료 연결 호(terminating connection arc)가 있다. 점선으로 표시된 종료 연결 호는 도착한 항공기 가 다음날까지 공항에 체류하는 경우를 표현하는 호이다.



(a) 연결 네트워크 (b) 시공간 네트워크

그림 4. 기종 할당문제의 네트워크 표현

시작 연결 호(originating connection arc)는 원래 공항에 체류하고 있는 항공기를 표현하기 위하여 사용된다. 시공간 네트워크는 Berge et al.[12]에 의해 제안되었다. 연결 네트워크에서는 항공편의 연결에 초점을 맞추는데 반해, 시공간 네트워크는 항공편의 표현에 초점을 맞추어 시간과 공간을 고려하여 가능한 항공편 간 연결이 모형 내에서 결정되는 네트워크 형태이다. 따라서 시공간 네트워크는 항공편 수가 항공편간 연결의 경우 수보다 적으므로 연결 네트워크 구조보다 적은 수의 결정변수를 요구한다. 그러나, 시공간 네트워크 상에서는 공항에 머무는 항공기를 구별할 수 없어 특정 항공기의 경로 파악이 불가능하다는 단점이 있다. 그럼에도 기종할당 문제에서는 흔히 경로 설정을 무시하고 기종 할당만을 행하므로 시공간 네트워크가 자주 사용되고 있다[6, 11, 12, 20]. 그림 4 (b) 는 하나의 시공간 네트워크 예이다.

시공간 네트워크는 각 기종 별로 할당 가능한 항공편으로 나누어 표현한 기종 별 부분 네트워크를 사용한다. 그림 4는 특정 기종의 부분 네트워크로, 실선의 호는 항공편을 나타내고, 굵은 점선의 호는 항공기가 해당 시간에 공항에 체류하는 것을 나타내는 그라운드 호이고, 가는 점선의 호는 일종의 그라운드 호로 항공기가 야간에 대기하는 것을 낸다. 시공간 네트워크에서 모든 호의 시점과 종점은 각각의 마디로 간주되는데 항공편 호의 출발 마디는 각 항공편의 일정에 의한 출발시각이 되고, 도착 마디는 항공편의 출발시각에 비행소요시간과 최소 지상 체류시간을 더한 시점을 나타낸다. 시공간 네트워크를 이용한 기종 할당문제의 기본 수리모형은 다음과 같다[31].

$$\text{Max.} \sum_{l\in L}\sum_{f\in F}(p_{fl}-c_{fl})x_{fl} \tag{3-1}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{f\in F} x_{fl}=1, \quad \forall l\in L \tag{3-2}$$

$$\sum_{o\in S} x_{fost}+y_{fst^-t} = \sum_{d\in S} x_{fsdt}+y_{fstt^+}, \quad \forall\{fst\}\in N \tag{3-3}$$

$$\sum_{l\in O(f)} x_{fl}+\sum_{s\in S} y_{fst_{n1}} \le A_f, \quad \forall f\in F \tag{3-4}$$

$$x_{fl}(x_{fodt})\in\{0,1\}, \quad \forall f\in F, \forall l\in L \tag{3-5}$$

$$y_{fstt^+}\ge 0, \quad \forall f\in F, \forall\{fst\}\in N \tag{3-6}$$

모형에서 F 는 기종 f 의 집합이다. L 은 항공편 l 의 집합으로, 항공편은 출발지(o), 도착지(d), 출발시각(t)을 나타내는 $\{odt\}$로 표현되기도 한다. $O(f)$ 는 기준 시점에 걸쳐 있는 기종 f 의 항공편 집합으로서, 흔히 기준 시점으로는 항공기 운항이 적은 야간의 특정 시점이 선택된다. 결정변수 x_{fl}, x_{fost} 는 항공편 호를 나타내는 이진변수로써 기종 f 가 항공편 $l(o,s,t)\in L$ 에 할당되면 1의 값을 갖고, 그렇지 않으면 0의 값을 갖는다. 변수 y_{fstt^+} 는 그라운드 호에 대응되는 변수로 공항 $s\in S$ 에서 시간 $[t,t^+]$에 대기하는 기종 f의 대수를 나타낸다. N 은 기종 f 의 부분 네트워크에서 공항 s 의 시각 t 로 표현되는 마디 $\{fst\}$ 의 집합이다. p_{fl} 과 c_{fl} 는 f 가 l 에 할당되었을 때, 이익과 비용을 각각 나타낸다.

식 (3-1)은 목적함수로써 기종 f 가 항공편 l 에 할당되었을 때 총 이익의 최대화를 표현한다. 식 (3-2)는 모든 항공편은 반드시 하나의 기종만이 할당되게 한다. 식 (3-3)은 기종 별 흐름 보존 제약이다. 항공편 일정에 의해서 생성되는 각 마디 $\{fst\}\in N$ 에서 시간 t 에 공항 s 에 도착하는 기종 f 의 대수와 시간 t 직전에 공항 s 에 대기하고 있던 기종 f 의 대수의 합은 시간 t 에서 공항 s 에서 떠나는 기종 f 의 대수와 시간 t 직후에 공항 s 에 대기하는 기종 f 의 대수의 합이 같아야 함을 나타낸다. 식 (3-4)는 기준 시점에 존재하는 기종 f 의 총 대수는 가용한 대수를 넘지 않아야 한다는 제약이다.

기종 할당문제는 NP-hard이다[3, 19]. 따라서, 대형 문제를 다루는데 있어 네트워크 크기를 줄이는 여러 방법들이 제시되었는데 이 중 대표적인 기법은 마디 집적(node aggregation)이다[20]. 특히 이 방법은 허브-스포크 네트워크 구조를 사용하는 기종 할당문제에 효과적이다.

기종 할당문제를 위한 해법은 대형 정수계획 문제의 특성으로 인해 분해법(decomposition method)[6, 8, 10, 29]이 주류를 이룬다. 분해법에는 분지한계법(branch-and-bound method)와 열 생성법(column generation method)을 조합한 분지가격법(branch-and-price approach)이 주로 많이 사용되는데 이는 문제의 최적 판정을 위한 주 문제(master problem)와 변수, 혹은 열 생성을 위한 부분문제(subproblem)로 나누어 문제를 접근하는 방법이다. Sosnowska[33]는 전통적인 기종 할당문제에 시뮬레이티드 어닐링 기법을 적용하였다. 그렇지만, 이를 제외한 메타휴리스틱 기법의 적용은 아직까지 미미한 실정이다.

3.3. 항공기 경로문제

각 항공편에 기종이 할당되면 각 항공기가 비행할 항공편의 순서를 결정하게 되는 데 이를

항공기 경로문제라 부른다[13, 14]. 이 문제에서는 동일 기종이고, 시공간적으로 항공편의 연결이 가능하며 항공기의 정비제약을 만족하는 경로를 생성한다[18]. 시공간적 제약으로는 항공편의 연결 시 이전 항공편의 도착지가 다음 항공편의 출발지와 동일하여야 하고, 다음 항공편은 이전 항공편의 도착시각에 최소 지상 체류시간을 더한 시간 이후에 출발시각을 가져야 하는 것을 의미한다. 항공기 경로문제는 흔히 항공기 경로 생성문제와 항공기 할당문제로 나누어 접근한다. 항공기 경로 생성문제에서는 불특정 항공기를 대상으로 정비제약을 만족하면서 출발공항과 도착공항이 동일한 항공기 경로인 경로를 생성한다. 그림 5는 경로 생성의 예로써 공항 GMP, PUS, CJU를 기점과 종점으로 하는 4개의 경로를 보여주고 있다. 경로가 결정되면 이를 할당 가능한 (특정 기종의) 항공기에 할당되게 된다.

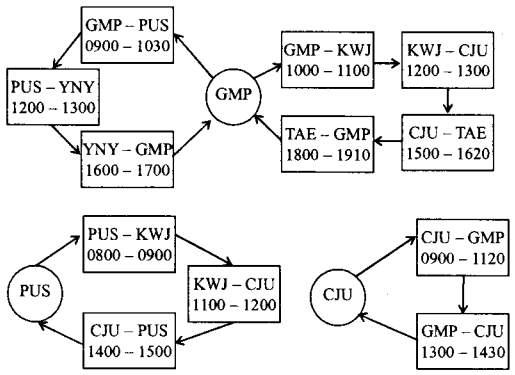


그림 5. 항공기 경로

경로 생성 문제는 일종의 집합 분할문제(set partitioning problem)가 된다. 하나의 수리모형으로 Desaulniers et al.[16]의 모형을 보자.

$$\text{Max.} \sum_{f\in F}\sum_{p\in\Omega^f} c_p^f x_p^f \tag{3-7}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{f\in F}\sum_{p\in\Omega^f} a_{lp}^f x_p^f = 1, \ \forall l \in L \tag{3-8}$$

$$\sum_{p\in\Omega^f} (d_{sp}^f - o_{sp}^f) x_p^f = 0, \ \forall f \in F, \forall s \in S^f \tag{3-9}$$

$$\sum_{p\in\Omega^f} x_p^f = n^f, \ \forall f \in F \tag{3-10}$$

$$x_p^f \in \{0,1\}, \ \forall f \in F, \forall p \in \Omega^f \tag{3-11}$$

모형에서 Ω^f 는 기종 f 의 가능 경로 p 의 집합이고, S^f 는 f 가 운항 가능한 공항의 집합이다. c_p^f 는 f 에 대한 경로 p 의 이익을 나타낸다. a_{lp}^f 는 경로의 항공편 포함 여부를 나타내기 위한 것으로 만일, f 의 경로 p 가 항공편 l 을 포함하면 1이고, 그렇지 않으면 0이다. o_{sp}^f (d_{sp}^f) 는 경로 p 의 출발지 (도착지)가 $s \in S^f$ 이면, 1이고, 그렇지 않으면 0이다. n^f 는 기종 f 의 항공기 대수를 나타낸다. 변수 x_p^f 는 경로 p 가 기종 f 에 할당되면 1이고, 그렇지 않으면 0이다.

식 (3-7)은 경로 생성문제에 있어 전체 기대이익을 표현하는 목적함수이고, (3-8)은 모든 항공편 l 은 오직 하나의 경로로 커버되어야 한다는 제약이다. 식 (3-9)는 가능 경로 생성에 관한 제약으로, 이 제약에 의해 p 는 동일한 출발지와 도착지를 갖게 된다. (3-10)은 최종 단계에서 기종 f 에 관한 p 의 개수는 f 의 항공기 대수, n^f 와 일치하여야 한다는 제약이다.

항공기 경로 생성문제의 해법은 주로 분지한계법의 적용 시 선형 완화(linear relaxation) 후 얻어지는 선형 계획 문제에서 Ω^f 의 크기가 매우 크므로, 주 문제와 부분 문제로 나누어 열 생성법을 적용하는 방법이 많이 사용되고 있다[7, 15, 16]. 이 기법은 많은 가능해를 갖는 집합 분할모형에서 자주 적용되는 기법으로 차량 경로문제의 해결에도 채용되고 있다.

3.4. 승무원 일정계획

승무원 일정 계획은 주어진 항공편에 근무할 승무원의 근무일정을 결정하는 계획으로 정의할 수 있다[17, 36, 38]. 승무원 일정 계획은 항공기 경로문제와 유사하게 승무원 경로문제와 승무원 할당문제로 나누어 접근한다.

3.4.1. 승무원 경로문제

승무원 경로문제는 승무원의 근무 시간에 관한 규정, 또는 노사 간 합의된 규정 등을 고려하여 비용의 최소화의 관점에서 가능한 승무원 경로의 집합을 결정하는 문제이다.

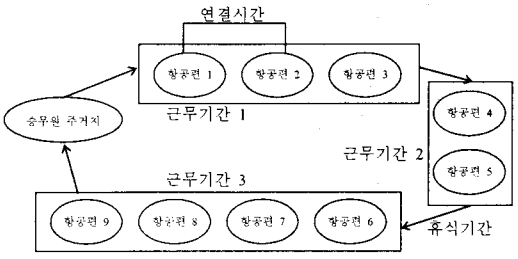


그림 6. 승무원 경로

제약으로는 (1) 생성된 모든 경로는 승무원 관련 근무 규정을 어기지 않아야 하고, (2) 생성된

경로집합은 모든 항공편을 커버하여야 하고, 마지막으로 (3) 모든 경로는 승무원 주거지(crew base)를 시점과 종점으로 갖는 경로이어야 한다는 것이다. 승무원 경로는 주거지를 떠난 시점부터 돌아오는 시점까지의 근무 항공편의 순서를 의미하는 것으로 대체로 1일에서 5일까지 그 기간이 다양하다. 따라서 승무원 경로는 하루 이상의 근무기간(duty period)을 갖게 되고 각 근무기간은 근무 항공편의 총 운항시간과 항공편 간 연결시간을 합친 시간이다. 이 때 근무기간 사이의 유휴시간을 휴식기간(rest period)라고 부른다. 그림 6은 승무원 경로의 예를 보여주고 있다. 예시된 승무원 경로는 3일의 근무기간을 가지며 첫째 날은 항공편 1, 2, 3의 순서로 근무하고 항공편 3의 도착지에서 정해진 휴식기간 동안 체류한다. 둘째, 셋째 날도 마찬가지로 근무 항공편에서 근무를 마치고 항공편 9에 의해 주거지로 돌아오게 된다.

승무원 경로문제는 다음과 같이 항공기 경로문제와 유사한 형태의 집합 분할문제로 모형화된다.

$$\text{Min.} \sum_{p\in P} c_p x_p \tag{3-12}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{p\in P} a_{lp} x_p = n_l, \ \forall l \in L \tag{3-13}$$

$$x_p \in \{0,1\}, \ \forall p \in P \tag{3-14}$$

모형에서 L 은 항공편 l 의 집합이고, P 는 승무원 경로 p 의 집합이다. c_p 는 경로 p 의 비용으로서, 포함하는 근무기간의 수, 실제 근무시간, 총 휴식시간 등에 의해 결정된다. a_{lp} 는 경로 p 의 항공편 l 의 포함 여부를 나타내는 것으로 만일, p 가 l 을 포함하면 1이고, 그렇지 않으면 0이다. n_l 은 항공편 l 에 필요한 승무원의 수를 나타낸다. x_p 는 승무원 경로의 선택에 관한 결정변수로, 만일 경로 p 가 최적 경로집합에 포함되면 1, 그렇지 않으면 0이다.

식 (3-12)는 승무원 경로 문제의 총 비용을 나타낸다. (3-13)은 각 항공편 l 는 n_l 개의 경로로 커버되어야 한다는 제약이다. 위의 모형은 항공기 경로 생성문제와 매우 유사한 형태를 가지는 형태이므로 해법 또한 항공기 경로 생성문제와 거의 동일한 분지한계법에 열 생성법을 조합한 분지가격법이 흔히 사용된다[17, 36, 38].

또한, 승무원 경로 문제에 있어서 항공기 경로와 승무원 경로 간 일치성(homogeneity)이 중요한 문제이다[11, 13]. 일치성이란 항공기 경로와 승무원 경로의 동일한 정도를 나타내는 것으로, 일치성이 증가한다면 향후 발생 가능한 일정 재해에 의한 항공편의 지연, 결항 위험 등으로 인한 연쇄적인 재해의 발생을 최소화 할 수 있는 강건한(robust) 항공기와 승무원 일정이 될 수 있을 것이다. 항공기와 승무원 경로 간 일치성은 항공 운영에 있어서 매우 중요함에도 불구하고, 이에 관한 연구가 아직까지 미흡하다.

3.4.2. 승무원 할당문제

승무원 할당문제는 개별 승무원의 휴가 일정, 교육 일정 등을 기초로 경로문제에서 구해진 모든 경로들을 최소의 비용으로서 승무원에 할당, 승무원의 개인일정(roster)을 편성하는 문제이다[17, 24, 36, 38]. 승무원 할당문제의 입력자료는 할당되어야 할 경로집합, 각 승무원의 근무 일정을 제외한 일정으로서 장기 휴가 일정, 교육 일정, 신체검사 일정 등이 이에 해당한다. 한편, 항공사에 따라 근무 일정에 관한 승무원의 특별요청 등도 입력자료로 활용한다. 승무원 할당문제는 경로문제와 마찬가지로 다음과 같은 집합분할문제로 모형화된다[39].

$$\text{Min.} \sum_{k\in K}^{m} \sum_{j\in\Omega_k} c_j x_j + \sum_{p\in P}^{n} (d_p y_p + f_p w_p) \tag{3-15}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{k\in K}^{m} \sum_{j\in\Omega_k} a_{pj} x_j + y_p - w_p = b_p, \ \forall p \in P \tag{3-16}$$

$$\sum_{j\in\Omega_k} x_j + s_k = 1, \ \forall k \in K \tag{3-17}$$

$$y_p, w_p \geq 0, \ \forall p \in P \tag{3-18}$$

$$x_j, s_k \in \{0,1\}, \ \forall j \in \Omega_k, \forall k \in K \tag{3-19}$$

모형에서 P 는 승무원 경로 $p(1,...,n)$의 집합이고, K 는 승무원 k ($1,...,m$)의 집합이다. Ω^k 는 승무원 k 의 가능한 개인일정의 집합이다. c_j 는 일정 j 의 비용이다. d_p, f_p 는 경로 p 의 커버에 있어 필요한 개인일정의 초과나 부족에 대한 벌금으로써, 각각 부족비용과 초과비용을 나타낸다. a_{pj} 는 일정 j 의 경로 p 포함 여부를 나타내는 것으로 만일, j 가 p 을 포함하면 1이고, 그렇지 않으면 0이다. b_p 는 경로 p 를 커버하는데 필요한 일정의 수를 나타낸다. y_p, w_p 는 각각 경로 p 의 커버하는데 부족한 일정의 수와 초과하는 일정의 수를 나타낸다. s_k 는 이진변수

로서 승무원 k 가 합당한 근무 일정을 갖지 않으면, 1이고 그렇지 않으면 0이다. x_j 는 일정 j 의 선택에 관한 결정변수로, 만일 일정 j 가 최적 일정집합에 포함되면 1, 그렇지 않으면 0이다.

식 (3-15)의 목적 함수는 생성된 승무원 일정에 대한 총비용과 경로 p 의 할당을 위해 승무원 인원의 초과비용이나 부족에 대한 부족비용의 합으로 주어진다. (3-16)은 b_p 개의 개인 일정을 필요로 하는 경로 p 의 할당에 대한 제약으로 만일, 부족한 숫자(y_i)나 초과한 숫자(w_i)의 승무원이 할당되면 각각 d_i, f_i 만큼의 벌금이 부과된다. 식 (3-17)은 각 승무원은 하나 이상의 개인일정을 갖지 못한다는 것을 의미하는 제약이다

승무원 할당문제는 경로문제와 같이 집합분할문제 모형이기 때문에 분지한계법의 적용에 있어 다수의 변수를 포함하는 경우에 적용 가능한 열 생성법이 주로 사용된다[17, 24, 36, 38].

4. 일정 복구문제

본 절에서는 최근 항공 운영에 있어서 매우 중요한 문제로 대두되고 있는 일정 복구문제를 소개한다. 예상치 못한 상황으로 인하여 미리 계획된 항공기, 승무원 등의 자원에 관한 일정 변경이 불가피하게 되는 상황을 일정 재해(schedule disruption)라 한다[21, 34, 39]. 일정 재해의 원인으로는 기상 악화, 공항 혼잡으로 인한 지연, 정비 불량으로 인한 가용한 항공기의 부족, 운항 승무원의 부재 등이 있다. 일정 재해 발생시 항공기, 승무원 등의 자원을 재할당하여 재해로 인한 왜곡된 일정을 원래의 계획대로 신속히 복구하는 것은 중요한 문제이다. 특히, 일정 복구문제는 연쇄적인 항공편의 지연, 결항을 차단하기 위해 단 시간 내에 의사결정이 이루어져야 하는 실시간 문제가 된다. 일정 복구문제에는 항공기 일정 복구(aircraft recovery)와 승무원 일정 복구(crew recovery)가 있다.

4.1. 항공기 일정 복구

항공기 일정 복구는 재해 발생시 일반적으로 승무원 일정 복구보다 먼저 수행되고, 복구 비용이 승무원 복구 비용보다 일반적으로 더 높으므로 중요하게 다루어져야 한다.

항공기 일정의 복구 방법에는 항공기의 대체(swap), 항공편의 적절한 지연, 결항, 예비 항공기의 사용 등이 있다[4, 35]. 이 중 가장 경제적인 대안은 항공기 대체이다. 항공기 대체는 원래 특정 항공기에 할당된 항공편을 다른 항공기에 할당하는 것으로서 원래의 항공기와 같은 기종을 할당하는 기종 내 대체(within-fleet swap)와 다른 기종을 할당하는 기종 간 대체(inter-fleet swap)가 있다. 항공편의 적절한 지연 또한 일정 복구문제의 중요한 대안이다. 재해 기간이 짧고 그에 따라 많은 항공편이 영향을 받지 않을 경우에 항공편의 지연은 경제적인 복구 대안이 될 수 있지만, 너무 긴 시간의 지연은 연쇄적으로 다른 항공편에 영향을 끼침과 동시에 서비스 수준의 하락으로 비경제적인 대안이 될 수 있다. 예비 항공기의 사용은 일반적으로 승객을 탑승시키지 않고 항공기를 이동시키므로 가장 비경제적인 대안이라고 볼 수 있다.

항공기의 기종 내 대체, 결항을 고려한 항공기 일정 복구문제는 다음과 같은 정수계획으로 모형화가 가능하다[39].

$$\text{Min.} \sum_{k\in K}\sum_{p\in P} d_p^k x_p^k + \sum_{l\in L} c_l y_l \qquad (4\text{-}1)$$

$$\text{s.t.} \sum_{k\in K}\sum_{p\in P} a_{lp} x_p^k + y_l = 1, \ \forall l \in L \qquad (4\text{-}2)$$

$$\sum_{k\in K}\sum_{p\in P} b_{pt} x_p^k = h_t, \ \forall t \in S \qquad (4\text{-}3)$$

$$\sum_{p\in P} x_p^k = 1, \ \forall k \in K \qquad (4\text{-}4)$$

$$x_p^k \in \{0,1\}, \ \forall p \in P, \ \forall k \in K \qquad (4\text{-}5)$$

$$y_l \in \{0,1\}, \ \forall l \in L \qquad (4\text{-}6)$$

모형에서 L 은 항공편, S 는 공항, K 는 가용 항공기, P 는 항공기의 가능경로 집합이다. d_p^k 는 가능경로 $p \in P$ 가 항공기 $k \in K$ 에 할당시 할당비용을 나타내고, c_l 은 항공편 $l \in L$ 의 결항비용이다. a_{lp} 는 경로 p 의 항공편 l 의 포함 여부를 나타내는 것으로 만일, p 가 l 을 포함하면 1이고, 그렇지 않으면 0이다. b_{pt} 는 경로의 특정 종료공항 포함 여부를 표현하는 것으로 만일 p 의 종료공항이 $t \in S$ 이면 1이고, 그렇지 않으면 0이다. h_t 는 복구기간의 종료 시점에서 공항 t 에서 정상적인 운항 일정을 위해 필요한 항공기의 수를 의미한다. 결정 변수 y_l 은 항공

편 l의 결항 여부를 나타내는 이진 변수로 만일, 항공편 l이 결항되면 1이고, 그렇지 않으면 0이다. x_p^k는 항공기 k의 경로 p가 해에 포함되면 1이고, 그렇지 않으면 0이다.

식 (4-1)은 생성된 경로에 대한 항공기의 할당비용과 결항비용의 합으로 표현되는 총 복구비용을 나타낸다. (4-2)는 항공편에 대한 항공기 재할당 또는 결항을 표현하는 제약이다. 식 (4-3)은 공항 t에서 종료하는 모든 경로의 수는 h_t와 동일해야 한다는 것을 의미한다. (4-4)는 모든 가용 항공기는 빈 경로를 포함하여 오직 하나의 경로만을 가져야 한다는 제약이다.

해법으로는 제시된 모형은 집합 분할모형이기 때문에 분지한계법과 열 생성법이 조합된 방법이 사용될 수 있다. 한편, 항공기 일정 복구문제에서는 집합 분할모형 이외에 다품종 네트워크 흐름(multi-commodity network flow)을 이용한 모형[35]도 사용된다.

4.2. 승무원 일정 복구

승무원 일정 재해의 원인은 기상 악화로 인한 항공기 일정의 조정, 항공기의 결함, 예기치 못한 이유에 의한 승무원의 근무 불참 등의 이유 등이다. 흔히 일정 재해가 발생하면 항공기 일정 복구와 함께 승무원의 일정 복구도 수행되게 되는데, 승무원 일정 복구의 특성으로 대개는 항공기 일정 복구가 이루어진 다음 승무원 일정 복구가 이루어진다[26].

승무원 일정의 복구 방법에는 근무 승무원 간 대체(swap), 예비 승무원(reserve crew)의 사용, 이동 승무원(deadhead crew)의 사용 등이 있다. 근무 승무원 간 대체는 이 중 가장 경제적인 대안으로 승무원 간의 근무 경로 변경을 통해 이루어진다. 예비 승무원의 사용은 지상 대기 근무를 하는 예비 승무원을 통한 임무 교체를 의미한다. 이동 승무원의 사용은 대체할 가용 승무원이 존재하지 않을 때, 타 공항에서 항공편의 출발지로 승무원이 이동하는 경우를 의미하는 것으로 가장 비경제적인 대안이다. 그 이유는 이동 승무원은 이동 중에 승객 좌석을 점유할 뿐만 아니라, 이동 시간 또한 근무 시간에 포함되기 때문에 초과 비용을 유발시킨다.

승무원 일정 복구문제는 일정 재해로 인하여 결국 원래의 승무원 경로가 훼손되는 상황이므로 최소의 비용으로 관련 제약을 만족하면서 승무원 가능경로를 재생성 하는 문제로 정의된다. 승무원 일정 복구문제는 다음과 같은 정수계획으로 모형화가 가능하다[26, 37].

$$\text{Min.} \sum_{k\in K_e}\sum_{p\in P_k} c_p x_p + \sum_{l\in L_c} f_l k_l + \sum_{l\in L_c} d_l s_l + \sum_{k\in K_c} q_k v_k \quad (4\text{-}7)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{k\in K_e}\sum_{p\in P_k} b_{pl} x_p + k_l - s_l = 1, \ \forall l \in L_e \quad (4\text{-}8)$$

$$\sum_{p\in P_k} x_p + v_k = 1, \ \forall k \in K_e \quad (4\text{-}9)$$

$$0 \le s_l \le \max_l, \ \forall l \in L_e \quad (4\text{-}10)$$

$$x_p \in \{0,1\}, \ \forall p \in P_k, \forall k \in K_e \quad (4\text{-}11)$$

$$v_k \in \{0,1\}, \ \forall k \in K_e \quad (4\text{-}12)$$

$$k_l \in \{0,1\}, \ \forall l \in L_e \quad (4\text{-}13)$$

$$s_l \ge 0, \text{ integer} \ \ \forall l \in L_e \quad (4\text{-}14)$$

L_e는 기종 e가 운항 가능한 승무원들에 할당 가능한 항공편 집합이다. K_e는 기종 e가 운항 가능한 승무원 집합, P_k ($k \in K_e$)는 승무원 k의 가능경로의 집합을 나타낸다. c_p는 경로 p의 비용, f_l은 항공편 $l \in L$의 결항비용, d_l은 이동 승무원이 이동을 위해 항공편 l을 이용할 때의 소요비용, 그리고, q_k는 승무원 k에 경로가 생성되지 않았을 때 주거지로의 귀환비용을 나타낸다. b_{pl}은 경로의 항공편 포함 여부를 표현하는 것으로 만일 p가 항공편 l을 포함하면 1이고, 그렇지 않으면 0이다. $\max_l$은 항공편 l의 최대 허용 가능한 이동 승무원의 수를 나타낸다. 결정변수 x_p는 해에 경로 p가 포함되면 1, 그렇지 않으면 0이다. v_k는 승무원 k의 경로 생성여부를 나타내는 이진변수로 승무원 k가 경로를 가지지 않으면 1이고, 그렇지 않으면 0이다. k_l은 항공편 결항여부를 나타내는 변수로, 항공편 l이 결항되면 1, 그렇지 않으면 0이다. s_l은 항공편 l을 이용하여 이동하는 이동 승무원의 수를 나타내는 변수이다.

식 (4-7)은 승무원 일정 복구에 소요되는 총비용을 나타낸다. (4-8)은 항공편에서 이동 승무원의 수와 함께 결항여부를 표현하는 제약이다. (4-9)는 승무원 k의 경로 생성여부를 표현하는 제약을 표현한다. (4-10)은 항공편 l에 탑승하는 최대 이동 승무원의 수는 $\max_l$로 제한하는 제약이다.

승무원 일정 복구문제는 항공기 일정 복구문제에 비해 승무원의 복잡한 근무규칙,

복구 관련 비용 추정의 어려움, 넓은 해공간으로 인해 더욱 복잡성이 크다고 볼 수 있다. 일반적으로 많이 사용되는 해법은 주 문제와 종속 문제로 나눈 후 열 생성법을 이용하는 방법이다

5. 결론

본 연구에서는 항공 운영의 전반에 걸쳐 발생하는 최적화 문제들을 크게 계획관점과 운용관점에서 고찰하였다. 계획관점에서는 항공 일정설계문제, 기종 할당문제, 항공기 경로문제 등의 항공편 설계 및 항공기에 관련된 부분과, 승무원을 위한 승무원 경로문제와 승무원 할당문제가 논의되었다. 한편, 운용관점에서는 항공기, 승무원 복구문제를 다루었다.

항공 일정은 고객의 요구를 충족시키면서 이익을 극대화하기 위해서는 모든 항공 자원이 효율적으로 운영되도록 계획되어야 한다. 현재까지 항공 일정계획의 접근 방법은 일정계획과 관련된 여러 문제들이 대단히 상호 관련되어 있음에도 불구하고 각 문제의 대형 규모로 인해 통합적 접근 방법이 아니라 순차적 접근방법에 의존하고 있다. 따라서 통합적 접근 방법과 이를 해결할 수 있는 방법론에 관한 연구가 요구된다. 그리고, 항공 일정계획에서 비용 및 이익과 관련된 입력자료는 불확실성을 갖는다. 이러한 불확실성 하에서 강건한 해를 얻을 수 있는 모형의 설계와 그 해법에 관한 연구도 향후 흥미 있는 주제가 될 것이다. 또한. 4장에서 다룬 일정 복구문제는 항공 일정계획 분야에서 아주 중요한 과제임에도 아직까지 연구가 활발히 이루어 지고 있지 않다. 항공 재해 시 실시간에 효율적으로 항공기와 승무원 일정을 복구하는 문제는 앞으로 경영과학이 해결해야 할 과제일 것이다.

참 고 문 헌

[1] 김제철, 김연명, 김민정, 박진서, 「항공부문 중장기 발전 전략 수립 연구」, 한국교통연구원, 2006.

[2] Abara, J., "Applying integer linear programming to the fleet assignment problem," *Interfaces*, Vol.19, No.4(1989), pp.20–28.

[3] Ahuja, R.K., Goodstein, J., Mukherjee, A., Orlin, J.B., Sharma, D., "A very large-scale neighborhood search algorithm for the combined through and fleet assignment model," Working paper, MIT Sloan School of Management, No. 4388-01, Cambridge, MA, 2005.

[4] Arguello, M.F., Bard, J.F., Yu, G., "A GRASP for aircraft routing in response to grounding and delays," *Journal of Combinatorial Optimization*, Vol.5(1997), pp.211-228.

[5] Barnhart, C., and Cohn, A., "Airline Schedule Planning: Accomplishments and Opportunities," *Manufacturing & Service Operations Management*, Vol.6, No.1(2004), pp.3-22.

[6] Barnhart, C., Boland, N. L., Clarke, L. W., Johnson, E. L., Nemhauser, G. L., Shenoi, R. G., "Flight string models for aircraft fleeting and routing," *Transportation Science*, Vol.32(1998), pp.208-220.

[7] Barnhart, C., Johnson, E.L., Nemhauser, G.L., Savelsbergh, M.W.P., "Branch-and-price: Column generation for solving huge integer programs," *Operations Research*, Vol.46, No.3(1998), pp.316-329.

[8] Barnhart, C., Kniker, T.S., Lohatepanont, M., "Itinerary-based airline fleet assignment," *Transportation Science*, Vol.36(2002), pp.199–217.

[9] Barnhart, C., Lu, F., Shenoi, R., "Integrated airline schedule planning", In *Operations Research in the Airline Industry*, G. Yu (Eds.), Kruwer Academic Publishers, pp. 384-403, 1998.

[10] Belanger, N., Desaulniers, G., Soumis, F., Desrosiers, J., "Periodic airline fleet assignment with time windows, spacing constraints, and time dependent revenues," *European Journal of Operational Research*, Vol.175(2006), pp.1754-1766.

[11] Belanger, N., Desaulniers, G., Soumis, F., Desrosiers, J., Lavigne, J., "Weekly airline fleet assignment with homogeneity," *Transportation Research Part B*, Vol.40(2006), pp.306–318.

[12] Berge, M.E., Hopperstad, C.A., "Demand driven dispatch: A method for dynamic aircraft capacity assignment, models and algorithms," *Operations Research*, Vol.41(1993), pp.153–168.

[13] Butler, G., *Handbook of Airline Operations, 2nd edition*, Aviation Week, 2002.

[14] Clarke, L., Johnson, E., Nemhauser, G., and Zhu, Z., "The aircraft rotation problem," *Annals of Operations Research*, Vol.69(1997), pp.33-46.

[15] Cordeau, J.F., Stojkovic, G., Soumis, G., Desrosiers, J., "Benders decomposition for simultaneous aircraft routing and crew scheduling," *Management Science*, Vol.47(2001), pp.833-852.

[16] Desaulniers, G., Desrosiers, J., Dumas, Y., Solomon, M.M., Soumis, F., "Daily aircraft routing and scheduling,." *Management Science*, Vol.43(1997), pp.841–855.

[17] Gopalakrishnan, B., Johnson, E.L., "Airline Crew Scheduling: State-of-the-art," *Annals of Operations Research*, Vol.140(2005), pp.305–337.

[18] Gopalan, R., and Talluri, K.T., "The aircraft maintenance routing problem," *Operations Research*, Vol.46, No.2(1998), pp.260-271.

[19] Gu, Z., Johnson, E.L., Nemhauser, G.L., Wang, Y., "Some properties of the fleet assignment problem," *Operations Research Letters*, Vol.15(1994), pp.59–71.

[20] Hane, C.A., Barnhart, C., Johnson, E.L., Marsten, R.E., Nemhauser, G.L., Sigismondi, G., "The fleet assignment problem: Solving a large-scale integer program," *Mathematical Programming*, Vol.70(1995), pp.211–232.

[21] Jarrah, A., Yu, G., Krishnamurthy, N., and Rakshit, A., "A decision support framework for airline flight cancellations and delays," *Transportation Science*, Vol.27, No.3(1993), pp.266-280.

[22] Jenkins, D., *Handbook of Airline Economics, 2nd edition*, Aviation Week, 2002.

[23] Kim, J.H., "An Agent-based Model for Airline Evolution, Competition and Airport Congestion," Ph.D. Dissertation, *Virginia Polytechnic Institute & State University*, 2005

[24] Kohl, N., Karisch, S.E. "Airline Crew Rostering: Problem Types, Modeling, and Optimization," *Annals of Operations Research*, Vol.127(2004), pp.223–257.

[25] Kohl, N., Larsenb, A., Larsenc, J., Rossd, A., Tiourinee, S., "Airline disruption management: Perspectives, experiences and outlook," *Journal of Air Transport Management*, Vol.13 (2007), pp.149–162.

[26] Lettovsky, L., Johnson, E.L., Nemhauser, G.L., "Airline Crew Recovery," *Transportation Science*, Vol.34, No.4(2000), pp.337-348.

[27] Lohatepanont, M., Barnhart, C., "Airline schedule planning: Integrated models and algorithms for schedule design and fleet assignment," *Transportation Science*, Vol.38(2004), pp.19–32.

[28] Rexing, B., Barnhart, C., Kniker, T.S., Jarrah, T.A., Krishnamurthy, N., "Airline fleet assignment with time windows," *Transportation Science*, Vol.34(2000), pp.1–20.

[29] Rosenberger, J. M., Johnson, E. L., Nemhauser, G. L., "A robust fleet assignment model with hub isolation and short cycles," *Transportation Science* 38(2004), pp.357-368.

[30] Rushmeier, R.A., Kontogiorgis, S.A., "Advances in the optimization of airline fleet assignment," *Transportation Science*, Vol.31(1997), pp.159–169.

[31] Sherali, H.D., Bish, E.K., and Zhu, X., "Airline fleet assignment concepts, models, and algorithms," *European Journal of Operational Research*, Vol.172(2006), pp.1-30.

[32] Smith, B., Johnson, E. L., "Robust airline fleet assignment: imposing station purity using station decomposition," *Transportation Science*, Vol.40(2006), pp.497-516.

[33] Sosnowska, D., "Optimization of a simplified fleet assignment problem with metaheuristics: Simulated annealing and GRASP," In: Pardalos, P.M., *Approximation and Complexity in Numerical Optimization: Continuous and Discrete Problems*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, pp.477-488, 2000.

[34] Teodorovic, D., and Guberinic, S., "Optimal dispatching strategy on an airline network after a schedule perturbation," *European Journal of Operational Research*, Vol.15, No.2(1984), pp.178-182.

[35] Thengvall, B.G., Bard, J.F., Yu, G., "Balancing user preferences for aircraft schedule recovery," *IIE Transactions*, Vol.32(2000), pp.181-193.

[36] Vance, P.H., Barnhart, C., Johnson, E.L., Nemhauser, G.L., "Airline crew scheduling: A new formulation and decomposition algorithm," *Operations Research* Vol.45, No.2(1997), pp.188-200.

[37] Wei, G., Yu, G., "Optimization model and algorithm for crew management during airline irregular operations," *Journal of Combinatorial Optimization*, Vol.1(1997), pp.305-321.

[38] Yan, S., Chang, J.C., "Airline cockpit crew scheduling," *European Journal of Operational Research*, Vol.136(2002), pp.501-511.

[39] Yu, G., *Operations Research in the Airline Industry*, Kluwer Academic Publishers, MA, 1998.