

# 이동 경계면을 가진 고체 추진제 연소 유동장의 해석 기법 연구

성형건\* · 박솔\* · 홍기철\* · 노태성\*\* · 최동환\*\*

## Study on Simulation Method for Combustion Flow Field with the Moving Boundary of Solid Propellants

Hyung-Gun Sung\* · Sol Park\* · Gi-Cheol Hong\*  
· Tae-Seong Roh\*\* · Dong-Whan Choi\*\*

### ABSTRACT

A numerical method for the moving boundary required in analysis of the combustion phenomenon of the solid propellant has been studied. The ghost cell extrapolation has been used in the Eulerian coordinate system. The Lagrangian method has been used in Non-Eulerian coordinate system. Results of the numerical analysis were verified by comparing to theoretical results of 1-D free-moving piston in the pipe.

### 초 록

고체 추진제 연소 현상을 해석할 때 요구되는 이동 경계면에 대한 수치 기법을 연구하였다. Eulerian 좌표계에서는 Ghost-Cell Extrapolation 기법을 적용하였고, Non-Eulerian 좌표계에서는 Lagrangian 기법을 적용하여 이동 경계면을 해석하였다. 도관 내 일차원 자유 피스톤 운동을 이 수치 기법으로 해석하여 이론 결과 값과 비교 검증하였다.

Key Words: Interior Ballistics(강내탄도), Moving Boundary(이동 경계), Coordinate system (좌표계)

### 1. 서 론

고체 추진제는 로켓, 미사일, 화포의 장약 등에 많이 사용되고 있고 특히, 고체 로켓 모터와 관련하여 많은 연구가 이루어져 왔다. 고체 추진

제를 사용하는 대부분의 시스템은 고체 추진제가 연소함에 따라 연소실의 공간이 변화하게 되고 특히, 화포의 경우 고체 추진제의 연소에 의한 기공율이 증가하고 탄자의 이동에 의한 제어 체적이 증가하게 된다. 기존 고체 추진제 연소 유동장 해석의 경우 대부분 이러한 현상을 고려하지 않았다. 본 연구에서는 기공율 변화와 제어 체적 변화가 핵심 변수인 화포의 강내탄도를 해석 시스템으로 선정하여 연구를 수행하였다.

\* 인하대학원 항공공학과

\*\* 인하대학교 항공우주공학과

연락저자, E-mail: seaoffall@korea.com

강내탄도는 화포의 약실 내 고체 추진제가 점화 가스에 의해 연소하고 생성된 가스의 압력에 의해 탄자가 가속되어 포구를 이탈하는 일련의 과정이다. 강내탄도와 관련한 국내 연구에서 이상길은 무차원 Lumped Parameter model를 이용한 연구를 수행하였다[1]. 조한창 등은 연소가스와 추진제를 Eulerian 좌표계의 지배 방정식을 이용하여 1차원 강내탄도 연구를 수행하였고 유동장과 경계면의 제어체적을 따로 구분하여 이동 경계면을 해석하였다[2].

미국의 U.S. Army Research Laboratory에서는 NGEN(Next-Generation Interior Ballistics) 프로그램을 개발하였다. NGEN은 다상(가스/액체/고체) 3차원 CFD 코드로서 이동 경계면과 직교 좌표계를 이용하기 위해 VOF(Volume of Fluid) 기법 중 하나인 Flux-Corrected Transport Algorithm을 사용하였다[3].

강내탄도는 크게 고체 추진제 점화와 연소 과정과 일정 압력이 도달한 이후 탄자가 이동하는 두 가지 과정으로 구분할 수 있는데, 본 연구에서는 일정한 압력이 도달한 상태에서 탄자 이동에 의한 유동장 변화를 계산하는 수치 기법을 연구하였다. Eulerian 좌표계와 Non-Eulerian 좌표계에서 이동 경계면과 내부 유동장을 해석하여 수치 기법의 특징을 분석하였다[4,5].

## 2. 본 론

### 2.1 강내탄도의 이동 경계면

Figure 1은 강내탄도를 간단히 도식화 한 것으로 크게 두 가지 과정으로 나눌 수 있다. 이동 경계면은 Process 2에서 일어나는 주 현상으로 유동장 해석 좌표계에 따라 크게 두 가지로 구분하여 수치 해석하였다. 먼저, Eulerian 좌표계의 경우 탄자가 이동함에 따라 탄자가 차지하고 있던 공간에 격자를 추가시켜 계산하는 것이다. 추가된 격자를 계산하는 방법으로 Ghost-Cell Extrapolation 기법을 이용하였다.

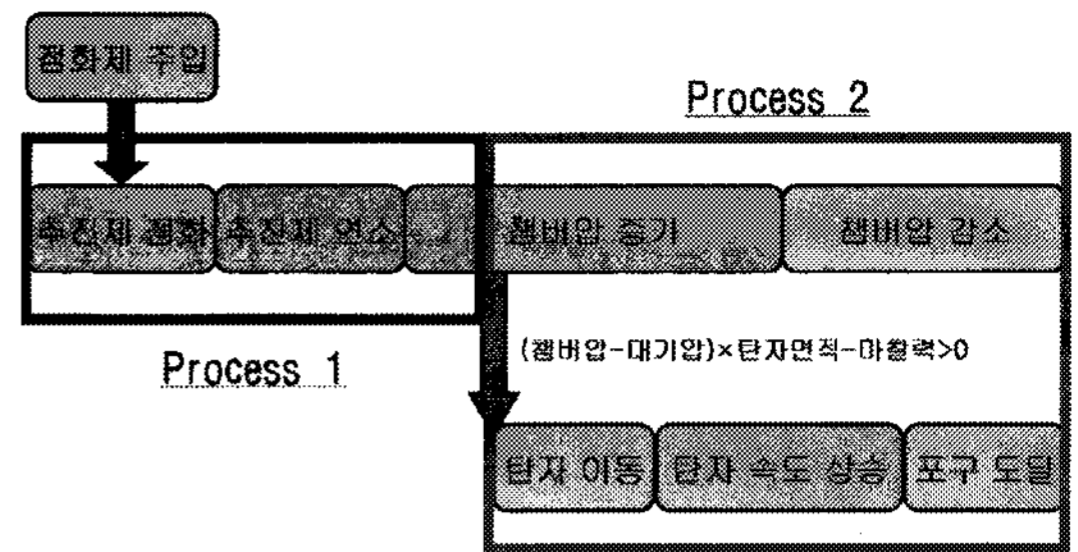


Fig. 1 Diagram of Simplified Interior Ballistics

Non-Eulerian 좌표계의 경우 탄자가 이동함에 따라 격자도 이동시켜 계산하는 것이다. 격자의 이동 속도와 유동장의 속도가 다른 SCL(Space Conservation Law) 기법과 격자의 이동 속도와 유동장의 속도가 같은 Lagrangian 기법으로 다시 구분되며 이 중 Lagrangian 기법을 이용하여 이동경계면을 계산하였다[6].

### 2.2 탄자 운동 방정식

탄자의 운동방정식으로 아래와 같으며 이를 통해 탄자의 가속도를 구할 수 있다.

$$m_p a_p = (P_f - P_a) A_p - F_{fr} - F_{drag} \quad (1)$$

여기에서  $m_p$ 은 탄자의 질량,  $a_p$ 는 탄자의 가속도,  $P_f$ 는 대기압으로 탄자 전면의 작용하는 압력,  $P_a$ 는 추진제 연소가스의 압력으로 탄자 후면의 압력,  $A_p$ 는 탄자의 단면적,  $F_{fr}$ 는 탄자의 마찰력,  $F_{drag}$ 는 탄자의 항력이다. 탄자의 가속도는 탄자의 속도에 관한 상미분 방정식이며, 탄자의 속도는 탄자의 위치에 관한 상미분 방정식이다.

$$a = \frac{dV_p}{dt} \quad (2)$$

$$V_p = \frac{dX_p}{dt} \quad (3)$$

$V_p$ 는 탄자의 속도이며,  $X_p$ 는 탄자의 위치이다.

## 22 Ghost-Cell Extrapolation Method

Ghost-Cell Extrapolation 기법은 이동 경계에 의해 새로 생성된 경계면 격자를 계산하는 방법이다. 새로 생성된 경계점의 밀도, 압력, 엔탈피를 재구성하는 방정식은 아래와 같다.

$$\bar{\rho}_{RB} = \bar{\rho}_{J-1} \quad (4)$$

$$P_{RB} = (\gamma - 1) \left[ \bar{E}_{J-1} - \frac{\bar{\rho}_{J-1} u_{J-1}^2}{2} \right] \quad (5)$$

$$\begin{aligned} h_{RB} &= h_{J-1} = \bar{E}_{J-1} + P_{RB} \\ &= \bar{E}_{J-1} + \frac{P_{RB}}{\bar{\rho}_{RB}} \end{aligned} \quad (6)$$

계산의 효율성을 위해 이동경계면이 초기에 결정된 한 개의 셀의 거리만큼 움직이도록  $\Delta t$ 를 매 시간대마다 계산하여 이동경계면의 위치가 계산 격자의 경계에 위치하도록 조절하였다.

## 24 Lagrangian 기법

Lagrangian 방법은 격자의 제어 체적을 하나의 가스 덩어리 상태로 고려하는 것으로 격자의 제어 체적 경계면의 속도가 유동속도와 동일하기 두기 때문에 격자의 제어 체적간의 질량 변화가 없다. 이로 인해 1차원 유동장의 지배 방정식은 상미분 방정식 형태가 된다. 질량 보존 방정식은 Eq. 7의 격자의 경계면의 위치 방정식으로 변환되고, Eq. 7에 의해 자동으로 이동 경계면을 해석할 수 있게 된다.

$$\frac{dx_{j \pm \frac{1}{2}}}{dt} = u_{j \pm \frac{1}{2}} \quad (7)$$

운동량 방정식은

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} m_j \bar{u}_j &= P_{j-\frac{1}{2}} A_{j-\frac{1}{2}} - P_{j+\frac{1}{2}} A_{j+\frac{1}{2}} \\ &+ \bar{P}_j \{A_{j-\frac{1}{2}} + A_{j+\frac{1}{2}}\} - F_{wall} \end{aligned} \quad (8)$$

이고,  $F_{wall}$ 은 점성에 의한 벽면에서 생기는 마찰력이다.

에너지 방정식은

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} m_j \bar{E}_j &= P_{j-\frac{1}{2}} A_{j-\frac{1}{2}} u_{j-\frac{1}{2}} \\ &- P_{j+\frac{1}{2}} A_{j+\frac{1}{2}} u_{j+\frac{1}{2}} + q_j \end{aligned} \quad (9)$$

이고,  $q_j$ 는 벽면에서의 열 전달률이다.

## 25 수치 해석

이동 경계면의 경계조건은 탄자의 운동 방정식에서 계산된 속도와 거리이고, 이를 Ghost-Cell Extrapolation 기법과 Lagrangian 기법에 적용하여 수치 해석하였다.

Ghost-Cell Extrapolation 기법에 사용된 유동장 수치 해석 알고리즘은 압축성을 고려한 수정된 SIMPLE 알고리즘을 사용하였다. 내부유동의 지배방정식은 Euler 방정식을 사용하였다. 공간 차분은 QUICK Scheme을 이용하였고, 탄자 운동방정식은 Runge-Kutta 2th Order를 이용하여 계산하였다.

Lagrangian 기법에서 경계면의 밀도, 압력, 속도는 Approximate Riemann Solver와 Minmod 내사법을 사용하여 계산하였고, 시간 적분은 Predicted-Corrected Scheme을 사용하였다.

## 2.6 검증

Table 1. Initial Value of Test model

초기 압력	1.0e+5 (Pa)
초기 밀도	1.0 (kg/m <sup>3</sup> )
초기 온도	348.5 (K)
피스톤 질량	0.001 (kg)
도관 직경	0.01 (m)
피스톤 앞면 압력	0.0 (Pa)
도관 초기 길이	4.0 (m)

검증은 1차원 도관 내 피스톤 움직임을 Ghost-Cell Extrapolation 기법과 Lagrangian 기법으로 수치 해석하고 이론값과 비교하여 검증하였다. Table 1은 검증 모델의 초기 조건이다. 벽면은 단열조건을 적용하였고, 탄자와 벽면의 마찰력은 무시하였다. 온도 차에 따른 열전달은 검증모델에서 주요 변수가 아니며 이론값과의 비

교를 위해 고려하지 않았다. EOS는 이상기체 상태 방정식을 사용하였다.

### 3. 결 론

고체 추진제 연소 현상을 해석할 때 요구되는 좌표계에 따른 이동 경계면의 수치 기법을 연구하였다. Non-Eulerian 좌표계에서 사용되는 Lagrangian 기법을 적용하여 도관 내 피스톤 움직임을 해석하여 이론값과 비교한 결과 정량적으로 유사한 결과 나오는 것을 확인하였다.

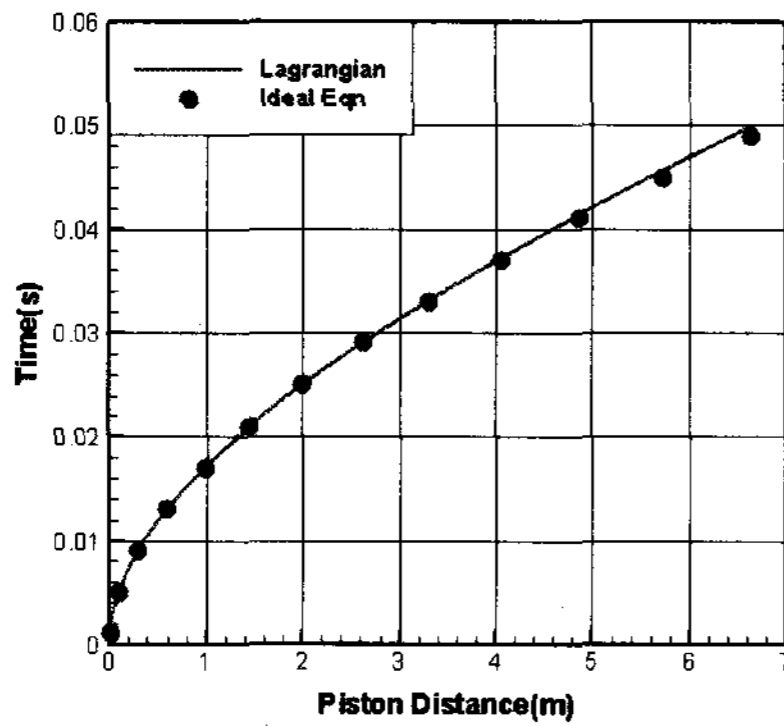


Fig. 2 Time as a function of distance for the piston in tube

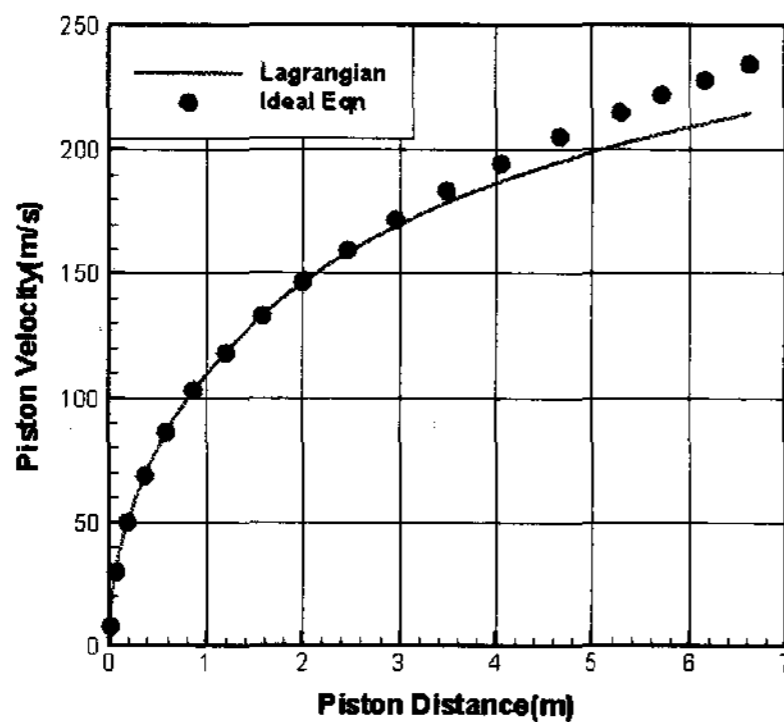


Fig. 3 Velocity as a function of distance for the piston in tube

Figure 2, 3은 Lagrangian 기법으로 도관 내 피스톤의 움직임을 해석한 결과와 이론 결과값을 비교한 그림이다. Fig. 2에서 보듯이 피스톤이 이동한 거리에 도달하는 걸리는 시간은 이론값과 동일하였다. Fig. 3의 피스톤이 이동한 거리에 따른 피스톤의 속도는 거의 유사하였지만, 이동 거리가 길어짐에 따라 이론값과 차이가 났다. 이는 이론식이 동적인 내부 유동장을 고려하지 않았기 때문에 발생하는 것으로 보여진다.

### 후 기

본 연구는 방위사업청과 국방과학연구소의 연구비 지원을 받아 이루어졌으며 지원에 감사드립니다.

### 참 고 문 헌

1. 이상길, "증분탄도 공식에 의한 강내탄도 연구," 육군 논문집, 제43권, 1992, pp.443-456
2. 조한창, 윤재건, 신현동, 김종욱, "이동경계면을 갖는 연소실내에서의 입자상의 고체연료 연소장 예측," 대한 기계학회 논문집, 제16권, 제12호, 1992, pp.2385~2394,
3. P. S. Gough, "Initial Development of Core Module of Next Generation Interior Ballistic Model NGEN," ARL-CR-234, 1995
4. Elaine S. Oran and Jay P. Boris, Numerical Simulation of Reactive Flow second ed., Cambridge university press, 2001
5. I. Demirdzic, M. Peric, "Space Conservation Law in Finite Volume Calculations of Fluid Flow," International Journal of Numerical Methods in Fluids, Vol. 8, pp.1037~1050, 1988
6. P. A. Jacobs, "Shock Tube Modelling With L1d," The University of Queensland Report 13/98, 1998