韓國數學敎育學會
<全國數學敎育硏究大會 프로시딩>
제 39회. 2007. 10. 19-31

Korea Soc. Math. Ed.
Proceedings of National Meeting of Math. Ed.
The 39th. Oct. 2007. 19-31

우리나라 수학교육 정상화를 위한 필요조건들

배 종 수 (서울교육대학교)

Ⅰ. 시작하는 말

지금 우리 수학교육은 과거 그 어느 때 보다도 국민들에게 신임을 받지 못하고 있는 것 같다. 의미 없는 문제 풀이 중심의 선행 학습과 같은 사교육의 기승은 결국 학교 수학교육의 붕괴를 초래했으며, 이는 이공계 대학교육의 부실, 사교육비의 상승, 교육 이민 열풍, 강남 부동산 값 폭등 등으로 이어지며 사회적 문제로까지 번진지 참으로 오래 되었다. 심지어 정부에서는 사교육과의 전쟁을 선포할 만큼 학교 수학교육은 심각한 지경에 이르렀다.

그럼에도 불구하고 수학교육계에서는 특별한 대책을 세우지 못하고 있다. 오히려 시간이 지남에 따라 우리나라의 수학교육은 계속 뒷걸음질치고 있다는 인상을 지울 수가 없다. 유치원에 다니는 거의 모든 아이들은 수학을 좋아하지만 초등학교 4학년, 중학교 2학년, 고등학교 1, 2학년을 거치면서 수학을 싫어하고 포기하기 시작하여, 결국 고등학교 3학년에 이르러서는 상당수 학생들이 수학을 포기하고 있는 이 현상은 그에 대한 증거라고 할 수 있다.

2001년에 S대학 공과대학에서 수학 강의가 정상적으로 운영될 수 없기 때문에 우열반을 편성하여 강의하기로 결정했던 것은 우리나라 수학교육이 어느 정도까지 뒷걸음질 쳤는지 여실히 보여주는 충격적인 사례이다. 이 예는 대학수학능력시험(수능)에서 높은 점수를 받은 학생들이 실제적으로는 수학 기초 학력조차도 되지 않아 대학 강의를 들을 수 없다는 증거이며, 대학수학능력시험(수능)이 제 역할을 할 수 있도록 출제하지 못하여 기초 학력조차 제대로 평가하지 못하고 있다는 비판을 받을 수 있는 하나의 증거가 되는 것이다.

우리나라 수학교육의 붕괴에 대한 원인을 찾고, 수학교육을 정상화시키는 근본적인 대안을 찾기란 매우 어려운 작업이다. 그렇다고 우리나라 수학교육 정상화를 포기할 수 없다. 어떻든 원인을 찾고 대안을 찾아야만 한다. 우리나라 수학교육의 붕괴에 대한 원인은 여러 측면에서 접근할 수 있다. 그 원인은 수학교육을 연구하는 전문가, 수학을 가르치는 교사, 수학을 교육 받는 학생, 수학교육 제도, 수학교육을 둘러싼 사회 여건, 일류만을 바라는 사회의 풍조 등 여러 곳에서 찾을 수 있다.

본고에서는 우리나라 수학교육이 정상화되는 필요조건 중에서 저자가 중요하다고 인정되는 4가지, 즉 수학과 수학교육의 구별, 수학적 개념·원리·법칙에 대한 정립, 평가 방법의 개선, 추론 교육에 대하여 논의하고자 한다.

Ⅱ. 수학교육에서 고려해야 할 두 가지 질문 형태

논의에 앞서 문제 제기로서 두 가지 질문 형태를 고려한다.

(형태 1-1) 혼합계산 $3+2\times4$는 얼마인가?

(형태 1-2) 왜 $3+2\times4\neq20$이고, $3+2\times4=11$이라고 생각합니까?

[질문] 덧셈과 곱셈이 혼합된 계산은 곱셈 먼저 계산하고 덧셈을 나중에 계산하도록 약속하게 된 배경은 무엇인가? 이 점을 학생들에게 어떻게 교육하여야 하는가?

(형태 2-1) 유리수(有理數, rational number)는 정수의 비를 나타낸다. 유리수를 하나 써라.

(형태 2-2) 유리수(有理數, rational number)는 정수의 비를 나타낸다. 두 정수 -2, +3에서 두 정수의 비 $-2:+3$을 왜 $-2:+3\neq\frac{+3}{-2}$, 왜 $-2:+3=\frac{-2}{+3}=-\frac{2}{3}$라고 생각합니까?

[질문] 유리수의 개념은 분수에 +, - 부호를 붙이는 것이 아니다. 유리수는 정수의 비를 나타내는데, 결과적으로 분수에 +, - 부호를 붙이는 것처럼 보일 수도 있다. 그러나 사실은 그렇지 않다. 이 점을 학생들에게 어떻게 교육하여야 하는가?

(형태 3-1) x^2+2x+2를 인수분해 하여라.

(형태 3-2) x^2+2x+2는 왜 인수분해가 되지 않는다고 생각합니까?

[질문] x^2+2x+2가 인수분해가 되지 않는다는 것을 인수분해 개념이 비추어 설명되어져야 할 것이다. 인수분해 개념이 무엇이기에 x^2+2x+2는 인수분해가 되지 않는다고 학생들에게 어떻게 교육하여야 하는가?

(형태 4-1) 방정식 $x^2+2x+2=0$의 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha+\beta$와 $\alpha\beta$를 구하여라.

(형태 4-2) 방정식 $x^2+2x+2=0$의 근을 α, β 라고 할 때, 왜 $\alpha+\beta$와 $\alpha\beta$를 구한다고 생각합니까?

[질문] 방정식 $x^2+2x+2=0$의 근을 구하면 충분하다, 그런데 왜 $\alpha+\beta$와 $\alpha\beta$를 구하여야 하는가? 라고 질문한다면 어떻게 답변하여야 하는가?

Ⅲ. 수학과 수학교육의 구별

1. 수학의 생성 발전 과정 모형

순수 수학은 추상적으로 약속한 정의에서 출발하고, 이를 활용하기 위하여 정리나 성질을 발견하고, 또 필요하다면 정의를 약속하고, 지금까지 약속한 정의와 증명된 정리나 성질을 이용하여 활용하

기 위하여 새로운 정리나 성질을 발견한다. 이런 과정이 계속 반복되면서 순수 수학은 생성되어 발전하고 있는 것이다.

그런데 발견된 정리나 성질을 활용하기 위해서는 정리나 성질이 옳아야만 한다. 증명은 그 정리나 성질이 옳은지를 논리적으로 밝히는 과정이다.

(정의 몇 개) $\xrightarrow{\text{활용}}$ (증명된) 정리, 성질 발견 + (정의 몇 개) $\xrightarrow{\text{활용}}$ (증명된) 정리, 성질 발견 + (정의 몇 개) $\xrightarrow{\text{활용}}$

[1] 수학의 생성 발전 과정 모형의 예 : 자연수의 생성 발전 과정 모형

자연수를 정의함으로 출발한다. 자연수 정의를 기초로 하여, 활용 측면에서 '크기 비교 성질' 등을 발견한다. 또, 필요하다면 덧셈의 정의를 첨가한다. 지금까지 약속한 정의와 정리, 성질을 기초로 하여, 활용 측면에서 덧셈의 교환 법칙과 결합 법칙 등을 발견한다. 이런 과정이 반복되면서 수학이 발전한다.

(자연수 정의) $\xrightarrow{\text{활용}}$ 크기 비교 성질 발견 + (덧셈 정의) $\xrightarrow{\text{활용}}$ 덧셈 교환, 결합 법칙 발견 + (뺄셈 정의) $\xrightarrow{\text{활용}}$

[2] 정리, 성질의 활용 예 : 자연수의 덧셈 결합법칙

㉠ $(7+5)+6 = 7+(5+6)$ ㉠은 왜 좋지 못한가?

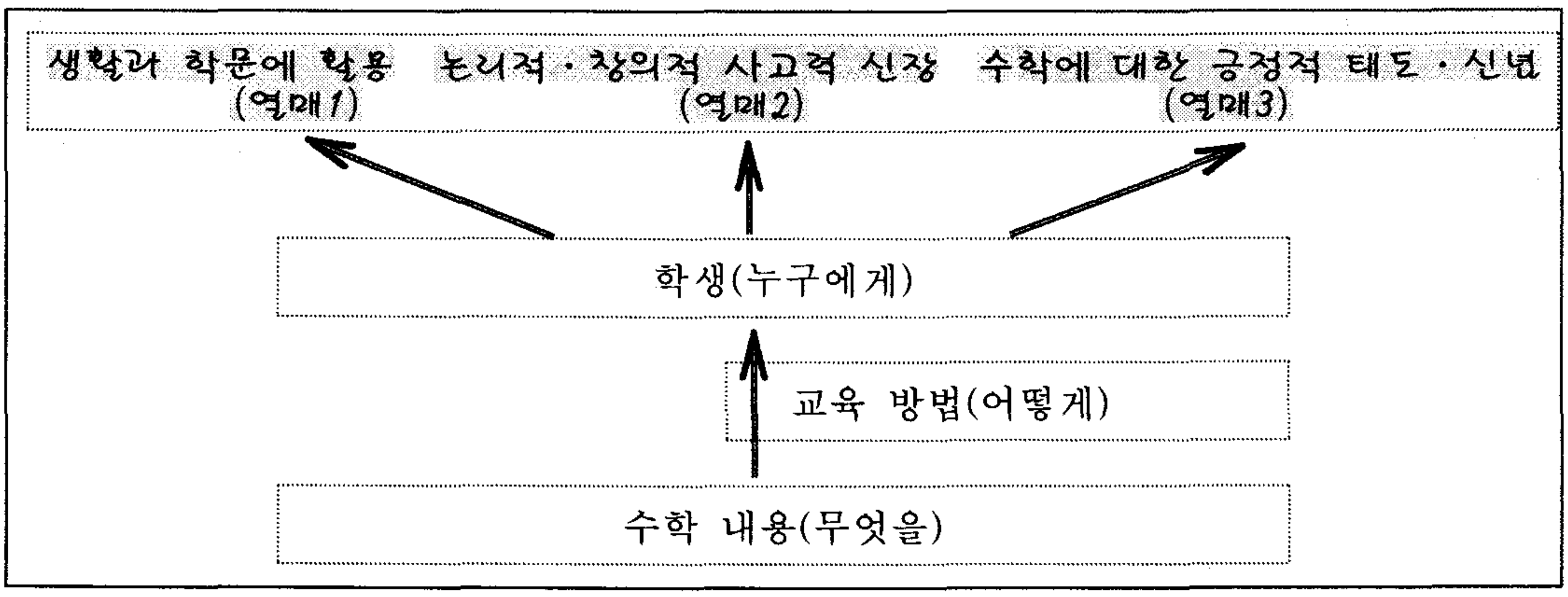
㉡ $(7+3)+6 = 7+(3+6)$ ㉡ 10+6과 7+9 중에서 어느 쪽이 더 편리한가?

㉢ $\underline{(7+4)+6} = \underline{7+(4+6)}$ ㉢ 11+6과 7+10 중에서 어느 쪽이 더 불편한가?

활용의 측면에서 성질을 발견하기 위하여 고통스런 상황이 먼저 제시되어야 함	활용의 측면에서 쉽고, 간단하고, 편리하고, 빨리하기 위하여 성질을 발견

2. 수학교육의 3가지 관점

수학교육에서 고려해야 하는 것은 수학 내용, 학생 심리, 교육 방법의 3가지이다. 즉, 수학교육은 교육하게 될 '수학 내용'을 교육의 대상인 '학생(학생 심리)'에게 어떻게 교육할 것인가를 모색하는 '교육 방법'의 3가지 측면에서 고려되어야 한다.



가분수를 예로 생각해 보자. 가분수의 개념, 원리, 법칙, 가분수를 가르치는 이유 등과 같은 수학 내용을(첫째), 학생 심리를 고려하여(둘째), 학생들에게 교육함으로 인하여(셋째) 학생들로 하여금 가분수는 생활의 활용과 학문의 기초로서 활용하는 곳을 알게 하며(열매1), 논리적이고 창의적인 사고력을 기르며(열매2), 수학에 대한 긍정적인 태도와 신념을 갖게 하는 것이다.(열매3)

Ⅳ. 정의와 수학적 개념의 구별

순수 수학에서 기본이 되는 것이 정의(定義, definition)이고, 수학교육에서 기본이 되는 것이 수학적 개념(數學的 槪念, mathematical concept)이다. 그러므로 수학의 정의와 수학적 개념은 서로 다른 의미의 용어이다.

저자는 1994년 미국 아이오아 주립대학 도서관에 있는 순수 수학 도서와 수학교육 도서의 찾아보기(index)를 각각 조사하였다. 순수 수학 도서의 찾아보기에서는 수학적 개념(mathematical concept) 또는 개념(concept)이라는 용어를 발견할 수 없었고, 수학교육 도서의 찾아보기에서 수학적 개념(mathematical concept) 또는 개념(concept)이라는 용어는 발견할 수 있었다. 그런데, 수학적 개념 또는 개념에 대하여 구체적인 설명은 없고 활용만 하고 있음을 발견할 수 있었다.

이는 수학적 개념 또는 개념이라는 용어는 순수 수학 용어가 아님을 간접적으로 증명하는 것이며, 미국 수학교육에서도 수학적 개념 또는 개념이라는 용어가 구체적으로 통일되어 있지 않고 있음을 나타내는 하나의 증거이었다.

순수 수학에서 정의와 수학교육에서 수학적 개념을 구별하기 위하여 구체적인 예로서 분수를 논의한다.

1. 순수 수학에서 정의

순수 수학에서 분수의 정의는 다음과 같이 되어 있다.

분수는 $b \neq 0$일 때, 범자연수의 순서쌍 $\frac{a}{b}$(또는 a/b)로 표현될 수 있는 수이다. 집합 표시로 분수 집합은 $F = \{\frac{a}{b} \mid a$와 b는 범자연수, $b \neq 0\}$이다.

2. 수학교육에서 수학적 개념

수학교육에서 수학적 개념은 다음과 같은 여러 가지를 고려하여야 한다.

(1) 분수의 수학적 개념의 의미는 다음과 같다.

① 분수는 상대적인 양에 초점을 맞추는 수이다. 예로, 분수 $\frac{1}{4}$은 동등한 분할의 수, 위치, 방향, 배열, 모양, 크기 등에 관계없이 상대적인 양을 나타낸다.

② 분수는 전체와 부분과의 관계를 나타내는 숫자로서 고려한다. 예로, 분수 $\frac{1}{4}$은 $\frac{1}{4}=\frac{2}{8}=\frac{3}{12}=\cdots$ 등으로 고려된다.

(2) 분수의 수학적 개념에서 동등한 분할을 어떻게 판단할 것인가?

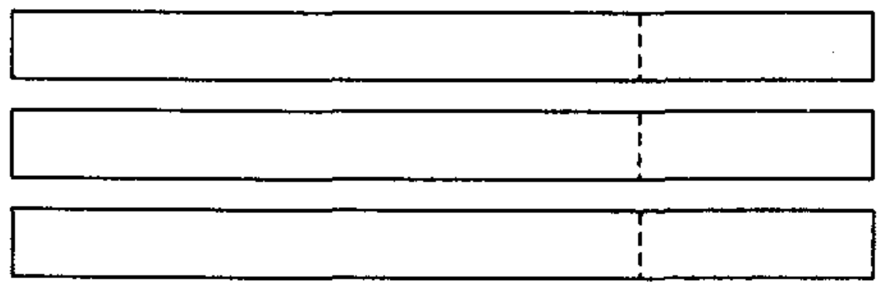
① 상대적인 양으로서 분수 $\frac{1}{4}$은 동등하게 4개로 분할한 양 중에서 1개를 택하는 경우이다. 상대적인 양이라면 그림 1과 그림 2의 경우를 분수 $\frac{1}{4}$이라고 할 수 있다. 즉, 모양과 크기가 같도록 분할하지 않고 크기만 같도록 분할하여도 충분할 것이다.

<그림 1> <그림 2>

② 동등하게 분할한 활동으로서 분수 $\frac{1}{4}$은 동등하게 4개로 분할한 것 중에서 1개를 택하는 경우이다. 그림 1과 같이 모양과 크기가 동등하게 4개로 분할한 것 중에서 부분 1개를 택한 것으로 판단하여야 한다.

예로, 빵 3개를 4명이 동등하게 나누는 방법을 생각해 보자.

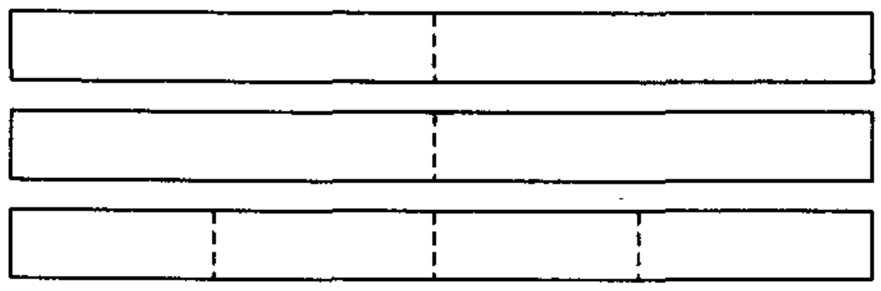
<그림 3>은 3사람이 각각 빵 한 개의 $\frac{3}{4}$을 갖게 되고, 1사람은 $\frac{1}{4}$짜리 3개를 갖게 되어 양이라는 면에서는 동등하게 분할하였다고 판단할 수 있지만, 실제에 있어서는 동등하게 나누었다고 말할 수 없다.



<그림 3>

그러나, 그림 4는 4사람이 모두 모양과 크기가 같기 때문에 동등하게 나누었다고 말할 수 있다. 그래서 동등하게 분할하기 위하여 분수 $\frac{3}{4}$을 단위 분수의 합으로 나타내었다.

$$\frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$



<그림 4>

(3) 학교교육에서 분수의 개념에서 동등하게 분할의 해석을 크기만으로 할 것인가? 모양과 크기로 해석하여야 하는가?

서울교육대학교 제7차 초등학교 수학교과서 편찬위원회에서는 그림 1과 그림 2로 각각 결정했을 경우의 수학교육적인 장단점을 각각 논의하여 그림 1과 같이 결정하기로 하고 교과서를 편찬하였다. 불행하게도 외국의 많은 도서에서 그림 2와 같이 분수를 나타낸 사례를 발견하지 못한 것도 그림 1처럼 결정을 내리게 된 동기 중의 하나이다.

3. 분수가 아닌 분수

(1) 분자와 분모가 같거나 큰 분수에 대하여 논의해 보자. 즉 분자가 분모와 같은 분수 $\frac{1}{1}$, $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$, …와 분자가 분모보다 큰 분수 $\frac{5}{4}$, $\frac{8}{5}$, $\frac{117}{35}$, …를 생각해 보자.

이 분수들은 순수 수학에서 분수의 정의에 합당하다. 순수 수학에서 분수의 정의는 $\{\frac{a}{b} \mid$ a와 b는 범자연수, $b \neq 0\}$와 같이 분모도 범자연수이고 분자도 범자연수이기 때문이다.

그러나 분수들은 동등하게 분할한 전체의 개수와 부분의 개수와의 상대적인 관계를 나타내는 의미가 아니기 때문에 수학교육에서 나타내고 있는 분수의 의미가 아니다. 그러므로 이런 분수들은 분수가 아니라는 뜻의 의미를 가진 가분수(假分數, im-proper fraction, 온당치 못한 분수)라고 불린다.

(2) 범자연수와 그것의 오른쪽에 나란히 놓은 분수의 결합을 논의해 보자. 즉, 범자연수 2와 그것

의 오른쪽에 나란히 놓은 분수 $\frac{1}{4}$의 결합 $2\frac{1}{4}$을 논의해 보자.

이 분수들은 순수 수학에서 분수의 정의에 합당하지 않다. 순수 수학에서 분수의 정의는 $\{\frac{a}{b} \mid$ a와 b는 범자연수, $b \neq 0\}$와 같이 분모와 분자가 범자연수라고 밝히고 있고, 자연수에 대하여 언급이 없기 때문이다.

그러나 이와 같은 수들은 범자연수와 분수의 결합이라는 뜻의 의미를 가진 대분수(帶分數, mixed number, 혼분수)라고 불린다.

4. 분수 기호를 활용한 특별한 경우

(1) 몫의 분수 : 3÷4의 몫을 분수 기호를 활용하여 나타내고 있다. 즉,

$$3 \div 4 = \frac{3}{4}$$

(2) 비율 분수 : 비 3:4에서 비의 값을 분수 기호를 활용하여 나타내고 있다. 즉,

$$3:4 = \frac{3}{4}$$

5. 수학교육에서 수학적 개념과 관련된 몇 가지

(1) 예에서 알아보았듯이 수학의 정의와 수학교육에서 수학적 개념은 서로 다르다. 이 때 수학적 개념을 어떻게 정립하여야 하며, 정립된 수학적 개념을 어떻게 교육함으로 인하여 수학교육의 목표를 달성할 수 있는가를 논의하는 것은 우리나라 수학교육의 정상화를 도모하는데 필요조건 중의 하나이다.

(2) 만일 수학적 정의를 마치 수학적 개념과 동일하게 인정했다면 이에 대한 재검토가 필요하다.

(3) 분수의 원리와 법칙은 무엇인가? 분수의 원리와 법칙을 어떻게 교육하면서 수학교육 목표를 달성할 것인가? 집합의 개념과 원리, 법칙은 무엇인가? 집합의 개념과 원리, 법칙을 어떻게 교육하면서 수학교육 목표를 달성할 것인가? 인수분해의 개념과 원리, 법칙은 무엇인가? 인수분해의 개념과 원리, 법칙을 어떻게 교육하면서 수학교육 목표를 달성할 것인가?

....

이런 질문들이 한 없이 거듭 반복될 것이며, 그 때 수학교육 전문가들이 신속히 대처하여야 한다.

(4) 수학교육자가 되기 위하여 순수 수학을 바르게 이해하는 것은 필요조건이다. 그러나 충분조건은 아니다.

V. 평가 방법의 개선

우리나라에서 평가는 교육의 방향을 결정하리만큼 위력을 가지고 있다. 그러므로 수학교육 정상화를 위하여 평가 방법의 개선은 반드시 이루어져야 한다.

1. 서울교대 영재교육원 입학 평가 결과의 한 예

다음은 2007학년도 서울교육대학교 영재교육원 입학 수학과 3차 시험(최종 선발 인원 40명의 2배수인 82명이 응시)인 서술형 평가 문제 중의 하나이다. 초등학교 3학년의 나눗셈의 개념을 묻는 문항으로 나눗셈의 개념을 이해하여 두 가지 방법으로 풀고, 두 가지 나눗셈의 몫이 같은 이유를 나눗셈의 이해를 바탕으로 '나눈다'는 의미를 이용해야 하는 문제로 대부분의 학생들은 개념적인 것에 대하여 설명하지 않고, 나눗셈의 하나의 방법인 절차적 지식을 가지고 설명을 하였다.

이 문항에 대한 정답률은 20점 만점에 2.98점이고, 최고 점수는 13점, 최저점은 0점이었다.

120000÷300을 다음과 같이 계산하였다. 물음에 대하여 설명하시오.

$$120000 \div 300 = 1200\cancel{00} \div 3\cancel{00} = 1200 \div 3 = 400$$

(1) 왜 1200÷3=400인지 그 이유를 두 가지로 설명하시오.

$$\begin{array}{r} 400 \\ 3\overline{)\,1200} \\ 1200 \\ \hline 0 \end{array}$$

(단, 이와 같이 계산의 방법을 보이는 것은 제외한다.)

(2) 나눗셈 120000÷300의 몫과 1200÷3의 몫은 왜 같은지 그 이유를 설명하시오.(단, "피제수(나누어지는 수)와 제수(나누는 수)에 0이 아닌 수인 100으로 나누어도 몫은 같기 때문에"는 제외한다.)

이 평가 결과는 비록 영재 학생들이라 하더라도 수학적 개념을 비롯하여 원리, 법칙에 대한 기본 지식이 없음을 보여 주고 있다.

2. 평가 방법 개선에 대한 의견

저자는 2007년 6월부터 9월 사이에 초등학교 학생들과 중학교 학생들의 강의, 초등학교 교사 연수와 중등학교 교사 연수, 학부모 특강에서 다음과 같은 3가지 형태의 평가 문항 중에서 수학교육적으로 가장 좋은 평가 문항 형태에 대한 선호도 반응을 조사하였다.

(1) 평가 방법 개선 반응 조사를 위한 평가 문항

다음 평가 문항 3가지 중에서 수학교육적으로 가장 좋은 평가 문항은 어느 것이라고 생각합니까?

<초등학교의 예>

① 다양한 해결 방법을 요구하는 문항의 예

[형태 1] 45+19는 얼마입니까?

[형태 2] 45+19는 얼마인지 계산 과정을 쓰시오.

[형태 3] 45+19=64이다. 계산 방법을 3가지로 설명하시오. 3가지보다 많은 방법(5가지 방법까지)으로 계산한 것은 한 방법 당 추가 점수가 3점씩 주어진다.

② 개념, 원리, 법칙 이해를 요구하는 문항의 예

[형태 1] 120000÷300은 얼마입니까?

[형태 2] 120000÷300은 얼마인지 계산 과정을 쓰시오.

[형태 3] 120000÷300의 계산은 다음과 같이 계산합니다.

$$120000 \div 300 = 120000 \div 300 = 400$$

계산 과정에서 [단계 1]과 [단계 2]가 왜 그렇게 되는지 이유를 설명하시오.

[단계 1] : 왜 1200÷3 = 400인지 2가지 방법으로 설명하시오.

[단계 2] : 왜 120000÷300의 값과 1200÷3의 값이 같은지를 설명하시오.

<중학교의 예>

① 다양한 해결 방법을 요구하는 문항의 예

[형태 1] 이차방정식 x2+2x-3=0을 푸시오.

[형태 2] 이차방정식 x2+2x-3=0을 푸는 과정을 쓰시오.

[형태 3] 이차방정식 x2+2x-3=0을 풀면 x=1 또는 x=-3입니다. 계산 방법을 3가지로 설명하시오. 3가지보다 많은 방법으로 계산한 것은 한 방법 당(5가지 방법까지만) 추가 점수가 3점씩 주어진다.

② 개념, 원리, 법칙 이해를 요구하는 문항의 예

[형태 1] 수 21을 이진법으로 나타내시오.

[형태 2] 수 21을 이진법으로 나타내는 계산 과정을 쓰시오.

[형태 3] 수 21을 이진법으로 나타내는 과정은 다음과 같습니다.

$$\begin{array}{rl} 2\,\underline{)\ 21} & \\ 2\,\underline{)\ 10} & \cdots 1 \\ 2\,\underline{)\ \ 5} & \cdots 0 \\ 2\,\underline{)\ \ 2} & \cdots 1 \\ 1 & \cdots 0 \end{array} \qquad \therefore 21 = 10101_{(2)}$$

계산 과정에서 [단계 1]과 [단계 2]를 설명하시오.

[단계 1] : 왜 21을 2씩 계속 나누는지 설명하시오.
[단계 2] : 왜 나머지들을 화살표 방향의 순서로 쓰는지를 설명하시오.

(2) 평가 방법 개선 조사에 대한 반응 결과

2007년 6월부터 9월 사이에 경기도 포천군 L초등학교를 비롯하여 6개교 초등학생들, 광주직할시 H중학교를 비롯한 3개교 중학생들의 강의에서 학생들 대부분은 [형태 3]이 가장 좋은 평가 문항이라고 반응을 하였다. 또, G지역을 비롯한 5개 지역 초등학교 연수와 C지역을 비롯한 2개 지역 중등학교 교사 연수에서 교사들도 대부분 [형태 3]이 가장 좋은 평가 문항이라고 반응을 하였다. 학부모를 위한 J지역 수학교육 특강에서도 거의 모든 학부모들이 역시 [형태 3]이 가장 좋은 평가 문항이라고 반응을 하였다.

특이한 점은 초등학교 교사와 중등학교 교사에게 '학생들이 가장 좋아하는 평가 문항 형태는 어느 것인지 예측해 봅시다.'라는 질문에 교사들은 학생들의 반응과는 달리 [형태 1]일 것이라고 다른 예측을 하였다.

(3) 평가 문항 [형태 3]으로 출제되었을 경우에 나타날 효과에 대한 예상

평가 문항 [형태 3]과 같은 문항의 출제 비율을 첫 해엔 10% 출제하고, 연차적으로 비율을 증가하면서 출제한다면 다음과 같은 긍정적인 효과가 일어날 것을 예상한다.

① 평가 문항 [형태 3]에 대한 올바른 대답은 학교 교사들이 할 수 있으므로 학생과 학부모가 학교 교사에 대한 신뢰가 커지므로 수학교육이 정상화될 것이다. ② 학생들이 개념・원리・법칙에 기초한 다양한 풀이 방법을 찾기 때문에 학생들의 창의력이 길러질 것이다. ③ 학생과 학부모가 학교 수학교육에 의지하기 때문에 학교가 수학교육의 주체가 되어 교권이 확립될 것이다. ④ 교권이 확립되므로 교사들의 사기 앙양으로 학교 수학교육이 활성화 될 것이다. ⑤ 수학교육의 정상화는 다른 교과의 정상화에 영향을 줄 것이다. ⑥ 특목고 입학시험 문제 출제에 대안을 제시할 것이다. ⑦ 대학 입학 수능 문제 출제에 대안을 제시하게 될 것이다. ⑧ 학교 수학교육이 주체가 되면 사교육도 긍정적으로 변하게 될 것이다. ⑨ 학교 수학교육이 정상화되어 국가의 권위가 세워질 것이다. ⑩ 수학교육에서 토론문화가 형성되기 때문에 양극화 적대(敵對) 문화가 변하여 다양한 토론 문화로 변할 것이다. ⑪ 수학교육이 정상화되고, 사회가 긍정적으로 변하여 민족의 장래가 투명하게 밝아질 것이다.

(4) 평가 문항 [형태 2]에 대한 우려

평가 문항 [형태 2]는 학생들의 논리적인 사고 능력과 학생들의 학력을 신장하려는 목적으로 활용될 수 있다. 그러나 실제에 있어서는 학생들은 평가 문항 [형태 2]를 해결하기 위하여 수학 문제 해결 방법을 단순히 암기하여 해결하는 경향이 있음은 주지의 사실이다. 결과적으로 평가 문항 [형태 2]는 학생들에게 의미 없이 암기하여 문제를 해결하도록 유도하고 있는지, 오히려 학생들로 하여금

사교육을 선호하도록 한 결과를 초래했는지 유의하여야 한다. 일부 시・도교육청에서 시행하고 있는 평가 문항 [형태 2]의 파급 효과에 대한 정확한 검토가 필요하다.

Ⅵ. 추론 교육의 강화

1. 추론

수학교육 목표에서 가장 중요한 한 것은 학생들로 하여금 논리적인 사고력과 창의적인 사고력의 신장이다. 추론은 학생들의 논리적인 사고력과 창의적인 사고력을 신장시키는 데 가장 중요하기 때문에 추론 교육은 강화되어야 한다.

추론은 몇 개의 주어진 명제인 전제로부터 새로운 명제인 결론이 유도된다는 주장을 말한다. 전제가 되는 명제들을 A_1, A_2, …, A_n, 결론이 되는 명제를 B라 할 때, 이 추론식은 다음과 같은 형식으로 나타낸다.

$$\frac{A_1,\ A_2,\ \cdots,\ A_n}{\therefore\ B} \qquad \text{혹은} \qquad \begin{array}{c} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ \underline{A_n} \\ \therefore B \end{array}$$

전제들 중에 하나만이라도 거짓이 존재한다면 이 추론의 결론을 논의하는 것은 의미가 없다. 그러므로 추론의 전제들이 모두 참인 경우에만 결론이 참인지 거짓인지를 검토한다.

2. 추론을 적용하는 수학교육의 예

추론을 수학교육에 적용하기 위하여 방정식 $3x^2-12=0$의 풀이로서 구체적인 예를 들어보자.

주어진 전제와 결론을 기호를 써서 나타내면

$$\frac{(\text{전제})\quad A1 : 3x2\text{-}12=0\ (\text{참})}{(\text{결론})\ \therefore\ B : x=\square\ (\text{참인가?})}$$

이 경우에 전제 A_1 : $3x^2-12=0$ 만으로 결론 B : x=□ 를 유도할 수 없다. 따라서 결론을 유도하기 위하여 주어진 전제 외에 적어도 다음과 같은 보이지 않은 전제가 있어야 한다.

[보이지 않는 전제들]

A2 : 등식의 성질(등식의 양변에 0이 아닌 같은 수로 나누어도 등식은 변하지 않는다.)

A3 : 인수분해 a2-b2 = (a-b)(a+b)

A4 : AB = 0 이면 A=0 또는 B=0

A5 : 등식의 성질(등식의 양변에 같은 수로 더하거나 빼어도 등식은 변하지 않는다.)

따라서 첨가된 전제를 이용하여 추론식을 써 보면

A1 : 3x2-12=0
A2 : 등식의 성질(등식의 양변에 0이 아닌 같은 수로 나누어도 등식은 변하지 않는다.)
A3 : 인수분해 a2-b2 = (a-b)(a+b)
A4 : AB = 0 이면 A=0 또는 B=0
A5 : 등식의 성질(등식의 양변에 같은 수로 더하거나 빼어도 등식은 변하지않는다.)
∴ B : x=□ (참인가?)

따라서 결론을 유도하기 위하여 주어진 전제 외에도 보이지 않는 전제를 회상하여 활용할 수 있어야 한다.

그런데 결론 x=□를 유도할 때, 전제들 중에 하나라도 참이 아닌 거짓이 존재한다면, 예를 들어 다음 전제들 중에서 하나만이라도 거짓이라면 답이 옳게 유도될 수 없을 것이다.

A1 : 3x2-12=0 (거짓)
A2 : 등식의 성질 (거짓)
A3 : 인수분해 a2-b2 = (a-b)(a-b) (거짓)
A4 : AB = 0 이면 A=0 이고 B=0 (거짓)
A5 : 등식의 성질 (거짓)

그러므로 전제들로 기억될 수 있는 것들은 바르게 기억되어져야 하며, 그들의 활용을 바르게 이해하고 있어야만 필요한 경우에 적절하게 활용할 수 있다.

3. 추론이 수학교육에 주는 의미

(1) 수학적으로 약속된 정의들의 의미와 활용에 대하여 바르게 이해되어져야 하며, 의미와 활용에 대하여 바르게 이해되어지고 있는가에 대하여 평가하여야 한다.

(2) 수학적으로 유도된 정리, 성질, 공식들의 의미와 활용에 대하여 반드시 이해되어져야 하며, 의미와 활용에 대하여 바르게 이해되어지고 있는가에 대하여 평가하여야 한다.

Ⅶ. 마치는 말

우리나라 수학교육의 정상화는 학생들의 바람직한 성장 발달에 영향을 끼칠 뿐만 아니라 이공계 활성화와 관련되어 민족의 밝은 장래와 밀접한 관계를 맺고 있다. 그렇기 때문에 수학교육 전문가들의 책임은 다른 교과와 비교하여 매우 중요하고 크다고 할 수 있다.

우리나라 수학교육의 정상화가 되기 위하여 필요조건은 본고에서 제시한 수학과 수학교육의 구별, 정의와 수학적 개념의 구별, 평가 방법의 개선, 추론 교육의 강화 외에도 여러 가지가 있다. 그렇지만 저자의 견해는 본고에서 제시한 4가지가 미치는 영향이 가장 크다고 판단하여 제시하였다.

수학교육이 잘 이루어지기 위하여 수학 내용의 바른 이해는 필요조건이기는 하지만 충분조건은 아니기 때문에 수학과 수학교육을 바르게 구별하여 이해하는 것이 매우 중요하다.

참 고 문 헌

강문봉 외18 역 (1999). 초등수학 학습지도의 이해, 양서원.

박만구 · 배종수 (2007). 수학 영재선발 문항분석 및 문항개발의 개선 방향, 한국수학교육학회 제38회 전국수학교육연구대회 프로시딩, pp.51~66, 한국수학교육학회.

배종수 (2000). (제7차 교육과정을 중심으로) 초등수학교육 내용지도법, 경문사.

배종수 (2001). 수학적인 개념 형성 지도에 관한 연구, 서울교대 한국초등교육 **13(1)**, pp.57~74.

배종수 (2002), 제7차 교육과정 실시에 따른 효과적인 학습 지도 방안, 수학교육논총 **19** pp.5~52, 대한수학회.

배종수 (2007). 민족의 장래를 바꾸기 위한, 생명을 살리는 교육을 위한 운동에 적극 참여합시다! 한국수학교육학회 제12회 국제수학영재교육세미나 프로시딩, pp.35~36, 한국수학교육학회.

배종수 (2007). 수학 영재 선발 문항 개발 개선 방향, 영재 선발의 세계적 동향과 개선 방향을 위한 국제 심포지엄, pp.93~111, 교육인적자원부.

유병림 외2 (1991). 산수과교육의 이론과 실제, 동명사.

Emma E. Holmes (1995). New Directions in Elementary School Mathematics, Prentice-Hall, Inc.

Gary L. Musser 외1 (1991). Mathematics for Elementary Teacher, Macmillan Publishing Company.

Jerry P. Becker 외1 (1997). The Open-Ended Approach: A New Proposal for Teaching Mathematics, NCTM.

Paul R. Trafton외1 (1989). New Directions for Elementary School Mathematics, NCTM.