
Correlated MIMO-OFDM 채널을 위한 클러스터 응답 모델의 용량 비교 분석

안진영 · 백선영 · 김상준
동아대학교

Capacity of the Clustered Response Model for Correlated MIMO-OFDM Channel

Jinyoung An · Sunyoung Baek · Sangchoon Kim

Dong-A University

E-mail : sirius0422@nate.com, sckim@dau.ac.kr

요 약

본 논문은 Correlated MIMO-OFDM 페이딩 채널을 위한 클러스터 응답 모델의 용량에 대한 연구이다. 송신기에서 채널 정보를 알고 있는 경우와 채널 정보를 모르는 경우를 고려하여, 수신기의 correlation에 의한 용량과 송·수신기 양쪽의 correlation에 의한 용량을 비교 한다. 결과로부터 수신기의 correlation에 의한 용량이 송·수신기의 correlation에 의한 용량보다 더 좋은 것을 확인 할 수 있다. 또한 Water-filling 방법을 사용하여 송신 안테나에 파워를 할당한 경우 균일한 파워를 할당한 경우보다 Water-filling 이득에 의해 더 큰 용량을 가지는 것으로 나타난다. 그러나 클러스터의 수가 correlation 행렬의 최대 랭크보다 크고 SNR이 높은 영역인 경우 Water-filling에 의한 이득이 거의 없음을 보인다.

ABSTRACT

In this paper, the capacity of the clustered response model for correlated MIMO-OFDM fading channel is investigated. We compare the capacities achieved by correlation at receiver and achieved by correlation at both the transmitter and the receiver for the case where the channel is known and unknown at the transmitter are considered. It is found that the capacity achieved by correlation at receiver is better than the other. It is also shown that the capacity using the water-filling method is larger than that using the uniform power allocation due to the water-filling gain. But it is negligible when the number of clusters is over the maximum rank of the sum correlation matrix and SNR is high.

키워드

Spatial Correlation, OFDM(orthogonal frequency-division multiplexing), MIMO, Water-filling method, Cluster

1. 서 론

무선 통신 시스템에서 기지국과 단말기 양쪽에 다중 안테나를 사용하면 단일 안테나를 사용하는 경우보다 매우 높은 용량을 얻을 수가 있다 [1],[2]. 이것은 MIMO(multiple input multiple output) 채널이 여러 개의 독립적인 서브채널로 나뉘 질수 있고, 이 독립적인 서브채널의 용량의 합은 단일 채널의 용량의 합보다 크기 때문이다.

본 논문에서는 Correlated MIMO-OFDM 페이딩 채널의 환경을 클러스터 응답 모델로 해석하여 용량을 분석한다. 편의를 위해 수신기와 송신기 양쪽의 안테나는 일정한 선형 배열(ULA)을 가지며, 업 링크 통신의 경우일 때로 제한한다. [3]의 채널 모델과 비교 했을 때, 본 논문은 송신기와 수신기 양쪽에 모두 correlation이 있는 경우를 고려하고 있다. 기존의 평탄 페이딩 채널과는 다르게 지연 확산 페이딩 채널로 확장하여 용량을 분석하였다.

[4]의 환경과는 달리 양쪽 송·수신기에 모두 correlation이 있는 경우에 대해 관찰하였으며, 기존의 송신 안테나를 통해서 독립적인 신호가 송신되고 수신 안테나를 통해서 서로 상관성이 있는 신호가 수신될 때의 채널 용량과 비교하였다. 또한 기존의 수신기에서만 채널 정보를 아는 경우보다 확장하여 송·수신기에서 모두 채널 정보를 아는 경우를 고려하였다. 이 경우 공간과 주파수 보조 채널에 대해서 2차원 Water-filling 방식을 사용하여 최적의 파워를 할당 하였고, 균일한 파워를 할당하여 얻은 용량과 비교하였다.

II. 클러스터 응답 페이딩 채널 모델

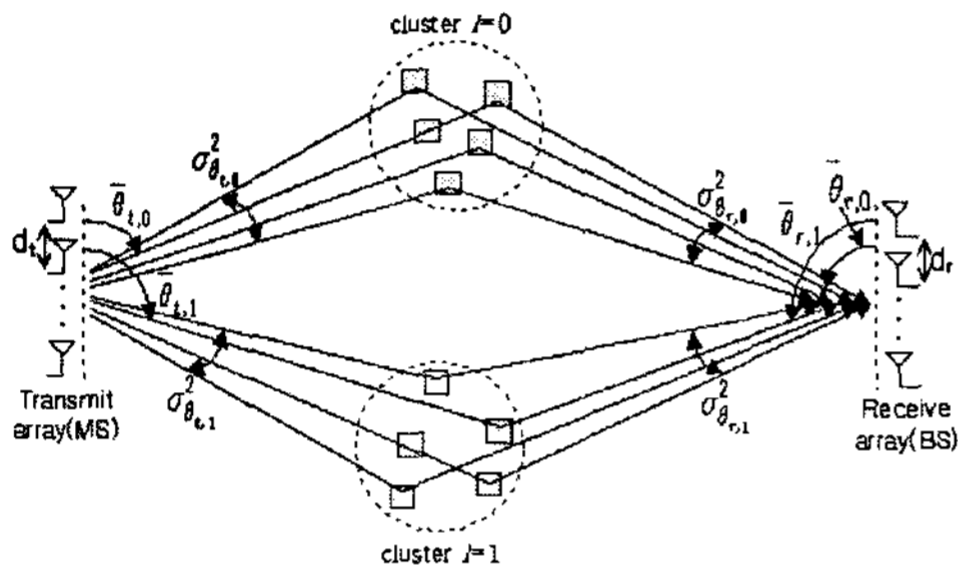


그림 1. 다중경로 환경을 위한 클러스터 응답 모델

그림 1은 다중경로 환경을 위한 클러스터 응답 모델을 보여준다. 스캐틀러와 반사체는 송신기와 수신기의 모든 방향에 존재하는 것이 아니라 여러 개의 클러스터 형태로 그룹을 이루고 있다. 여기서는 L 개의 클러스터로 모델 하였고, 동일한 클러스터 안의 각 스캐틀러는 같은 지연을 가진다고 가정한다. M_T 와 M_R 이 각각 송신 안테나와 수신 안테나 개수라고 할 경우, $L-1$ 번째 클러스터 채널은 다음 식으로 표현 할 수 있다.

$$\mathbf{H}(e^{j2\pi\theta}) = \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{H}_l e^{-j2\pi l\theta}, \quad 0 \leq \theta < 1 \quad (1)$$

여기서 $\mathbf{H}_l \in \mathbb{C}^{M_R \times M_T}$ 은 l 번째 이산 시간 MIMO 페이딩 채널의 임펄스 응답을 나타내고, L 은 구분 가능한 경로의 수이다. h_l 을 \mathbf{H}_l 의 엔트리라고 할 경우 h_l 은

$$h_l = (h_{l,I} + jh_{l,Q}) \sim CN(0, \sigma^2) \quad (2)$$

의 분포를 가지며, 이때 $h_{l,I}$ 와 $h_{l,Q}$ 는 i.i.d.(independent and identically distributed) $N(0, \sigma^2/2)$ 의 분포를 가진다. 서로 다른 클러스터는 correlation이 없으며, 즉1)

$$E[\text{vec}\{\mathbf{H}_l\} \text{vec}^T\{\mathbf{H}_{l'}\}] = \mathbf{0}_{M_R M_T}, \quad l \neq l' \quad (3)$$

여기서 $\text{vec}\{\mathbf{H}_l\}$ 는 $[h_{l,0}^T \ h_{l,1}^T \ \dots \ h_{l,M_T-1}^T]^T$ 이며, $h_{l,k} = [h_{l,k}^{(0)} \ h_{l,k}^{(1)} \ \dots \ h_{l,k}^{(M_R-1)}]^T$ 는 행렬 \mathbf{H}_l 의 k 번째 열을 나타낸다. 송신기에서 $\bar{\theta}_{l,l}, \sigma_{\theta,l}^2$ 는 l 번째 클러스터의 평균 출발각(AOD : angle of departure)과 각도 퍼짐(AS : angle spread)을 나타낸다. 마찬가지로 수신기에서 $\bar{\theta}_{r,l}, \sigma_{\theta,r,l}^2$ 는 l 번째 클러스터의 평균 도착각(AOA : angle of arrival)과 각도퍼짐(AS : angle spread)을 나타낸다. σ_l^2 은 채널의 파워 지연 프로파일(power delay profile)에 따르는 l 번째 경로의 이득으로 정의한다. 송신기와 수신기의 상대 안테나 간의 간격은 $\Delta_t = d_t/\lambda$ 와 $\Delta_r = d_r/\lambda$ 로 표기하며, d_t 와 d_r 은 절대 안테나간의 간격이고 $\lambda = c/f_c$ 는 중심 주파수 f_c 를 갖는 협대역 신호의 파장을 의미한다. 여기서 간격이 $(m-n)\Delta$ 의 파장 단위를 가지는 두 안테나 사이의 페이딩 correlation은

$$\rho_l((m-n)\Delta, \bar{\theta}_l, \sigma_{\theta,l}) = E\{h_{l,k}^{(m)}(h_{l,k}^{(n)})^*\} \quad (4)$$

로 정의하며 $l=0,1,\dots,L-1, k=0,1,\dots,M_T-1, m,n$ 은 각각 m 번째 n 번째 안테나를 나타낸다. 그러면 수신기와 송신기의 correlation 행렬 \mathbf{R}_l 과 \mathbf{T}_l 은 다음과 같이 정의 할 수 있다.

$$[\mathbf{R}_l]_{m,n} = \sigma_l^2 \rho_l((m-n)\Delta, \bar{\theta}_{r,l}, \sigma_{\theta,r,l}) \quad (5)$$

$$[\mathbf{T}_l]_{m,n} = \rho_l((m-n)\Delta, \bar{\theta}_{t,l}, \sigma_{\theta,t,l}) \quad (6)$$

파워 지연 프로파일은 수신기의 correlation 행렬에 포함시켰다. $M_R \times M_R$ 크기의 correlation 행렬 \mathbf{R}_l 은 $\mathbf{R}_l = \mathbf{R}_l^{1/2} \mathbf{R}_l^{1/2}$ 로 분해할 수 있고, $\mathbf{R}_l^{1/2}$ 의 크기 또한 $M_R \times M_R$ 이다. 같은 방법으로 $\mathbf{T}_l = \mathbf{T}_l^{1/2} \mathbf{T}_l^{1/2}$ 로 분해 될 수 있고, 행렬 $\mathbf{T}_l^{1/2}$ 의 크기는 $M_T \times M_T$ 이다. 그러면 $M_R \times M_T$ 크기를 갖는 행렬 \mathbf{H}_l 은

$$\mathbf{H}_l = \mathbf{R}_l^{1/2} \mathbf{H}_{w,l} (\mathbf{T}_l^{1/2})^T, \quad l=0,1,\dots,L-1 \quad (7)$$

로 구성할 수 있으며, $\mathbf{H}_{w,l}$ 은 $M_R \times M_T$ 의 크기를 갖고 그 엔트리가 i.i.d. $CN(0,1)$ 의 분포를 따른다. 실제 도착각과 출발각은 가우시언 분포를 따른다고 가정한다. 그러면 위의 가정들로부터 다음 식을 얻을 수 있다 [5].

$$\rho((m-n)\Delta, \bar{\theta}, \sigma_\theta) \approx e^{-j2\pi(m-n)\Delta \cos(\bar{\theta})} \cdot e^{-1/2(2\pi(m-n)\Delta \sin(\bar{\theta})\sigma_\theta)^2} \quad (8)$$

식 (8)은 작은 각도퍼짐을 위한 근사식이다.

만약 송신기가 많은 스캐틀러로 둘러싸여 있을 경우 송신 안테나의 페이딩은 공간적으로 correlation이 없다고 할 수 있다. 즉 수신기에만 correlation이 존재할 경우의 채널은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{H}_l = \mathbf{R}_l^{1/2} \mathbf{H}_{w,l}, \quad l=0,1,\dots,L-1 \quad (9)$$

여기서 \mathbf{R}_l 은 $\mathbf{R}_l = \mathbf{R}_l^{1/2} \mathbf{R}_l^{1/2}$ 이고 $\mathbf{H}_{w,l}$ 은 $M_R \times M_T$ 의 크기를 가지며 그 엔트리가 i.i.d. $CN(0,1)$ 의 분

1) $E[\cdot]$ 는 기댓값을 나타내며, $(\cdot)^T, (\cdot)^*, (\cdot)^\dagger$ 는 각각 전치, 켈레복소수, 전치 켈레복소수를 나타낸다.

포를 따른다.

III. MIMO-OFDM 채널을 위한 클러스터 응답 시스템의 용량

전송 데이터 기호를 주파수 벡터로 다음과 같이 $\mathbf{s}_k = [s_k^{(0)} s_k^{(1)} \dots s_k^{(M_T-1)}]^T$ 로 구성하면, $s_k^{(i)}$ 는 k 번째 tone, i 번째 안테나로 부터 전송된 데이터이다. 위 식과 식(1)로부터 전송 방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\hat{\mathbf{s}}_k = \mathbf{H}(e^{j2\pi(k/N)})\mathbf{s}_k + \mathbf{v}_k, \quad k=0,1,\dots,N-1 \quad (10)$$

여기서 $\hat{\mathbf{s}}_k$ 는 k 번째 tone을 위해 재구성된 데이터 벡터이고, \mathbf{v}_k 는 다음을 만족하는 부가 백색 가우시언 잡음(AWGN : additive white gaussian noise)이다.

$$E\{\mathbf{v}_k\mathbf{v}_k^\dagger\} = \sigma_v^2 \mathbf{I}_{M_R} \delta[k-k'] \quad (11)$$

벡터 $\hat{\mathbf{s}}_k, \mathbf{s}_k$ 그리고 \mathbf{v}_k 를 N 개의 tone으로 쌓은 형태를 다음과 같이 표기한다.

$$\hat{\mathbf{s}} = [\hat{\mathbf{s}}_0^T \hat{\mathbf{s}}_1^T \dots \hat{\mathbf{s}}_{N-1}^T]_{M_R N \times 1}^T \quad (12)$$

$$\mathbf{s} = [\mathbf{s}_0^T \mathbf{s}_1^T \dots \mathbf{s}_{N-1}^T]_{M_T N \times 1}^T \quad (13)$$

$$\mathbf{v} = [\mathbf{v}_0^T \mathbf{v}_1^T \dots \mathbf{v}_{N-1}^T]_{M_R N \times 1}^T \quad (14)$$

식 (11)로부터 \mathbf{v} 는 $E\{\mathbf{v}\mathbf{v}^\dagger\} = \sigma_v^2 \mathbf{I}_{M_R N}$ 을 만족한다. 그러면 $NM_R \times NM_T$ 블록 대각 행렬은 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{H} = \text{diag}\{\mathbf{H}(e^{j2\pi(k/N)})\}_{k=0}^{N-1} \quad (15)$$

식 (15)에 의해 (10)의 입출력 관계는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{v} \quad (16)$$

A. 수신기에서만 채널을 아는 경우의 용량

만약 송신기에서는 채널 정보를 모르고 수신기에서만 채널 정보를 아는 경우 최적의 파워 할당 방법은 각 송신 안테나에 균일한 파워를 할당하는 것이다. 식(16)을 사용하여 MIMO-OFDM 시스템의 용량을 다음과 같이 정의할 수 있다 [6].

$$C = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \log_2 \left[\det \left(\mathbf{I}_{M_R} + \rho \mathbf{H}(e^{j2\pi(k/N)}) \mathbf{H}^\dagger(e^{j2\pi(k/N)}) \right) \right] \quad (17)$$

ρ 는 $P/M_T N \sigma_v^2$ 이며, P 는 총 전송 파워를 나타낸다. 여기서 (17)의 행렬 $\mathbf{H}(e^{j2\pi(k/N)}) \mathbf{H}^\dagger(e^{j2\pi(k/N)})$ 는 고유값 분해 (EVD : eigenvalue decomposition)를 사용하여 단위 행렬과 대각 행렬 곱의 형태로 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{H}(e^{j2\pi(k/N)}) \mathbf{H}^\dagger(e^{j2\pi(k/N)}) = \mathbf{U} \Lambda_k \mathbf{U}^\dagger \quad (18)$$

\mathbf{U} 는 $\mathbf{U}\mathbf{U}^\dagger = \mathbf{U}^\dagger\mathbf{U} = \mathbf{I}_{M_R}$ 를 만족하는 단위 행렬이다. 대각 행렬 $\Lambda_k = \text{diag}(\lambda_{0,k}, \lambda_{1,k}, \dots, \lambda_{r-1,k})$ 의 대각 원소 $\lambda_{i,k}$ 는 i 번째 공간, k 번째 tone에 해당하는 보조 채널의 고유 값이다. 고유 값으로 구성된 채널의 용량은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$C = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{r-1} \log_2 [\mathbf{I}_{M_R} + \rho \lambda_{i,k}] \quad (19)$$

B. 송·수신기에서 채널을 아는 경우의 용량

수신기에서 채널 정보를 알뿐만 아니라 송신기에서도 채널 정보를 알 경우 최적의 파워 할당 방법은 잘 알려진 "Water-filling" 알고리즘 [1]을 사용하는 것이다. MIMO-OFDM 시스템에서는 "Water-filling" 알고리즘 사용을 위해서 두 가지 차원이 고려 되어야한다. 한 가지는 공간에 대한 서브 채널이고 다른 한 가지는 주파수에 대한 서브 채널이다. 최대의 용량 C 를 얻기 위한 최적의 파워 할당은 Lagrange method를 사용 하여 얻을 수 있으며, 2차원을 고려한 최적의 파워 할당은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$p_{i,k} = \left(\mu - \frac{\sigma_w^2}{\lambda_{i,k}} \right)^+ \begin{cases} i=0,1,\dots,r-1, \\ k=0,1,\dots,N-1 \end{cases} \quad (z^+ = \max(z,0)) \quad (20)$$

여기서 μ 는 최적의 파워 할당을 위해 사용된 파라미터이며 다음 식에 의해 결정 된다.

$$\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{r-1} p_{i,k} = P \quad (21)$$

그러면 식 (19), (20) 으로부터 최대 용량은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$C = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{r-1} \log_2 \left[\mathbf{I}_{M_R} + \frac{\rho_{i,k}}{\sigma_v^2} \lambda_{i,k} \right] \quad (22)$$

IV. 시뮬레이션 및 결과

MIMO-OFDM 시스템을 위한 클러스터 응답 모델의 Ergodic 용량을 얻기 위해 Monte Carlo 시뮬레이션을 사용하였다. 각 Monte Carlo 실행에서 i.i.d. 가우시언 행렬 $\mathbf{H}_{w,l}$ 이 생성 되었고 해당 하는 용량 C 는 식 (19), (22)를 이용하여 계산 되었다. 실험에서 사용된 송·수신 안테나의 수는 $M_R = M_T = 4$ 이고, 파워 지연 프로파일(PDP)은 균일하도록 설정 하였다. OFDM의 tone은 $N=512$ 이고 안테나 간격은 $\Delta_t = \Delta_r = 0.5$ 로 균일 선형 배열을 사용한다. 송·수신기의 모든 클러스터 각도퍼짐은 '0' 으로 하였으며 총 에너지는 1로 표준화 하였다.

그림 2는 수신기에만 correlation이 있을 경우, 송신기에서 채널 정보를 아는 경우와 모르는 경우에 대해 채널의 Ergodic 용량을 보여준다.

평균 출발각과 도래각은 평탄 페이딩일 경우 90° , 지면 확산 채널일 경우 전체 각도퍼짐이 90° 가 되도록 선택하였다. 그림 2에서 클러스터의 수가 4개 이하인 경우 Ergodic 용량이 증가하는 것을 관찰할 수 있다. 이것은 송·수신 안테나의 수가 4개로 선택되어서 correlation 행렬 R 의 최대 랭크가 4이기 때문이며, 그 이상의 클러스터가 존재 하여도 더 이상의 이득이 없다. 채널 정보 면에서 볼 경우 송신기에서 채널 정보를 알 경우의 Ergodic 용량이 모를 경우 보다 Water-filling 이득에 의해 Ergodic 용량이 더 큰 것을 보여준다.

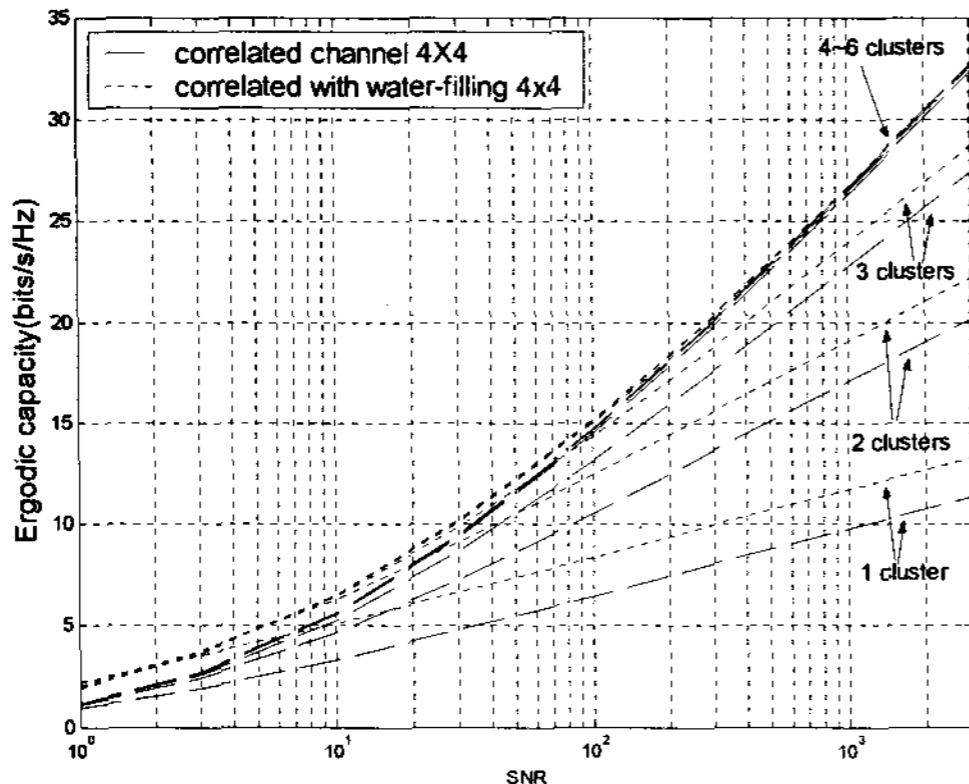


그림 2. 송신기에서 채널 정보를 알 경우와 모를 경우의 용량 비교

송·수신기에서 모두 채널 정보를 알고 있는 경우, 수신기에 correlation 있는 경우와 송·수신기 양쪽에서 채널 correlation이 있는 경우를 고려한 Ergodic 용량이 그림 3에 나타나 있다. 예상 했던 것과 같이 수신기에서만 correlation이 있을 때의 Ergodic 용량이 송·수신기 모두 correlation이 있을 때 보다 높게 나타나는 것을 볼 수 있다. 또한 클러스터의 수가 증가 할수록 두 Ergodic 용량의 차가 조금씩 줄어드는 것을 확인할 수 있다.

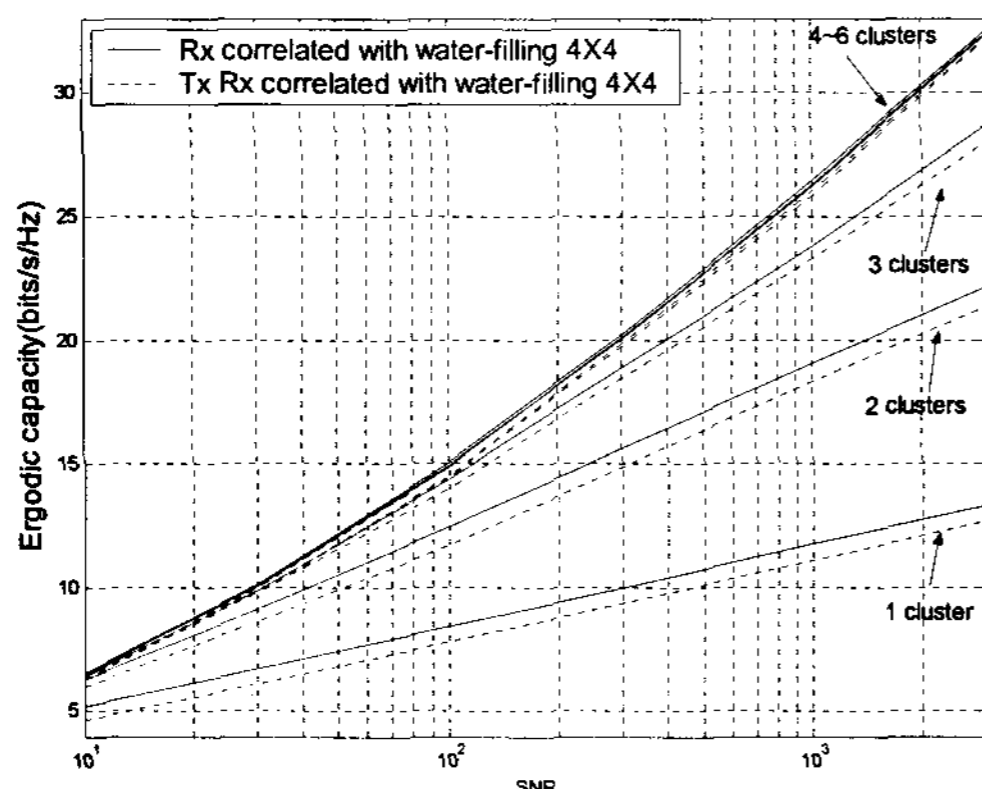


그림 3. 두 가지 경우의 correlation에 의한 용량 비교

V. 결 론

본 논문에서는 Correlated MIMO-OFDM 페이딩 채널을 위한 클러스터 응답 모델의 용량에 대하여 비교 분석 하였다. 먼저 송신기에서 채널 정보를 알고 있는 경우와 모르는 경우의 용량을 비교 하였다. 시뮬레이션을 통해 MIMO-OFDM 채널에서 기존의 균일한 파워 할당 방식에 의한 용량 보다 2차원의 서브채널을 고려한 Water-filling 방식에 의해 파워를 할당한 경우의 용량이 더 큰 값을 가지는 것을 확인할 수 있었다. 하지만 Water-filling 이득은 클러스터의 수가 작거나 SNR이 낮은 영역의 경우에 크게 얻을 수 있고 correlation 행렬의 최대 랭크 이상이고 SNR이 높은 경우는 거의 무시할 수 있을 만큼 작았다. 다음으로 수신기에서만 correlation이 있는 경우와 송·수신기에 correlation이 있는 경우의 용량을 비교하였다. 기존 방식 즉, 송신 안테나를 통해서 독립적인 신호가 송신되고 수신 안테나를 통해서 서로 상관성이 있는 신호가 수신될 때의 채널 용량이 송·수신기의 correlation을 모두 고려한 용량보다 큰 값을 가지지만 클러스터 수가 증가 할수록 그 차는 줄어든다는 것을 확인할 수 있었다.

참고문헌

- [1] I. E. Telatar, "Capacity of Multi-Antenna Gaussian channels," Eur. Trans. Telecommun., Vol. 10, no. 6, pp.585-595, Nov./Dec. 1999
- [2] G. G. Raleigh and J. M. Cioffi, "Spatio-temporal coding for wireless communication," IEEE Trans. Commun., vol. 46, pp.356-366, Mar.1998
- [3] M. A. Saeed, B. M. Ali, M. Ismail, and S. Khatun, "Effects of Spatial correlation and Associated Parameters on the Capacity of MIMO fading channels," Proceedings of IEEE International Conference on Networks, pp. 785-790, vol. 2, Nov. 2005
- [4] H. Bölcskei, D. Gesbert, and A. J. Paulraj, "On the capacity of OFDM-based Spatial Multiplexing Systems," IEEE Trans. Commun., vol. 50, no. 2, pp. 225-234, Feb. 2002
- [5] D. Asztely, "On Antenna in Mobile Communication Systems: Fast Fading and GSM Base Station Receiver Algorithms," Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, IR-S3-SB-9611, 1996
- [6] H. Bolcskei, D. Gesbert, and A. J. Paulraj, "On the capacity of wireless systems employing OFDM-based spatial multiplexing," IEEE Trans. Comm., Oct. 1999