Proceedings of KFIS Autumn Conference 2007 Vol. 17, No. 2.

뉴트럴 타입 시간 지연을 갖는 네트워크 시스템의 제어기 설계

Controller Design for Networked Control Systems With Neutral Type Delay

송민국[1], 박진배[1], 김종선[2], 주영훈[2]

[1] 연세대학교 전기전자공학과
E-mail: jbpark@control.yonsei.ac.kr

[2] 군산대학교 전자정보공학부
E-mail: yhjoo@kunsan.ac.kr

요 약

본 논문은 뉴트럴 타입 시간 지연을 갖는 네트워크 시스템의 안정도 분석 및 퍼지 제어기 설계에 대해서 논의한다. 먼저 대상이 되는 네트워크 시스템은 TS (Takagi-Sugeno: T-S) 퍼지 모델로 표현 되어진다. 리아프노프-크라조브스키의 안정도 이론을 이용하여 뉴트럴 형태의 시간 지연을 갖는 퍼지 시스템의 안정도를 판별한다. 퍼지 시스템의 안정도 조건을 시간 지연에 종속적인 충분조건으로 제시하고 선형 행렬 부등식의 형태로 표현한다. 선형 행렬 부등식의 해를 구하고 이를 바탕으로 퍼지 제어기의 이득값을 설계한다. 제안된 방법의 효율성과 가능성을 보여주기 위해 한 예제를 포함한다.

Key Words : Neural type delay, network control system, Non-linear system, stability

1. 서 론

네트워크 기반 제어 시스템은 실시간 궤환 루프가 네트워크를 통해서 폐회로가 형성되는 시스템이다. 이러한 네트워크 기반 시스템의 문제점은 네트워크를 통한 데이터의 통신에 시간지연이 발생한다는 것이다. 시간지연은 흔히 시스템의 안정성을 저해하며, 성능을 떨어뜨리는 역할을 한다. 이러한 이유로 시간 지연을 포함한 네트워크 시스템의 안정도 해석 및 성능에 관한 연구가 주요 연구가 되어 왔으며, 많은 관심을 받아왔다 [1-5]. 시간 지연을 갖는 선형 네트워크 시스템에 대한 제어기 설계 논문은 많이 있다. 그러나, 비선형 시스템에 대해서는 연구가 부족하다. 그것은 비선형 시스템의 복잡한 시스템 특성에 기인한다.

T-S (Takagi-Sugeno) 퍼지 모델 기법은 1) 수학적으로 정의되기 어려운 비선형 시스템의 모델링에 매우 효과적이며 2) 전문가의 지식과 선형 제어 이론을 손쉽게 결합할 수 있으며 3) 제어 신호 구현을 위하여 여타 비선형 제어기법에 비하여 상대적으로 적은 계산량을 요구하는 장점에 의하여 비선형 시스템을 위한 강력한 제어기법으로 인식되어 왔으며 많은 연구가 수행되었다.

시간지연을 가지는 비선형 네트워크 시스템의 제어기 설계를 위해 T-S 퍼지 모델로 표현하고 그에 대한 안정도 분석 방법이 Cao에 의해서 제안되었다 [1]. 이를 바탕으로 Lee등은 H_∞ 의미에서의 강인제어 기법을 동적 출력 궤한 제어기를 통해 제시하였다 []. Lo는 퍼지 기법을 이용하여 비선형 시스템을 의미에서 정적 출력 궤한 제어기를 통해 강인 제어하는 방법을 제시하였다. 그러나 지금까지의 연구에서는 오직 상태변수의 시간지연만을 고려하였다. 상태변수 뿐만 아니라 상태 변수의 일차 미분항에도 시간 지연이 발생하는 시스템을 뉴트럴 시스템이라고 한다. 현재까지의 연구에서는 뉴트럴 타입의 시간 지연을 가지는 네트워크 시스템에 대한 퍼지모델을 이용한 안정도 분석 및 제어기 설계가 이루어지고 있지 않다.

지금까지 연구 되어온 시간 지연을 포함하는 시스템에 관한 다양한 결과를 바탕으로 본 논문에서는 뉴트럴 타입 시간 지연을 가지는 네트워크 시스템에 관해 연구한다. 본 논문에서는 비선형 네트워크 시스템의 제어기 설계에 관해서 연구한다, 본 논문에서 결론지어지는 안정도 조건 및 제어기 이득값은 시간지연 항

이 포함되는 충분조건이다.

본 논문은 다음과 같이 구성된다. 먼저 2장에서는 비선형 네트워크 시스템을 T-S 퍼지 모델로 변환한다. 안정한 제어기 설계를 위해 시간 변동 시간 지연에 관한 몇 가지 가정을 덧붙인다. 3장은 선형행렬 부등식을 이용하여 제어기의 이득값을 구한다. 4장에서는 임의의 비선형 네트워크 시스템에 대하여 본 논문이 제안한 이론이 타당한지를 확인하며, 5장에서 결론을 맺는다.

2. 비선형 네트워크 시스템의 T-S 퍼지 모델링

다음과 같은 뉴트럴 타입 시간 지연 $\tau(t)$와 $g(t)$을 가지는 비선형 네트워크 시스템을 고려하자.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t)-(D+\Delta D)\dot{x}(t-g(t)) &= (A+\Delta A)x(t)\\ &+(A_d+\Delta A_d)x(t-\tau(t))+Bu(t),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x(t) &= \phi(t), \quad t\in[-h,0] \\ y(t) &= Cx(t).\end{aligned} \tag{1}$$

여기서 $x(t)\in R^n$는 상태변수, $u(t)\in R^m$는 제어 입력이며, $\phi(t)$는 연속적인 벡터 초기 함수이다. h는 시간 변동 시간 지연 $\tau(t)$와 $g(t)$의 상위 경계이며, A, A_d, B, C와 그리고 D는 알려진 차원의 행렬이다.

T-S 퍼지 모델은 다음과 같은 퍼지 규칙을 사용하여 비선형 네트워크 시스템을 나타낸다.

$$\begin{aligned}&Rule\ i:\ IF\ x_1\,is\ \Gamma_1^i,\cdots,\text{and}x_n\,is\ \Gamma_n^i,\\ &\quad THEN\ \ \dot{x}(t)-(D+\Delta D)\dot{x}(t-g(t))=(A+\Delta A)x(t)\\ &\quad +(A_d+\Delta A_d)x(t-\tau(t))+Bu(t), \qquad (1\le i\le c)\end{aligned} \tag{2}$$

여기서 $\Gamma_h^i(h=1,2,\cdots q)$는 h는 전반부 변수의 퍼지 집합이며, c는 퍼지 규칙의 개수를 표시한다.

최종적인 시스템은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t)-(D+\Delta D)\dot{x}(t-g(t)) &= \sum_{i=1}^{c}\mu_i(A+\Delta A)x(t)\\ &+(A_d+\Delta A_d)x(t-\tau(t))+Bu(t),\\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned} \tag{3}$$

여기서, $w_i(x(t)=\prod_{h=1}^{n}\Gamma_h^i(x_h(t)),\mu_i(x(t))=\dfrac{w_i(x(t))}{\sum_{i=1}^{c}w_i(x(t))}$, 그리고 $\Gamma_h^i(x_h(t))$는 h번째 전반부 변수 $x_h(t)$의 퍼지 집합 Γ_j^i에 대한 소속등급이다. 시스템의 안정도 조건을 구하기 위해 다음의 가정 1, 2, 3을 가정한다.

가정 1. 행렬 D는 다음을 만족한다.
$D\neq 0,\ \ \| D\| < 1.$

가정 2. $\tau(t)$는 미분 가능한 함수이며, 모든 시간 $t\ge 0$에서 다음을 만족한다.
$0\le\tau(t)\le h\ ,\ \dot{\tau}(t)\le d<1.$

가정 3. 불확실성을 표현하는 행렬은 다음과 같이 표현가능하다.

$$[\Delta A\ \ \Delta B\Delta A_d]=GF(t)[E_a E_b E_{a_d}]$$

본 논문에서 사용된 퍼지 제어기는 c개의 부제어기로 구성이 된다. 퍼지 제어기의 i번째 규칙은 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned}&Rule\ i:\ IF\ x_1 is\ \Gamma_1^i,\cdots,\text{and}x_n is\ \Gamma_n^i,\\ &\qquad THEN\quad u=-Kx \qquad (1\le i\le c)\end{aligned} \tag{4}$$

여기서 K는 본 논문에서 설계하고자 하는 제어기의 이득값이다. 중심값-평균 비퍼지화, 곱셈 추론, 싱글톤 퍼지화에 의하여 비퍼지화된 제어기의 최종 출력은 다음과 같다.

$$u(t)=\sum_{i=1}^{c}\mu_i Kx(t) \tag{5}$$

식 (3)과 (5)를 이용하여 비선형 네트워크 시스템을 다음과 같은 T-S 퍼지 시스템으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}&\dot{x}(t)-(D+\Delta D)\dot{x}(t-g(t))=\\ &\sum_{i=1}^{c}\mu_i(x(t))(A+\Delta A+BK)x(t)+(A_d+\Delta A_d)x(t-\tau(t))\end{aligned} \tag{6}$$

식 (6)을 [6]에서 연구된 모델 변환을 이용하여 다음과 같이 변환할 수 있다.

$$\begin{aligned}&\dot{x}(t)-(D+\Delta D)\dot{x}(t-g(t))=\\ &\sum_{i=1}^{c}\mu_i(x(t))(A+\Delta A+BK+A_d+\Delta A_d)x(t)-\int_{t-\tau(t)}^{t}\dot{x}(s)ds\end{aligned} \tag{7}$$

결국 퍼지 제어기를 이용하여 T-S 퍼지 시스템 (7)을 안정하게 하는 것이 본 논문의 목적이다. 이를 위해서 상태 방정식 (7)이 안정하

게 하는 제어기 이득값 K을 설계한다. 상태 방정식 (7)의 안정도는 $g(t)$에는 독립적이며, $\tau(t)$에는 종속적인 조건을 구하고, 이를 확인한다.

3. 뉴트럴 타입 T-S 퍼지 시스템의 제어기 설계

3.1 안정도 해석

본 장에서는 뉴트럴 타입 T-S 퍼지 시스템 (7)의 안정도 조건에 대해서 논의한다. 리아프노프-크라조브스키의 안정도 이론을 이용하여 뉴트럴 타입 T-S 퍼지 시스템 (7)의 안정도 조건을 다음의 정리 1과 같이 유도한다.

정리 1. 다음의 양한정 행렬 $R, Q, S, Y_1, Y_2, Y_3, Z_1, Z_2, Z_3$ 그리고 P_1과 임의의 행렬 P_2, P_3이 다음의 선형 행렬 부등식을 만족하면 뉴트럴 타입 T-S 퍼지 시스템 (7)은 안정하다.

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Psi & P^T\begin{bmatrix}0\\A_d\end{bmatrix} - Y^T & P^T\begin{bmatrix}0\\D\end{bmatrix} \\ * & -(1-\dot{\tau}(t))S & 0 \\ * & 0 & -(1-\dot{g}(t))Q \end{bmatrix} < 0, \quad (8)$$

여기서,

$$\Psi = P^T\begin{bmatrix}0 & I\\A_0 & -I\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0 & A_o\\I & -I\end{bmatrix}P + hZ + \begin{bmatrix}S & 0\\0 & hR+Q\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}Y\\0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}Y\\0\end{bmatrix},$$

$Y = [Y_1\ Y_2], Z = \begin{bmatrix}Z_1 & Z_2\\ * & Z_3\end{bmatrix}$이다.

증명) 공간상 증명 생략. ■

3.2 제어기 이득값 설계

본 장에서는 뉴트럴 타입 T-S 퍼지 시스템 (7)을 안정화 시키는 제어기 이득값 K를 설계한다.

정리 2. 다음의 양한정 행렬 $R, Q, S, Y_1, Y_2, Y_3, Z_1, Z_2, Z_3$ 그리고 P_1과 어떤 적합한 행렬 P_2, P_3이 다음의 선형 행렬 부등식을 만족하면 뉴트럴 타입 T-S 퍼지 시스템 (7)은 안정하며,

$$\begin{bmatrix} X_2+X_2^T & * & * & * & * & * \\ \Psi_1 & -X_3-X_3^T & * & * & * & * \\ * & P^T\begin{bmatrix}0\\A_d\end{bmatrix} - Y^T - (1-\dot{\tau}(t))S^{-1} & * & * & * & * \\ * & P^T\begin{bmatrix}0\\D\end{bmatrix} & 0 & -(1-\dot{g}(t))Q^{-1} & * & * \\ X_2 & X_3 & 0 & 0 & -(1-\dot{g}(t))Q^{-1} & * \\ \tau(t)X_2 & \tau(t)X_3 & 0 & 0 & 0 & -(1-\dot{\tau}(t))S^{-1} \end{bmatrix} < 0.$$

이때 제어기 이득값은 $K = WX_1^{-1}$ 이며, $\Psi_1 = X_3 - X_2^T + X_1(A_o + A_D) + C^T W^T$이다.

증명) 공간 제약으로 생략한다. ■

4. 수치적 예제

본 장에서는 제안된 뉴트럴 타입 T-S 퍼지 시스템의 제어기 설계 및 안정도 분석을 확인하기 위하여 모의 실험을 실행한다. 모의 실험에 사용하는 비선형 시스템은 [7]에서 쓰인 예를 본 논문의 T-S 퍼지시스템에 맞게 수정한 것이다.

$$A = \begin{bmatrix}0.9 & 3\\-0.6 & -2\end{bmatrix}, \qquad A_d = \begin{bmatrix}-0.4 & 1.2\\0.2 & -0.3\end{bmatrix}$$

$$\Delta A = 0.3\times A, \quad \Delta A_d = 0.3\times A_d, \quad \Delta D = 0.3\times D$$

$$D = \begin{bmatrix}-0.3 & 0.3\\0.2 & -0.5\end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix}1 & -1\\-2 & -0.5\end{bmatrix},$$

$$\tau(t) = 3\sin t, g(t) = 3$$

정리 2의 선형 행렬 부등식의 해를 구하면 다음과 같다.

$$X_1 = \begin{bmatrix}294.4 & -72.23\\-72.23 & 17.5\end{bmatrix}, \quad X_2 = \begin{bmatrix}52.52 & 27.62\\-2.992 & 53.68\end{bmatrix},$$

$$X_3 = \begin{bmatrix}367.3 & 769.8\\-730.2 & 304.1\end{bmatrix},$$

$$Q = \begin{bmatrix}123.7 & -155.6\\796.5 & 126.7\end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix}90.66 & -2846\\2681 & 69.4\end{bmatrix}.$$

선형 행렬 부등식의 해를 이용하여 T-S 퍼지 시스템 (9)을 안정화 시키는 관측기 이득 K을 구해보면 다음과 같다.

$$K = [-32.309\ 34.2314].$$

설계된 제어기 이득 값을 이용하여 비선형 네트워크 시스템에 적용하면 오차 상태 변수 $x_1(t)$와 $x_2(t)$의 시스템 응답은 그림 1과 같다. 그림 1로부터 상태 변수는 시간이 지날수록 0에 수렴함을 확인 할 수 있다. 이는 제안된 이론의 우수성을 입증한다.

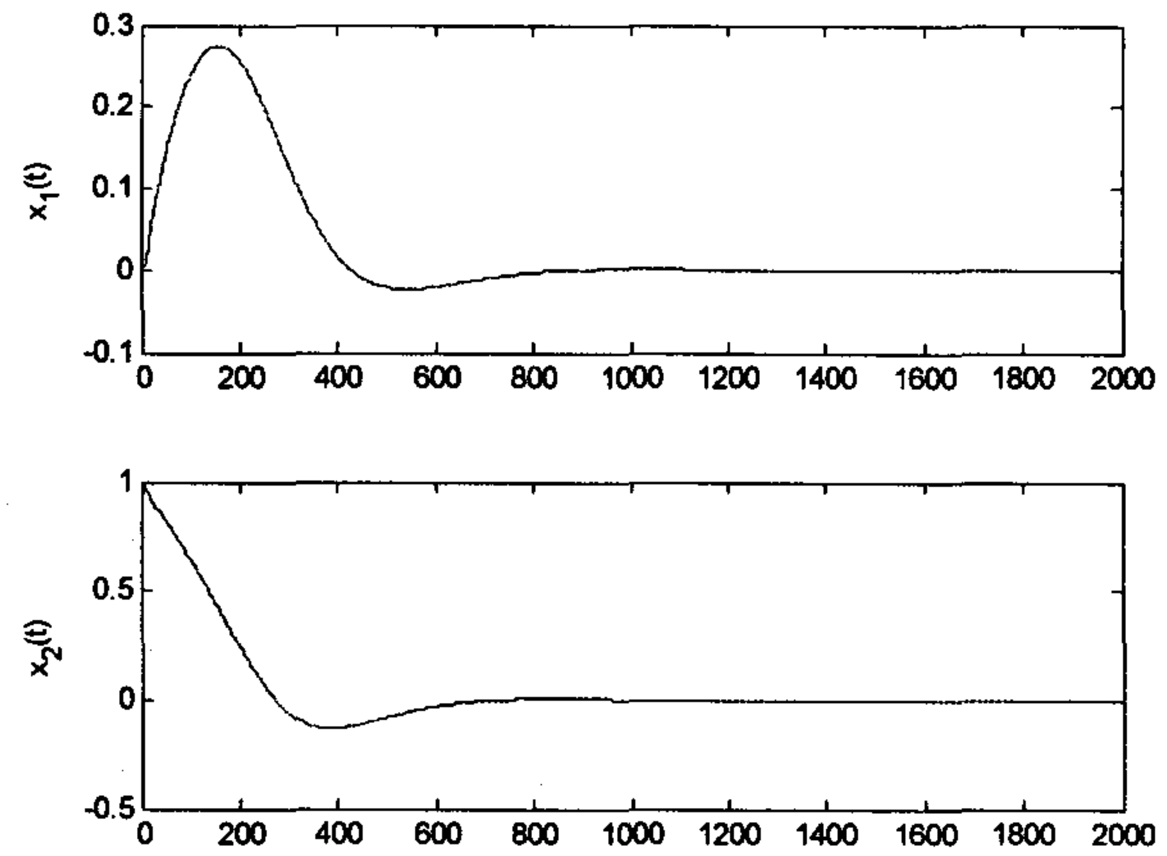

그림 1. 네트워크 제어 시스템의 시간 응답
Figure 1. Time response of the networked control system

5. 결 론

본 논문은 비선형 네트워크 시스템의 안정도 분석 및 제어기 설계를 퍼지 제어 기법을 이용하여 제안하였다. 비선형 네트워크 시스템의 안정도를 판별하기 위하여 T-S 퍼지 모델을 도입하였다. 리아프노프-크라조브스키 이론을 이용하여 안정도를 분석하고 제어기 설계의 충분 조건을 유도하였다. 선형 행렬 부등식의 해를 이용하여 제어기의 이득값을 설계하였다. 본 논문에서 제안한 방법이 뉴트럴 타입 시간 지연을 갖는 비선형 네트워크 시스템을 퍼지 제어하는데 매우 효율적임을 증명하였다.

감사의 글 : 본 연구는 학술진흥재단(KRF-2007-521-D00159) 프로젝트에 의해 일부 지원 받았음.

[참 고 문 헌]

[1] C. H. Lien and J. D. Chen, Discrete-delay-independent and discrete-delay-dependent criteria for a class of neutral systems", ASME J. Dyn. Syst., Vol 125, pp. 33-41, 2003
[2] M. Hou, P. Zitek, and R. J. Patton, "An observer design for linear time-delay systems," IEEE Trans. Autom. Control, Vol. 47, pp. 121-125, 2002.
[3] Z. Wang, J. Lam, and K. J. burnham, "Stability analysis and observer design for neutral delay systems," IEEE Trans. Autom. Contro, Vol. 47, pp. 478-483, 2002..
[4] M. S. Mahmoud, "Robust control and filtering for time-delay systems," New York.
[5] P. Zitek, "Anisochronic state observers for hereditary systems," Int. J. Control, Vol. 42, pp. 581-599, 1998.
[6] Y. Y. Cao and P. M. Frank,, "Analysis and synyhesis of nonlinear time-delay systems via fuzzy control approach," IEEE Trans. Fuzzy Syst., Vol 8,, No 2, pp. 200-211, 2000.
[7] K. R. Lee, J. H. Kim, E. T. Jeung, and H. B. Park,, "Output ffeedback robust H_∞ control of uncertain fuzzy dynamic systems with time-varying delay", IEEE Trans. Fuzzy Syst., Vol 8, No.6, pp. 657-664, 2000.