

Qi 시스템에 대한 지능형 디지털 재설계

Intelligent Digital Redesign for Qi System

성화창¹, 주영훈², 박진배¹

¹서울시 서대문구 연세대학교 전기전자공학과
E-mail: {casfirspear, jbpark}@yonsei.ac.kr

²전라북도 군산시 군산대학교 전자정보공학부
E-mail: yhioo@kunsan.ac.kr

요 약

본 논문은 Qi 시스템 제어를 위한 지능형 디지털 재설계 접근 방안을 제안한다. 디지털 재설계란, 기존의 안정화 된 연속시간 플랜트와 이산 시간에서 설계된 디지털 제어기와의 상태 접합 및 안정도 분석을 통해 전체 시스템을 재구성 하는 것을 말한다. 퍼지 모델링을 통해 Qi 시스템을 퍼지 규칙으로 표현하며, 디지털 재설계를 통해 재설계된 디지털 제어기를 통해 이를 제어하게 된다. 주어진 조건은 LMI를 통해 표현되며, 시스템의 안정도를 증명함으로써 디지털 제어기 설계의 활용성 및 가능성을 검증하고자 한다.

Key Words : Qi 시스템, 지능형 디지털 재설계, 시스템안정도, LMI

1. 서 론

T-S (Takagi-Sugeno) 퍼지 모델링 기법은 복잡한 비선형 시스템을 수학적으로 표현하기 위한 효율적인 방법이다 [1-5]. Zadeh에 의해 최초로 도입된 퍼지 논리 개념을 바탕으로 하여 퍼지 규칙의 구조와 파라미터 동정과 연관된 자기 학습 알고리즘을 포함하는 일반적인 퍼지 시스템 동정 기법을 통해 비선형 시스템을 부분적인 선형 합들로 표현함으로써 제어 기법 사용에 효율성을 기하였다.

이러한 퍼지 모델링 기법은 많은 비선형 플랜트 가운데서도 그 궤적이 복잡하게 드러나는 카오스 시스템에 적용되어 연구되어 왔으며, Chaotic Lorenz 시스템이 그 대표적인 예이다 [3], [5]. Lee는 해당 시스템에 불확실성이 더해졌을 경우에도 강인 제어가 가능함을 보였다 [3]. 즉, 대부분의 플랜트가 가지고 있는 파라미터 불확실성을 고려함으로써, 강인 퍼지 제어기 설계를 통한 안정도를 증명한 것이다. Chang은 디지털 재설계를 통한 디지털 제어기 설계를 통해 해당 플랜트 제어를 수행하였다 [5]. 여기서 말하는 디지털 재설계는 연속 시간 제어기에 대응되는 디지털 제어기 설계 문제를

말한다. 퍼지 모델링 기법은 많은 비선형 플랜트 가운데서도 그 궤적이 복잡하게 드러나는 카오스 시스템에 적용되어 연구되어 왔으며, Chaotic Lorenz 시스템이 그 대표적인 예이다 [3], [5]. Lee는 해당 시스템에 불확실성이 더해졌을 경우에도 강인 제어가 가능함을 보였다 [3]. 즉, 대부분의 플랜트가 가지고 있는 파라미터 불확실성을 고려함으로써, 강인 퍼지 제어기 설계를 통한 안정도를 증명한 것이다. Chang은 디지털 재설계를 통한 디지털 제어기 설계를 통해 해당 플랜트 제어를 수행하였다 [5]. 여기서 말하는 디지털 재설계는 연속 시간 제어기에 대응되는 디지털 제어기 설계 문제를

말한다. 퍼지 모델링 기법은 많은 비선형 플랜트 가운데서도 그 궤적이 복잡하게 드러나는 카오스 시스템에 적용되어 연구되어 왔으며, Chaotic Lorenz 시스템이 그 대표적인 예이다 [3], [5]. Lee는 해당 시스템에 불확실성이 더해졌을 경우에도 강인 제어가 가능함을 보였다 [3]. 즉, 대부분의 플랜트가 가지고 있는 파라미터 불확실성을 고려함으로써, 강인 퍼지 제어기 설계를 통한 안정도를 증명한 것이다. Chang은 디지털 재설계를 통한 디지털 제어기 설계를 통해 해당 플랜트 제어를 수행하였다 [5]. 여기서 말하는 디지털 재설계는 연속 시간 제어기에 대응되는 디지털 제어기 설계 문제를

2. Qi 시스템 및 퍼지 모델링

이 장에서는 Qi 시스템에 대한 소개 및 이

본 논문에서는 기존의 연구되었던 카오스 시

시스템의 T-S 퍼지 기반 모델링을 제안하고자 한다. 구체적인 Lorenz 시스템의 동적 시스템의 구조는 다음과 같이 표현 될 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a(x_2 - x_1) + x_2x_3x_4 \\ \dot{x}_2 &= b(x_1 + x_2) - x_1x_3x_4 \\ \dot{x}_3 &= -cx_3 + x_1x_2x_4 \\ \dot{x}_4 &= -dx_4 + x_1x_2x_3 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $a, b, c, d > 0$ 라는 조건을 만족해야 한다. 불확실성을 나타내는 a, b, c 그리고 d 는 $a + \Delta a, b + \Delta b, c + \Delta c, d + \Delta d$ 과 같은 표현으로 정리되며 주어진 초기 조건은 $(a, b, c, d) = (35, 10, 1, 10)$ 이다. 여기서 모든 값들은 일반 값에 비해 5% 바운드 되어 있으며, 이는 불확실성의 범위를 나타낸다.

이 시스템에 대한 퍼지 모델링은 다음과 같이 수행된다. 비선형 식 중 $x_2x_3x_4$ 는 다음으로 나타내어진다.

$$x_2x_3x_4 = \left(\sum_{i_2, i_4=1}^2 \mu_{i_2i_4} g_{i_2i_4} \right) \quad (2)$$

여기서, $g_{i_2i_4} = \prod_{j=2, j \neq 3}^4 M_{i_j}^j$, $\mu_{i_2i_4} = \prod_{j=2, j \neq 3}^4 \Gamma_{i_j}^j$ 이며 $\Gamma_{i_j}^j$ 는 양 한정 행렬로 다음과 같이 정의 된다.

$$\Gamma_1^j = \left(\frac{-x_j + M_2^j}{M_2^j - M_1^j} \right), \Gamma_2^j = \left(\frac{x_j - M_2^j}{M_2^j - M_1^j} \right) \quad (3)$$

나머지 비선형 식 역시도 비슷한 과정을 통해 정의될 수 있으며, 이를 통해 우리는 다음의 퍼지 규칙을 얻게 된다.

$R^i: IF z_1(t) \text{ is } \Gamma_{i1} \text{ and } \dots \text{ and } z_p(t) \text{ is } \Gamma_{ip}$
 THEN $\dot{x}(t) = (A_i + \Delta A_i)x(t) + (B_i + \Delta B_i)u(t)$

여기서, Rule i 는 i 번째 규칙을 말하며, x_j 은 j 번째 입력 변수를 나타낸다. (구체적인 각 행렬 값은 지면관계상 생략한다.)

3. 강인 디지털 퍼지 제어기 설계

불확실성이 포함된 비선형 시스템의 효율적인 표현을 위해 다음과 같은 T-S 퍼지 시스템을 고려하자.

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) + \Delta f(x(t)) + (g(x(t)) + \Delta g(x(t)))u(t)$$

여기서 $x(t) \in R^n$ 는 상태 벡터이며, $u(t) \in R^m$ 는 제어입력이다. $f(x(t)) \in R^n$ 과 $g(x(t)) \in R^n$ 는 비선형 벡터이고, $\Delta f(x(t)), \Delta g(x(t))$ 는 불확실성을 나타내는 벡터이다. T-S 모델의 i 번째 규칙을 나타내는 시스템은 다음과 같이 표현된다.

IF-THEN Form:

$R^i: IF x_1(t) \text{ is about } \Gamma_1^i \text{ and } \dots \text{ and } x_n(t) \text{ is about } \Gamma_n^i$
 THEN $\dot{x}_c(t) = (A_i + \Delta A_i)x_c(t) + (B_i + \Delta B_i)u_c(t)$,
 where $i = 1, 2, \dots, q$,

여기서 $\Gamma_j^i(x_j(t))$ 는 i 번째 규칙에서 j 번째 전건부 변수의 퍼지 집합이다. 첨자 'c'는 아날로그 제어를 의미하며, 첨자 'd'는 디지털 제어를 의미한다. 우선 아날로그 퍼지 모델 기반 제어기의 설계는

IF-THEN Form:

IF $z_1(t)$ is F_1^i and \dots and $z_n(t)$ is F_n^i
 THEN $u_c(t) = -K_{ci}x_c(t)$, $i = 1, 2, \dots, q$

Defuzzified Form:

$$u_c(t) = -K_c(\mu)x_c(t)$$

과 같으며, K_{ci} 피드백 이득을 의미한다. 설계된 제어기를 통해 나타난 아날로그 시스템은 다음과 같다.

$$\dot{x}_c(t) = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i(z(t))\mu_j(z(t))\{(A_i + \Delta A_i) + (B_i + \Delta B_i)K_{ci}\}x_c(t) \quad (4)$$

본 연구에서는 설계된 아날로그 퍼지 모델 기반 제어기를 통해 디지털 제어기를 재설계하게 된다. 우선, 불확실성이 포함된 디지털 시스템을 고려해 보자.

$$\dot{x}_d(t) = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))\{(A_i + \Delta A_i)x_d(t) + (B_i + \Delta B_i)u_d(t)\} \quad (5)$$

퍼지 모델 기반 디지털 제어기의 경우는 퍼지 규칙에 의해 위의 아날로그 형태와 유사하게 구해지며, K_d^i 는 i 번째 규칙에서 결정되어야 할 디지털 제어 이득 행렬로, 비퍼지화 된 제어 입력은 다음과 같다.

$$u_d(t) = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(kT))K_d^i x_d(kT) \quad (6)$$

IDR 문제는 디지털 제어기 (6)를 구성하기 위하여 매 샘플링 순간 $t \in [kT, kT+T)$ 마다 (4)과 (5)의 페루프 상태 접합이 필요하며, 이는 T-S 퍼지 시스템을 이산화 하여 다음으로써 해결된다. 그러나 T-S 퍼지 시스템은 본질적으로 비선형성을 내포하고 있기 때문에 이산화 결과를 블록 조합의 형태로 해석한 뒤 IDR 기법을 적용하게 되며, 따라서 다음의 i 번째 발화도 $\mu_i(z(t))$ 는 시간구간 $t \in [kT, kT+T)$ 동안 $t = kT$ 에서의 값으로 근사화 될 수 있다는

가정이 필요하다. 즉, $\sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))A_i$ 와 $\sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))B_i$ 는 시간구간 $[kT, kT+T)$ 에서 상

수 행렬로 근사화 될 수 있다. 이에 의하여 디지털 퍼지 기반 폐루프 시스템에 대한 이산화를 수행하면 다음과 같다.

$$x_d(kT + T) = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i(z(kT)) \mu_j(z(kT)) (\hat{G} + \hat{H}_i k_{d_j}) x_d(kT) \quad (6)$$

여기서,

$$\hat{G} = \exp(A + \Delta A)T,$$

$$\hat{H} = \int_0^T e^{(A + \Delta A)\tau} (B + \Delta B) d\tau = (\hat{G} - I_n)(A_0 + \Delta A)^{-1} (B + \Delta B)$$

마찬가지로 연속시간 퍼지 모델 기반 시스템 (4)에 대한 이산화 결과는 다음과 같으며,

$$x_c(KT + T) = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i(z(t)) \mu_j(z(t)) \Phi_{ij} x_c(kT) \quad (7)$$

여기서 $\Phi_{ij} = \exp\{((A_i + \Delta A_i) + (B_i + \Delta B_i)K_{c_j}^i)T\}$

이다. 문제는 $\Delta A_i, \Delta B_i$ 로 나타내어지는 불확실성을 포함한 식이며, 이의 효율적인 분석을 위해, 본 논문에서는 다음 가정을 도입한다.

가정 1: 불확실성을 나타내는 두 식, ΔA 와 ΔB 는 놈(norm) 바운드 되어 있으며 다음의 구조로 이루어져 있다.

$$[\Delta A \ \Delta B] = DF(t)[E_1 \ E_2] \quad (8)$$

여기서 $D, E_1,$ 와 E_2 는 불확실성을 나타내는, 충분한 공간을 가진 결정된 행렬이며, $F(t)$ 는 불확실성을 내포한 Lebesgue-measurable 값으로 $F^T(t)F(t) \leq I$ 를 만족하게 된다.

식 (6)과 (7)에 대한 상태 접합과 안정도 분석을 통해 주어진 디지털 재설계 기법을 완성하게 된다. 이는 다음과 같은 문제로 다시 정리 될 수 있다.

문제 1: 주어진 아날로그 제어 이득 K_{ci} 를 이용하여 디지털 재설계 된 이득 값 K_{di} 를 구하기 위해선 다음 두 조건을 만족해야 한다.
1) 상태접합: 이산화 된 두 식, (6) 과 (7) 사이에 존재하는 이득 값 간의 상태접합이 이루어

져야 한다.

2) 안정도: 디지털 재설계 된 시스템 (6)은 주어진 안정도 조건을 만족시켜야 한다.

각 조건에서 나온 식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} -Q + (q-1)O & * \\ \hat{G}_i Q + \hat{H}_i U_i & -Q \end{bmatrix} < 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, q. \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} -Q - O & * \\ \frac{\hat{G}_i Q + \hat{H}_i U_i + \hat{G}_j Q + \hat{H}_j U_j}{2} & -Q \end{bmatrix} < 0, \quad i=1, \dots, q-1, j=i+1, \dots, q \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} -\gamma Q & * \\ \Phi_{ij} Q - \hat{G}_i Q - \hat{H}_i U_i & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (10)$$

식 (8) 와 (9)의 경우 안정도에 관계된 식이며, 식 (10)의 경우 상태접합과 관련된 식이다.

주어진 문제 1은 다음 정리로 나타내어진다.

정리 1-2 : 이산화 되어 진 시스템의 안

정화를 위하여, 주어진 아날로그 게인 K_{ci} 와

찾고자 하는 디지털 게인 K_{di} 사이의 상태 접합 문제는 다음과 같은 선형 작용소 놈을 최소화 하는 블록 최적화 문제로 구성된다. 구체적인 식은 아래 (11), (12)와 같다.

증명: 지면관계상 생략한다.

4. 시뮬레이션 및 결과 고찰

두 개의 LMI 식 (11)과 (12)를 통해 2절에서 제시한 Qi 시스템에 대한 안정도 결과를 보여 주게 된다. 안정된 결과를 가져오는 연속 시간 제어 이득은 다음과 같다.

$$\hat{K}_1 = [-1378.1 \ -1173.7 \ -4057.7 \ 106.3]$$

$$\hat{K}_2 = [-1347.8 \ -1153.4 \ -3986.0 \ 104.2]$$

$$\hat{K}_3 = [-1440.0 \ -1231.2 \ -4233.0 \ 111.5]$$

$$\hat{K}_4 = [-1412.5 \ -1208.2 \ -4152.6 \ 109.0]$$

$$\hat{K}_5 = [-1184.7 \ -1019.5 \ -3502.8 \ 91.8]$$

$$\hat{K}_6 = [-1181.2 \ -1016.6 \ -3492.1 \ 91.3]$$

GEVP1: Minimize γ subject to
 $Q, M_{ij}, Z_{ij}, \epsilon_{ij}$

$$\begin{bmatrix} -\gamma Q & * & * & * \\ \hat{G}_i Q - G_i Q + H_i M_j & \epsilon_{ij} \tilde{D}_{ij} - I & * & * \\ \hat{\epsilon}_{ij} Q & 0 & -\epsilon_{ij} I & * \\ -\epsilon_{1i} Q - \epsilon_{2i} M_j & 0 & 0 & -\epsilon_{ij} I \end{bmatrix} < 0 \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} -4Q + Z_{ij} & * & * & * \\ G_i Q + H_i M_j + G_j Q + H_j M_i & \epsilon_{ij} \tilde{D}_{ij} - Q & * & * \\ \epsilon_{1i} Q + \epsilon_{2i} M_j & 0 & -\epsilon_{ij} I & 0 \\ \epsilon_{1j} Q + \epsilon_{2j} M_i & 0 & 0 & -\epsilon_{ij} I \end{bmatrix} < 0 \quad (12)$$

$$\hat{K}_7 = [-1232.2 \quad -1060.9 \quad -3624.1 \quad 95.6]$$

$$\hat{K}_8 = [-1347.8 \quad -1153.4 \quad -3986.0 \quad 104.2]$$

그리고 샘플링 시간이 0.0016 일때 얻어진 제어 이득은 다음과 같다.

$$K_1 = [-253.19 \quad -284.53 \quad -809.72 \quad 20.476]$$

$$K_2 = [-244.49 \quad -276.71 \quad -784.72 \quad 19.818]$$

$$K_3 = [-254.15 \quad -289.52 \quad -784.25 \quad 20.754]$$

$$K_4 = [-222.6 \quad -257.67 \quad -685.04 \quad 18.172]$$

$$K_5 = [-8.7889 \quad -11.1922 \quad 0.1100 \quad -0.0009]$$

$$K_6 = [-8.7888 \quad -11.1921 \quad 0.1106 \quad -0.0009]$$

$$K_7 = [-8.7846 \quad -11.1907 \quad 0.1191 \quad -0.0010]$$

$$K_8 = [-8.7845 \quad -11.1906 \quad 0.1196 \quad -0.0010]$$

이를 통해 우리는 다음의 안정도 결과 그래프를 얻게 된다.

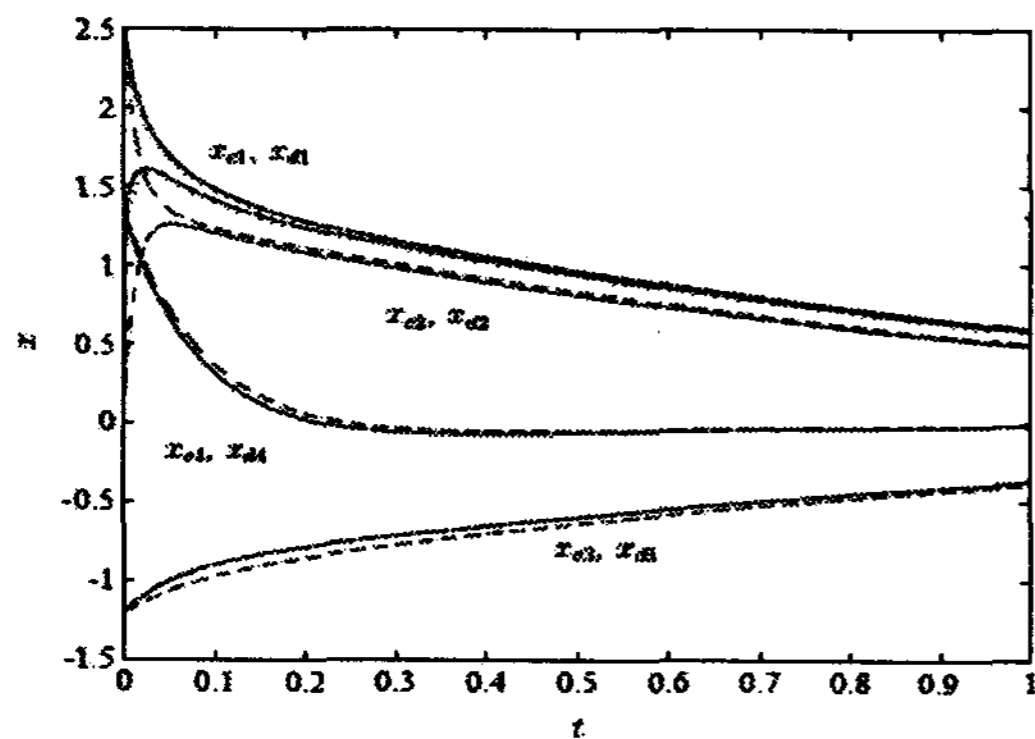


그림 1. T=0.0016일때의 Qi 시스템 궤적:
analog(solid) proposed(dotted) [8](dashed)

5. 결론

본 논문에서는 Qi 시스템에 대한 강인 디지털 재설계 방안을 제안하였다. 디지털 재설계를 위하여 안정화된 연속시간 시스템과 이산 시간에서 설계된 디지털 제어기와 두 가지 조건 - 상태 접합 및 안정도 분석을 수행 하였다. 또한 시스템에 대한 존재하는 불확실성을 고려함으로써 시스템에 강인성을 부여 하였다. 전체 주어진 식은 선형 행렬 부등식 형태로 나타내어, 디지털 제어 이득을 구할 수 있는 알고리즘을 제시하였다. 마지막으로 시뮬레이션을 통해 주어진 기법의 우수성을 증명하였다.

감사의 글 : 이 논문은 2007년도 두뇌한국21
사업에 의하여 지원되었음
본 연구는 산업 자원부 전력기
반 조성사업 센터의 고급인력양
성 사업의 통한 연세대학교 개
통 적용 신 전력기기 연구센터

의 지원으로 수행되었습니다.

참 고 문 헌

- [1] KUO, B. C, "Digital control systems", Saunders College publishing, 1992, 2nd edn.
- [2] H. J. Lee, J. B. Park, and G. Chen, "Robust fuzzy control of nonlinear systems with parameteric uncertainties," IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 9, pp. 369-379, Apr. 2001.
- [3] H. J. Lee, H. B. Kim, Y. H. Joo, W. Chang, and J. B. Park, "A new intelligent digital redesign for T-S fuzzy systems: Global approach," IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 12, pp. 274-284, Apr. 2004.
- [4] H. J. Lee, J. B. Park, and Y. H. Joo, "An efficient observer-based sampled-data control: digital redesign approach," IEEE Trans. Circuits Syst. I, vol. 50, no. 12, pp. 1595-1601, Dec. 2003.
- [5] W. Chang, J. B. Park, H. J. LEE and Y.H. Joo, "LMI approach to digital redesign of linear time-invariant systems", IEE Proc-Control Theory, Appl., Vol. 149, No. 4, July 2002.
- [6] L. S. Shieh, J. Gu, and J. W. Sunke, "Model conversions of uncertain linear systems using the bilinear and inverse-bilinear approximation method", Proc. 36th Midwest Symposium, vol. 1, pp. 514-517, Aug. 1993.
- [7] L. S. Shieh, X. M. ZHAO, and J. W. SUNKE, "Hybrid state-space self-tuning control using dual-rate sampling". IEE Proc, Control Theory Appl, 1991, 138, (1), pp. 50-58.
- [8] L. S. Shieh, W. M. Wang, and J. B. Zheng "Robust control of sampled-data uncertain systems using digitally redesigned observer-based controller," Int. J. Contr. vol. 66, no. 1, pp. 43-64, 1997.
- [9] L. Xie, "Output feedback H_∞ control of systems with parameter uncertainties," Int. J. Contr. vol. 63, no. 4, pp. 741-750, 1996.
- [10] G. Qi, S. Du, G. Chen, Z. Chen, and Z. yuan, "On a four-dimensional chaotic system," Chaos, Solitons and Fractals. vol. 23, pp. 1671-1682, 2005.