Data Space: K-space and Fourier Transform

단국대학교병원 영상의학과 서 경 진

강 의 목 표

1. 자기공명영상의 구성을 이해한다.
2. Fourier transform의 영상 구성에서 역할을 이해한다.
3. K-space의 개념과 특성을 알고 임상 응용에 관하여 이해한다.

1. 자기공명영상의 구성

MR 영상은 우리 몸 여러 부분의 수소 (H) 원자를 이용하고, 수소원자에 펄스(pulse)를 가해 에너지 변화를 주파수 형태로 측정하여 이를 이미지로 재구성함으로써 이루어진다.

우리 몸에서 나온 주파수 (RF signal)는 A/D conversion 하여 k-space에 저장한다. 이것은 아날로그 주파수를 컴퓨터가 인식 할 수 있도록 디지털화 하여 데이터(data)로 저장한다. k-space에 저장된 주파수 형태의 신호는 Fourier 변환에 의해 MR영상을 재구성할 수 있다(Figure 1).

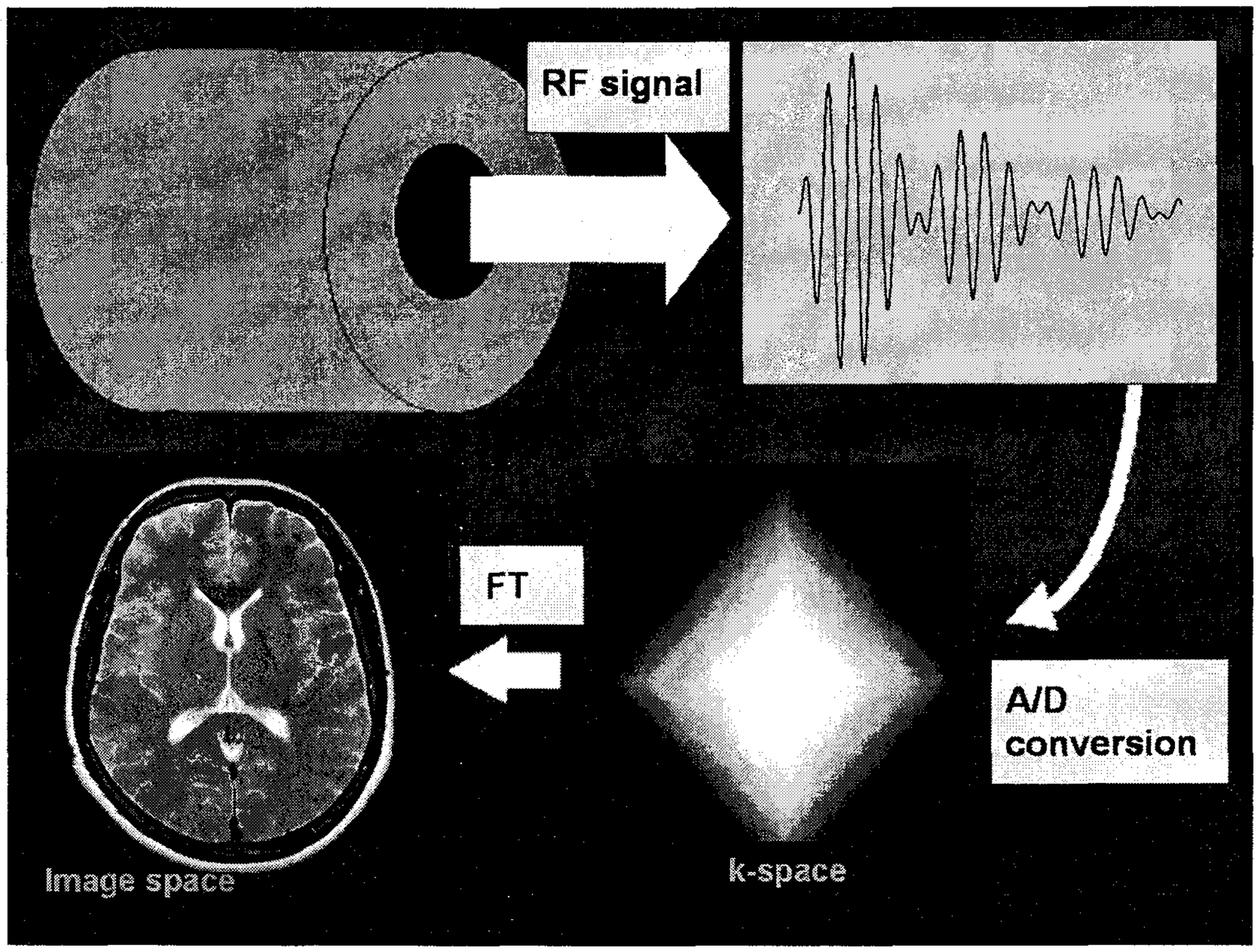


Figure 1. 자기공명영상의 구성

2. K-space

자기공명영상의 물리를 공부하면서 k-space는 아마도 MRI를 이해하는데 가장 혼란스러운 용어일 것이다. 하지만 그렇게 어려워할 필요는 없을 것 같다. k-space는 우리가 늘 사용해 오던 비교적 단순한 개념이다. 단지 최근까지 그것을 k-space라고 부르지 않았을 뿐이다.

간단히 말해, k-space는 Fourier transform에 의해 MR 영상이 되는 값의 배열이다. 이러한 값들은 시간에 따라 각 MR 신호의 값을 측정하여 k-space 배열 안에 충전함으로 생긴다. k-space는 수학적 도구의 한 형태로 환자나 MR 장비 상에 위치하는 실제 공간을 의미하는 것이 아니고, 컴퓨터 내의 메모리에 보관 되는 데이터라고 생각 하면 된다. 즉 k-space 와 영상(image)과 관계는 <Data space is an "analog" version of k-space>이다.

영상획득 단계에서 살펴보면 우리 몸에서 발산되는 주파수 형태의 에너지는 Fourier series에 의해 다양한 주파수 형태의 합으로 도식화할 수 있다. 이 주파수들은 spatial frequency라는 과정을 거쳐 위치를 구별하고, 이를 다시 각 영역과 contrast를 고려하여 점의 형태로 나타내어 MRI 영상으로 재구성할 수 있다.

획득된 데이터는 중간 저장 매체를 필요로 하는데, 이때 이용되는 것이 k-space 라는 가상의 공간이다.

획득된 주파수를 연속적인 형태로 기록하는 것이 데이터 space이며, 이는 k-space의 analog version 즉 연속형태의 기록으로 생각할 수 있다. Analog 형태의 주파수를 각 데이터 획득 간격으로 값을 얻고 이를 amplitude를 고려하여 기록한다. 이 때 하나의 TR 간격 동안 k-space 한 줄에 해당하는 데이터를 얻게 된다.

그리고 다시, MRI 실제영상에서 사용되는 일반적인 k-space 의 크기, 예를 들면 256 x 256 크기의 기본 영상을 모으게 되면 MR 영상 획득을 위한 작업을 마치게 된다.

2D-Fourier transform MR 영상에서, k-space는 위상에 있어서는 실수적, 허수적 채널로부터 얻어지는 디지털화된 MR 영상에 의해, 한 번에 한 열의 데이터로 채워진다. k-space를 열로 채우는 이러한 방식에서, 셀에 놓이는 수는 공명 동안의 다양한 시간에 실수적이고 허수적인 MR 신호 진폭에 부합된다. 각 열 좌측의 k-space 값은 공명 과정 초기에 획득되고, 우측의 값은 후기에 획득된다. 공명의 가운데 부분은 k-space에서 각 열의 중간 가까이에서 일어나고 가장 큰 값을 가진다.

2D-Fourier transform MR 에 있어 k-space의 각 열은 위상 encoding 경사의 단독 적용으로부터 얻어지는 공명 데이터에 부합된다. 대략 k-space 격자의 중앙 근처의 열은 low-order 위상 인코더 단계에, 반면 꼭대기나 바닥 근처의 열은 high-order 인코더 단계에 부합된다고 알려져 있다. 공명 진폭은 low-order 위상 인코더 단계에서 크기 때문에, k-space 값은 격자의 중앙 근처에서 보다 크다. 일단 모든 위상의 인코더 단계가 행하여져, 모든 공명이 얻어지고, 디지털화 되어, 기록된다면, k-space가 '채워졌다'고 말한다. 이렇게 채워진 k-space를 그림으로 형상화할 수도 있는데, 각 셀의 밝기는, 그 셀에 정해진, 실수 또는 허수의 크기에 부합된다(Figure 2).

k-space의 각 셀은 MR 영상의 각 pixel에 1:1로 부합되지는 않는다는 것을 알아야 한다. 각각

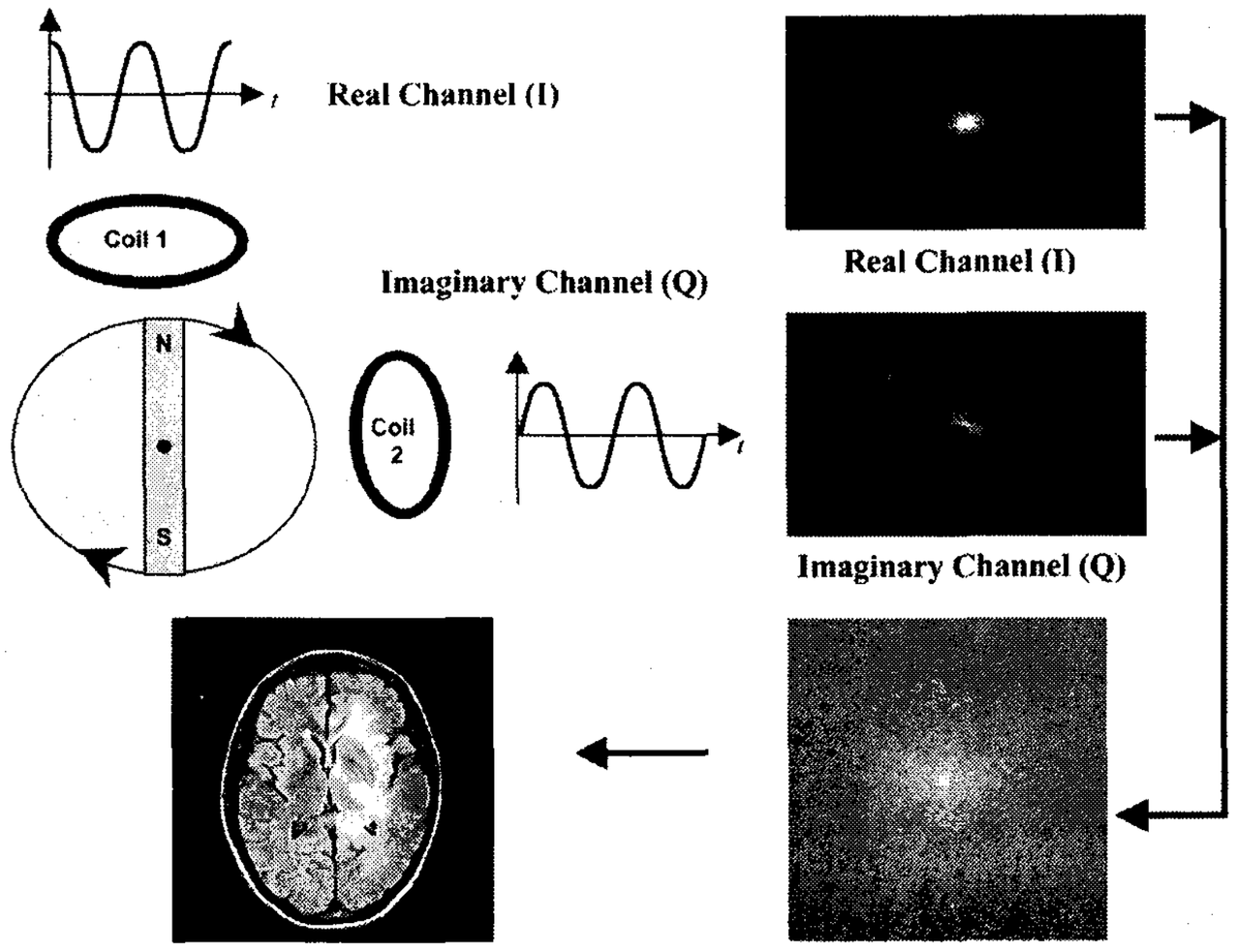
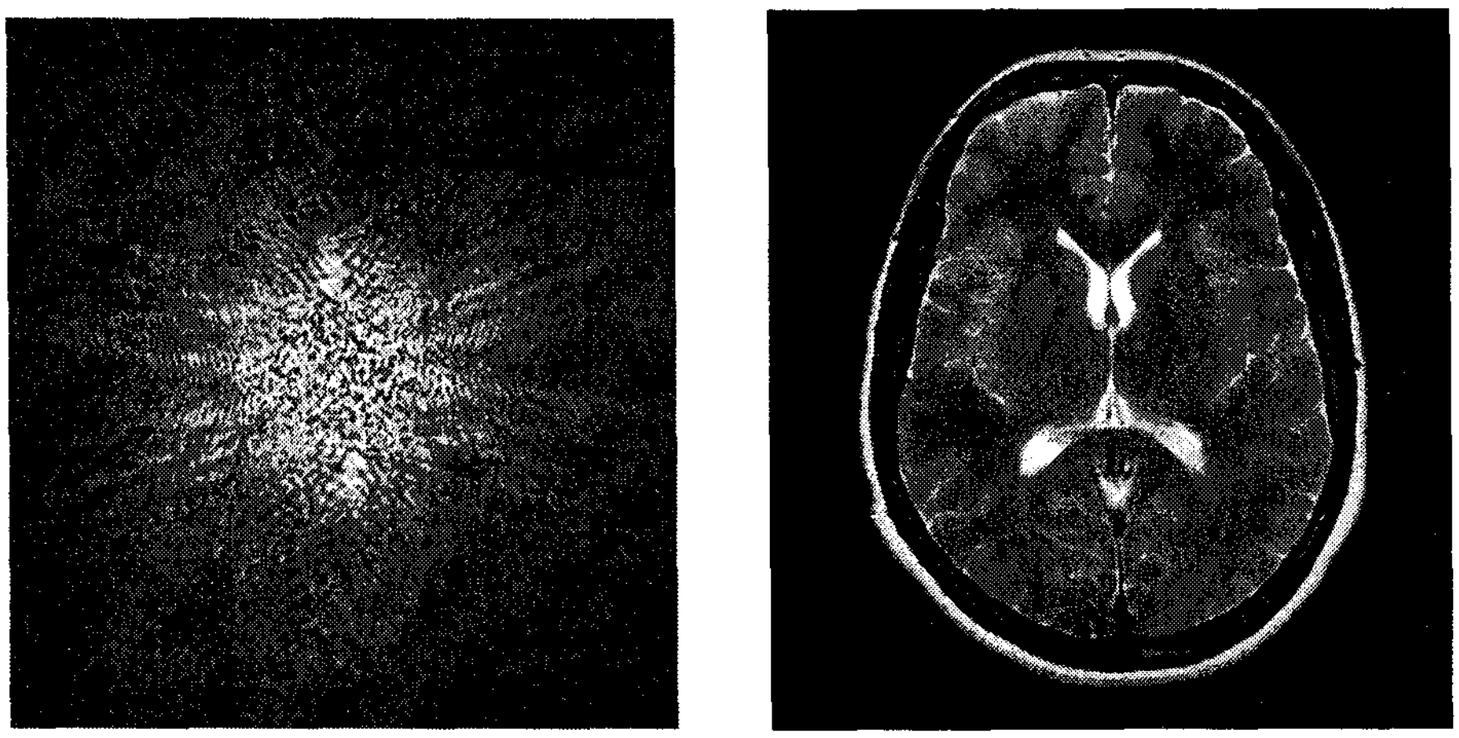


Figure 2. Schematic of quadrature coil detection shows the collection and combination of real and imaginary MR signal data to produce a complex map of k-space, which is then subjected to Fourier analysis to obtain the MR image. (Reference: RadioGraphics 2006;26:275-297)

의 k-space 셀은 영상에서 모든 pixel에 대한 정보를 가지고 있고, 그 각각의 pixel은 모든 k-space 셀로 나타난다. 그러므로 MR 영상의 k-space 표현은, 방사선사진의 음영의 영상보다는 x-ray 결정학 또는 입체 영상의 회절 패턴과 좀더 유사하다.

k-space의 특징 중에 k-space 상의 셀과 영상의 pixel의 위치 사이의 직접적인 일치는 없지만, k-space의 여러 부분들은 MR 영상에 있어서의 공간적 주파수와 위상적으로 부합된다. k-space 중앙에 가까운 데이터는 낮은 공간적 주파수(low spatial frequency)와 부합되고, 반면 주변부와 가까이 위치한 데이터는 높은 공간적 주파수(high spatial frequency)와 관련한 정보를 가지고 있다. 각각의 주파수가 담당하는 이미지영역을 알기 위해 k-space의 부분적인 데이터만으로 영상을 구성해 보면, 중앙 부근의 데이터만을 사용했을 때는 공간적 세밀함이 결핍된 흐릿한 영상이 만들어 진다. 반대로 주변에 위치한 데이터만을 사용했을 때는, 단지 태두리만 밝고 고대조도의 세밀함을 지닌 기괴한 영상이 나타난다.

일반적으로 256 x 256의 k-space를 채우기 위해 처음부터 끝까지 같은 과정을 반복하지는 않는다. k-space 의 획득 시간을 줄이는 것이 결과적으로 영상의 quality 를 높일 수 있는 방법이기



256 × 256 point　　256 × 256 matrix

Figure 3.

때문에, k-space 자체가 가지는 공간적인 대칭성과 가운데 부분이 가지는 영상 구성의 중요성 등을 고려하여 대개는 반 정도의 k-space를 채운 후 나머지 영역에 해당되는 부분의 값을 computer의 도움을 받아 계산하여 해결하게 된다(Figure 3).

앞에서 언급한 것을 다시 한번 살펴보면, k-space 는 MR 영상에서 얻어진 가장 가공되지 않은 형태의 정보이다. 256 × 256 matrix 는 256개의 데이터 line 으로 구성되어 있고 각 line 은 256개의 자료 값을 갖고 있다. 256 × 256 배열의 y 축은 위상부호화축이고, x 축은 주파수부호화축이다. k-space 내에서 이웃한 점간의 거리는 보이는 이미지의 영역을 결정하며, k-space 내에 각각의 값은 이미지의 해상도를 결정한다. 같은 해상도를 가지는 matrix 에서 부족한 샘플링은 부족한 경사도를 얻게 되고 동일한 영상을 얻기 위해 더 큰 영역의 k-space 이미지를 요하게 된다. k-space를 채우는 것은 위상 부호화 과정 중에 주파수 부호화된 자료 값들을 얻는 과정으로 완결된다. 자료를 얻는 것은 위상부호화 축보다 주파수부호화 축에서 더 빨리 이루어진다. 위상부호화 과정의 샘플링 시간은 특별한 과정 (fast SE 와 echo planar imaging sequence 를 제외하고)의 반복시간과 같거나 더 크다. k-space의 중심부에서 낮은 공간 주파수가 부호화 되고 이미지의 대조해상능에 대한 정보를 제공한다. 반면에 높은 공간 주파수 는 k-space의 가장 자리 영역을 향해 부호화 되며 이미지의 공간해상능을 결정한다. 이후에 k-space의 퓨리어 변환이 데이터의 이미지화를 위해 적용된다. k-space 내의 모든 점들의 각각은 결과적인 영상의 pixel들에 대한 정보를 모두 가지고 있다.

3. K-space의 특성

(1) Center of k-space

k-space 는 가운데 부분에서 가장 강한 신호를 갖는다. 이것은 실제 영상의 대조도 (contrast)와 관련이 있다.

(2) Edges of k-space

k-space 의 대칭성을 고려하고 중심부가 강한 신호를 갖는 특성을 생각해 볼 때 주변부 영역의 데이터는 필요 없다고 생각할 수 있다. 그러나 주변부 영역의 데이터를 제외하고 영상을 재구성할 경우 획득된 영상은 세밀한 모습이 빠진 영상을 얻게 된다. K-space 주변부 데이터는 해상도 (resolution)과 관련이 있다.

(3) Image of k-Space

신호의 형태는 진동하는 형태이기 때문에 데이터 space의 형태는 동심원 형태를 띄게 된다. 다양한 형태의 k-space가 실제 영상으로 재구성 되었을 때 k-space의 형태에서 원래 영상의 형태를 추측하는 것은 불가능하다. k-space와 원래 영상 간에는 공간적인 1:1 대응 관계가 아니다.

(4) Image construction

한 줄의 k-space 데이터로 전체 영상을 구성할 수 있다. k-space 자체는 원래 대상에서 얻어진 데이터가 줄 단위로 기록된 것임으로 한 줄의 데이터가 전체 영상의 정보를 가지고 있다. 역으로 영상의 한 점은 k-space의 데이터 전체에 영향을 미친다.

(5) k-space의 3차원적인 이해

k-space 의 데이터는 단순한 형태의 정보뿐만 아니라 각각의 점에 대한 amplitude 의 값도 가지고 있다. 따라서 3차원 적인 공간으로의 이해가 필요하다(Figure 4).

(6) k-space symmetry

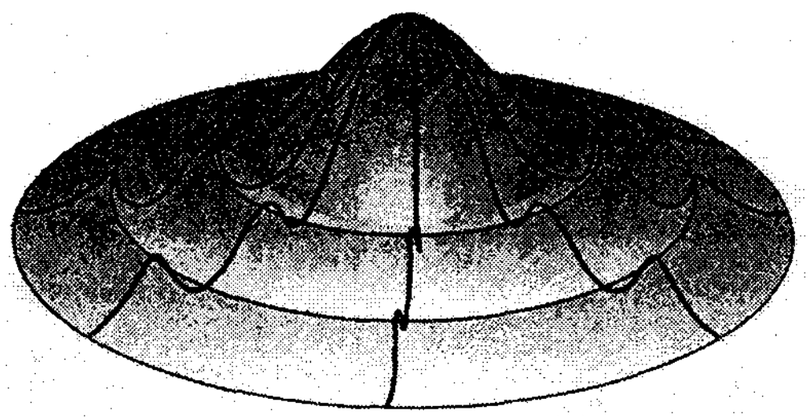


Figure 4.

데이터 space 는 실수 (real) 데이터와 허수 (imaginary) 데이터로 구성 되어 있고, 영상구성의 과정에서 실수데이터 (cos) 와 허수데이터(sin) 의 2가지 데이터를 모두 얻어야 온전한 전체 영상을 얻을 수 있다(Figure 5).

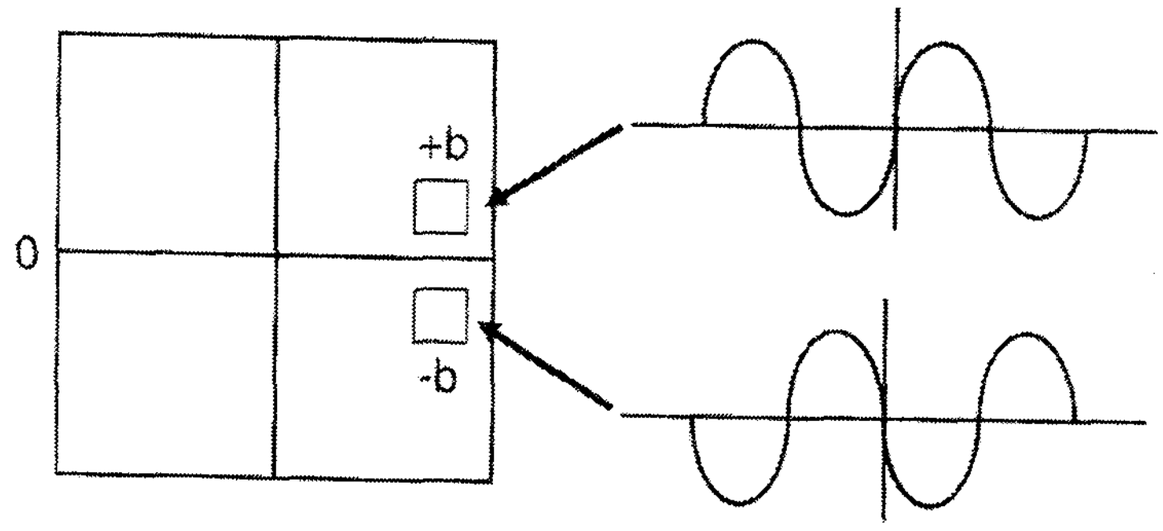


Figure 5. Because the phase gradients corresponding to the top and bottom half of k-space generally have opposite polarities, the values in the corresponding imaginary k-space also will have opposite polarities.

4. Fourier Transform

Fourier transform 은 신호를 다른 주파수, 위상, 진폭을 가진 Sine파의 합으로 분해할 수 있

게 해주는 수학적 기술이다. MR 영상에 있어서, 영상화된 대상의 각 부분에서 얻은 신호는 주파수와 위상에 의해 인코더된다. 그렇기 때문에 주파수의 인코더와 위상의 인코더는 MR 신호를 Fourier transform 에 의해 무리 없이 분석될 수 있게 해준다. 즉 Fourier 분석은 시간에 비례하는 신호 s(t)를 복합 주파수 S(w)의 스펙트럼으로 나타낼 수 있게 해준다. s(t)와 S(w)를 상호관련시키는 수학적 과정은 Fourier transformation 로 알려져 있다. 만일 s(t)가 얻어지면, S(w)는 쉽게 컴퓨터화 될 수 있고, 그 반대의 경우도 마찬가지이다. RF 형태로 얻어진 주파수는 원래의 각각의 주파수를 갖는 여러 가지 파형으로 분리될 수 있으며 역으로 여러 가지 파형을 통해서 하나의 파형을 얻는 것도 가능하다.

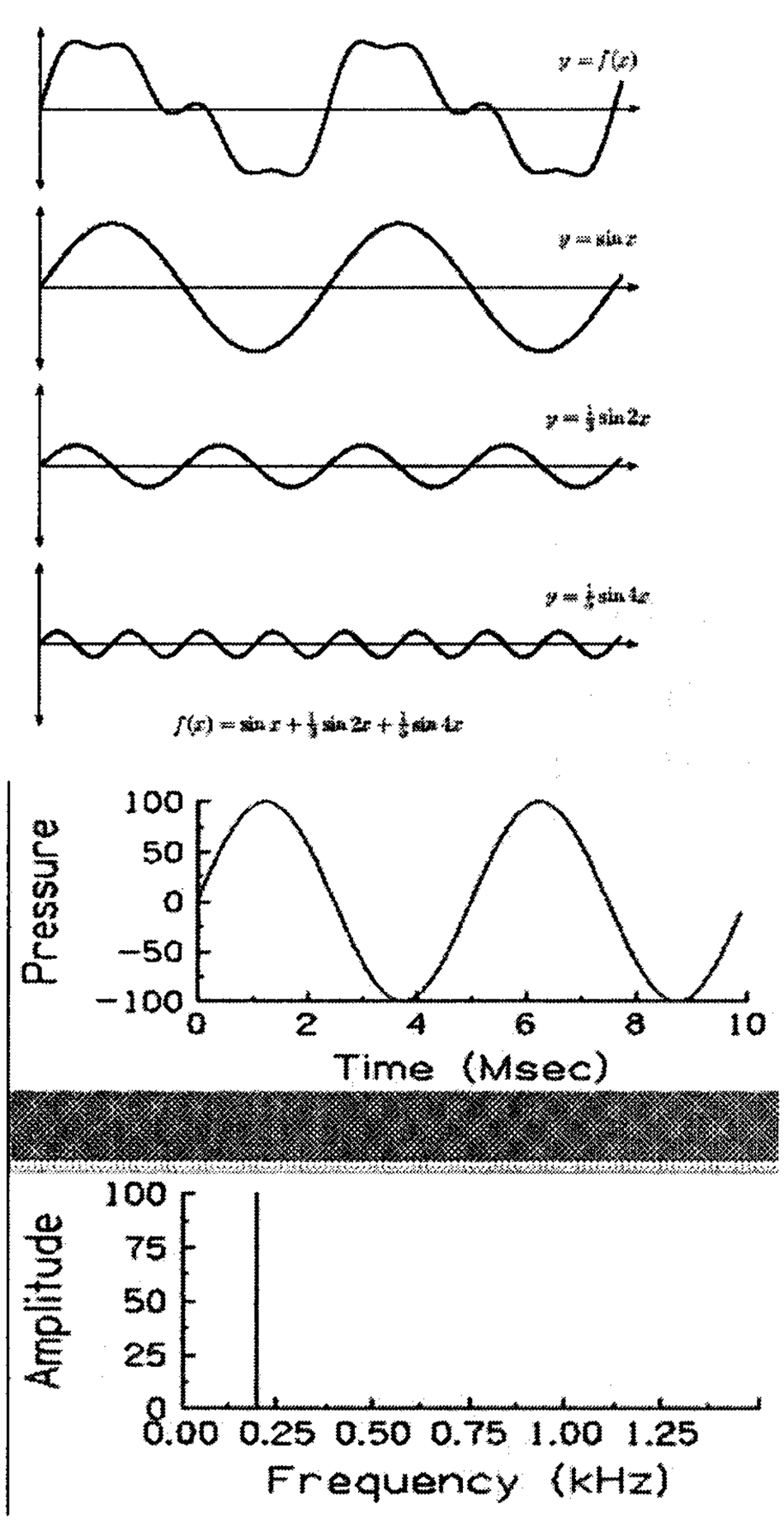


Figure 6.

Fourier (Jean Baptiste Joseph Fourier, 1768-1830)는 프랑스의 천재 물리학자이자 수학자이다. 1807년 푸리에 급수 (삼각급수)를 발표하였다. 이것은 앞에서 설명한 바와 같이 모든 파형은 단순한 정형파의 합으로 표현할 수 있고, 진폭과 위상을 구별해서 다루지 않고 함께 다룰 수 있으므로 여러 가지 변환에 매우 편리하다.

우리가 가장 많이 인용하는 푸리에의 말은 "자연을 깊이 연구하는 것이 수학적 발견의 가장 풍요로운 원천"이다.

Fourier transform 은 MRI 의 영상 처리뿐만 아니라 동영상의 압축 그리고 음향기기에서 equalizer 표시에 이용된다.

정리하면 모든 시간 정의역의 신호는 주파수 형태의 모임으로 구성되어 있고, Fourier transform 은 신호를 주파수 형태로 변환해주는 방법으로 MR영상에서 k-space의 데이터를 영상으로 변화하여주는 수학적 기술이다(Figure 6).

결론적으로 k-space와 Fourier transform은 MR 영상의 형성 과정을 이해하는데 중요한 역할을 한다. k-space의 특징은 k-space point와 image matrix 수가 같다는 것이다. 그러나 k-space 좌표와 image 좌표는 matching 되지 않는다. 그리고 k-space 상의 한 점의 문제는 영상의 모든 문제이고, 역으로 영상의 한 점의 문제는 k-space 모든 점의 문제이다. k-space의 중심부는 contrast에 그리고 변연부는 resolution에 주로 관여한다. k-space는 좌우 혹은 상하 대칭이다. 이런 k-space의 특징을 이해하면 자기공명영상의 임상 응용에 도움이 될 것으로 생각 한다.

참 고 문 헌

1. Hashemi RH, Bradley WG, Lisanti CJ. MRI: The Basics. 2nd ed. Philadelphia: Lippincott Williams & Wilkins. 2004:90-177
2. Mezrich R. A perspective on k-space. Radiology 1995; 195:297 - 315
3. Twieg DB. The k-trajectory formulation of the NMR imaging process with applications in analysis and synthesis of imaging methods. Med Phys 1983; 10:610 - 621
4. Zhuo J, Gullapalli RP. AAPM/RSNA physics tutorial for residents: MR artifacts, safety, and quality control. Radiographics 2006; 26(1):275-297
5. Glockner JF, Hu HH, Stanley DW, Angelos L, King K. Parallel MR imaging: a user's guide. Radiographics 2005; 25(5):1279-1297
6. Katoh M, Spuentrup E, Buecker A, et al. MRI of coronary vessel walls using radial k-space sampling and steady-state free precession imaging. AJR 2006; 186(6):S401-406
7. Kanematsu M, Goshima S, Kondo H, et al. Double hepatic arterial phase MRI of the liver with switching of reversed centric and centric K-space reordering. AJR 2006; 187(2):464-472