

# 제동특성 예측을 위한 철도차량의 동적거동 모델링

## Dynamic Behavior Modeling of a Train Vehicle for The Prediction of Braking Characteristics

박준혁\*  
Park, Joon-Hyuk

구병춘\*\*  
Goo, Byeong-Choon

### ABSTRACT

In this paper, a modeling for the dynamic behavior of a train vehicle is suggested for the prediction of the braking characteristics. In the dynamic modeling, effects of the primary and secondary suspension elements are considered and interactions between two vehicles are also estimated. This study can offer some fundamental results for a further research to enhance the braking performance using active braking control.

### 1. 서 론

철도차량의 동역학적 모델은 사용 목적에 따라 다양한 형태로 단순화하여 제시되어왔다. 주행안정성을 예측하기 위하여 주로 철도차량의 횡방향 거동과 요(yaw)방향 거동이 주의 깊게 모델링 되며 제동특성을 위하여는 차량의 주행방향 및 피치(pitch)방향 거동에 대한 주의 깊은 고찰이 필요하다. 또한 연결기에 의해 서로 연결되어 있는 철도차량의 상호작용도 신중하게 고려되어야 한다. 철도차량에서의 제동시스템은 철도가 고속화됨에 따라 더욱 중요한 역할을 담당하게 되어 안전하게, 안정된 거리에서, 승객에게 안전하도록 차량이 멈출 수 있도록 설계되고 있다. 또한 차륜과 레일의 마모를 최소화하고 급제동시에도 차량을 제어하기 위하여 활주를 억제하기 위한 능동제동제어 시스템에 대한 연구 및 개발도 활성화되고 있다. 이를 위하여는 제동시에 나타나는 철도차량의 동적 거동을 파악하여야 하는데 이에 대한 모델링은 황원주 등이 고속전철의 제동시스템을 위한 HILS 구축을 위하여 수립한 바 있다 [1]. 이 연구에서는 각 철도차량에 대하여 모델링을 수행하되 시뮬레이션 상에서는 각 차량의 동특성과 차량간의 상호작용을 무시하여 20량 차량을 하나의 질량으로 보았으며 대차와 차체 또한 하나의 질량으로 간주하였다. 이 연구는 그 후에 차량 2대 대한 HILS 시스템 구축을 위하여 확대되었으며 [2] 또한 한국형 고속전철을 위하여 7량 차량으로 확대되었다 [3]. 그러나 이들 연구는 여전히 대차와 차체를 하나의 질량으로 가정하여 수행되었다.

본 연구에서는 기존 연구와 다르게 차체와 대차를 각각 분리하여 보다 엄밀한 동적 모델링을 수행하고 제동시에 발생하는 각 주요 파트의 동적거동을 해석하고자 한다. 이를 위하여 철도차량의 동역학적 모델링은 일차현가계와 이차현가계의 2자유도 운동을 감안하여 수립되며 또한 연결기에 의해 서로 연결되어 있는 철도차량의 상호작용을 예측하기 위하여 두 대의 철도차량에 대한 동적 거동을 해석한다. 또한 차륜이 제동력을 받을 때 작용하는 외력을 모델링하기 위하여 차륜이 레일위에서 미끄러짐이 없이 구르는 경우와 차륜이 레일위에서 미끄러지는 경우로 구분하여 해석하고 답면제동, 디스크제동, 회생제동 등으로 구분되는 제동장치는 해석을 간단히 하기 위하여 차륜에 걸리는 제동 토크로 단순화하여 모델링한다.

\* 한국철도기술연구원, 철도시스템안전연구본부, 회원

E-mail : jhpark74@krri.re.kr

TEL : (031)460-5276 FAX : (031)460-5279

\*\* 한국철도기술연구원

이러한 결과들은 향후 활주방지를 위한 능동제동제어 시스템의 기초자료로 활용될 수 있으며 이를 위한 HILS시스템의 구축에도 응용될 수 있다.

## 2. 철도차량의 동역학 모델

### 2.1 바퀴에 대한 동역학 모델

바퀴에 작용하는 외력은 바퀴가 굴러갈 때 정지마찰력이 작용하는 경우와 운동마찰력이 작용하는 경우로 나누어 생각할 수 있다. 정지마찰력이 작용하는 경우는 바퀴에 존재하는 외력이 정지마찰력보다 작아서 바퀴가 미끄러짐이 없이 굴러가는 이상적인 경우이며 모든 외력은 바퀴가 굴러가며 이동하는데 사용된다. 반면에 바퀴가 미끄러지며 굴러가는 경우에는 외력에 운동마찰력이 더해지게 된다.

그림 1(a)의 경우와 같이 미끄러짐없이 굴러가는 경우에 대한 운동방정식은 식(1), (2)와 같이 표현할 수 있다. 이때 바퀴에 작용하는 토크는 외부 토크와 외부 힘에 의하여 발생하는 토크의 합으로 나타낼 수 있으며 역으로 바퀴에 작용하는 힘은 외부 힘과 외부 토크에 의하여 발생하는 힘으로 나타난다.

$$\left| \frac{m_w r \tau_{ext} + I_w F_{ext}}{m_w r^2 + I_w} \right| \leq \mu_s W$$

$$m_w \ddot{x}_w = \frac{-m_w r \tau_{ext} + m_w r^2 F_{ext}}{m_w r^2 + I_w} \quad (1)$$

$$I_w \ddot{\Theta}_w = \frac{I_w \tau_{ext} - r I_w F_{ext}}{m_w r^2 + I_w} \quad (2)$$

여기서  $I_w$ ,  $m_w$ 는 바퀴의 관성모멘트 및 질량,  $r$ 은 바퀴의 반지름을 나타내며  $\mu_s$ 는 정지마찰계수,  $W$ 는 지면을 누르는 하중을 의미한다.

식(1), (2)에서 볼 수 있는 바와 같이 미끄러짐이 없는 경우에는 바퀴에 작용하는 토크와 외부 힘이 일정한 비율로 바퀴의 회전 및 이동 모두에 사용된다. 그러나 바퀴가 미끄러지는 경우에는 위의 운동방정식이 운동마찰력에 의해 다음과 같이 바뀌게 된다.

$$m_w \ddot{x}_w = F_f + F_{ext} \quad (3)$$

$$I_w \ddot{\Theta}_w = \tau_{ext} + r F_f \quad (4)$$

$$F_f = -\text{sgn}(\dot{x}_w + r \dot{\Theta}_w) \mu_d W \quad (5)$$

여기서  $\text{sgn}()$ 은 ()안의 부호에 따라 -1, 0, 1을 갖는 함수이고,  $\mu_d$ 는 운동마찰계수이다.

식(3), (4)에서 볼 수 있는 바와 같이 미끄러짐이 발생하면 바퀴에 작용하는 운동마찰력이 바퀴의 회

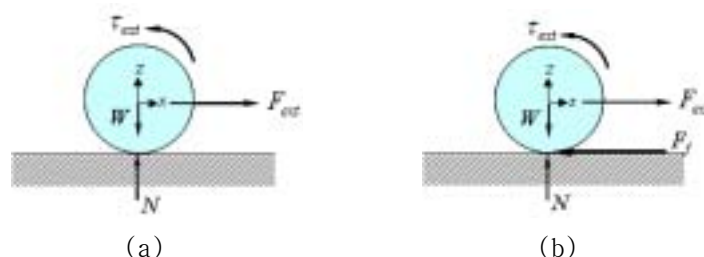


그림1. 휠셋의 자유물체도: (a) 미끄러짐이 없는 경우, (b) 미끄러짐이 있는 경우

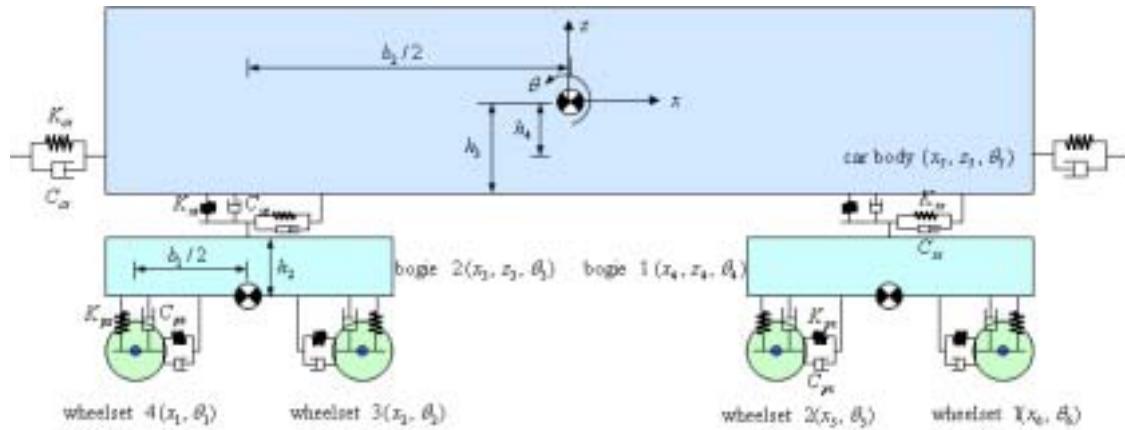


그림2. 대차 및 차체의 동적 모델링을 위한 개념도

전 및 이동에 모두 사용되나, 미끄러짐이 없는 경우와 달리 외부 토크가 변하더라도 바퀴의 병진 운동이 변하지는 않으며 마찬가지로 외부 힘이 변하더라도 바퀴의 회전 운동이 변하지 않는다. 따라서 바퀴가 미끄러지는 경우에는 바퀴의 거동을 쉽게 제어하기 어렵다.

## 2.2 대차 및 차체에 대한 동역학 모델

그림2는 대차 및 차체의 동적 특성을 모델링하기 위하여 간단히 표현한 개념도이다. 본 논문에서는 그림2와 같이 두 대의 대차에 하나의 차체가 올려져 있는 일반적인 철도차량의 형상에 대하여 모델링을 수행하도록 한다. 대차는 바퀴와  $x$ 축 및  $z$ 축에 대하여 스프링 및 댐퍼로 구성되어 있는 일차현가장치로 연결되어 있고 또한 차체와 이차현가장치로 연결되어 있다. 차체는 대차와 이차현가장치로 연결되어 있는 것 외에 연결기로 다른 차량의 차체와 연결되어 있다. 본 논문에서는 연결기 또한 스프링 및 댐퍼로 모델링 하도록 한다. 모델링을 간단히 하기 위하여 바퀴는 레일에서 미끄러질 수는 있으나 떨어질 수는 없다고 가정하였으며 공기저항에 대한 영향은 무시하였다. 또한 대차 및 차체의 롤링(rolling)은 발생하지 않는다고 가정하였다. 따라서 대차 및 차체에 대한 모델은 총 9자유도 동역학 모델이 가능하며 바퀴에 대한 동적 모델까지 포함하면 총 17자유도 동역학 모델이 수립되게 된다. 그림2를 참조하면 17자유도 운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$x$  방향

$$m_w \ddot{x}_1 + C_{px} \dot{x}_1 + K_{px} x_1 - C_{px} \dot{x}_3 - K_{px} x_3 = F_1 \quad (6)$$

$$m_w \ddot{x}_2 + C_{px} \dot{x}_2 + K_{px} x_2 - C_{px} \dot{x}_3 - K_{px} x_3 = F_2 \quad (7)$$

$$m_b \ddot{x}_3 + (C_{sx} + 2C_{px}) \dot{x}_3 + (K_{sx} + 2K_{px}) x_3 - C_{sx} \dot{x}_7 - C_{px} (\dot{x}_1 + \dot{x}_2) - K_{sx} x_7 - K_{px} (x_1 + x_2) = 0 \quad (8)$$

$$m_b \ddot{x}_4 + (C_{sx} + 2C_{px}) \dot{x}_4 + (K_{sx} + 2K_{px}) x_4 - C_{sx} \dot{x}_7 - C_{px} (\dot{x}_5 + \dot{x}_6) - K_{sx} x_7 - K_{px} (x_5 + x_6) = 0 \quad (9)$$

$$m_w \ddot{x}_5 + C_{px} \dot{x}_5 + K_{px} x_5 - C_{px} \dot{x}_4 - K_{px} x_4 = F_5 \quad (10)$$

$$m_w \ddot{x}_6 + C_{px} \dot{x}_6 + K_{px} x_6 - C_{px} \dot{x}_4 - K_{px} x_4 = F_6 \quad (11)$$

$$m_v \ddot{x}_7 + 2C_{sx} \dot{x}_7 + 2K_{sx} x_7 - C_{sx} (\dot{x}_3 + \dot{x}_4) - K_{sx} (x_3 + x_4) + F_{cn} - F_{c(n+1)} = 0 \quad (12)$$

$z$  방향

$$m_b \ddot{z}_3 + (2C_{pz} + C_{sz}) \dot{z}_3 + (2K_{pz} + K_{sz}) z_3 - K_{sz} z_7 - C_{sz} \dot{z}_7 = 0 \quad (13)$$

$$m_b \ddot{z}_4 + (2C_{pz} + C_{sz}) \dot{z}_4 + (2K_{pz} + K_{sz}) z_4 - K_{sz} z_7 - C_{sz} \dot{z}_7 = 0 \quad (14)$$

$$m_v \ddot{z}_7 + 2C_{sz} \dot{z}_7 + 2K_{sz} z_7 - C_{sz} (\dot{z}_3 + \dot{z}_4) - K_{sz} (z_3 + z_4) = 0 \quad (15)$$

도표 1. 모의실험을 위한 차량 사양

사양	값	비고
$K_{pz}$ (N/m)	$2 \times 1.628E6$	z축 일차현가장치
$K_{px}$ (N/m)	$2 \times 6.668E6$	x축 일차현가장치
$C_{pz}$ (N·s/m)	$2 \times 4E3$	z축 일차현가장치
$C_{px}$ (N·s/m)	$2 \times 1.6E4$	x축 일차현가장치
$K_{sz}$ (N/m)	$2 \times 0.34E6$	z축 이차현가장치
$K_{sx}$ (N/m)	$11.47E6$	x축 이차현가장치 및 트랙션 로드의 강성
$C_{sz}$ (N·s/m)	$2 \times 16E3$	z축 이차현가장치
$C_{sx}$ (N·s/m)	$2 \times 2E3$	x축 이차현가장치
$b_1$ (m)	2.1	고정축거
$h_1$ (m)	0	대차 질량중심과 일차현가장치사이의 높이차
$h_2$ (m)	0.546	대차 질량중심과 이차현가장치사이의 높이차
$b_2$ (m)	13.8	이차현가장치 사이의 거리
$h_3$ (m)	0.9	차체 질량중심과 이차현가장치사이의 높이차
$m_v$ (kg)	$22.8E3$	차체 질량
$m_b$ (kg)	$3.82E3$	대차 질량
$m_w$ (kg)	$1.64E3$	휠셋 질량
$I_v$ (kg·m <sup>2</sup> )	$0.0225E3$	차체 관성모멘트
$I_b$ (kg·m <sup>2</sup> )	$1.46E3$	대차 관성모멘트
$I_w$ (kg·m <sup>2</sup> )	$434E3$	휠셋 관성모멘트

$\theta$  방향

$$I_w \ddot{\theta}_1 = \tau_1 \quad (16)$$

$$I_w \ddot{\theta}_2 = \tau_2 \quad (17)$$

$$I_b \ddot{\theta}_3 - \{C_{px}(\bar{x}_1 + \bar{x}_2 - 2x_3) + K_{px}(x_1 + x_2 - 2x_3)\}h_1 + \{C_{sx}(\bar{x}_3 - \bar{x}_7) + K_{sx}(x_3 - x_7)\}h_2 + \left\{C_{pz} \left(\frac{b_1^2}{2} \ddot{\theta}_3\right) + K_{pz} \left(\frac{b_1^2}{2} \theta_3\right)\right\} = 0 \quad (18)$$

$$I_b \ddot{\theta}_4 - \{C_{px}(\bar{x}_5 + \bar{x}_6 - 2x_4) + K_{px}(x_5 + x_6 - 2x_4)\}h_1 + \{C_{sx}(\bar{x}_4 - \bar{x}_7) + K_{sx}(x_4 - x_7)\}h_2 + \left\{C_{pz} \left(\frac{b_1^2}{2} \ddot{\theta}_4\right) + K_{pz} \left(\frac{b_1^2}{2} \theta_4\right)\right\} = 0 \quad (19)$$

$$I_w \ddot{\theta}_5 = \tau_5 \quad (20)$$

$$I_w \ddot{\theta}_6 = \tau_6 \quad (21)$$

$$I_v \ddot{\theta}_7 - \{C_{sx}(\bar{x}_3 + \bar{x}_4 - 2x_7) + K_{sx}(x_3 + x_4 - 2x_7)\}h_3 + \left\{C_{sz} \left(\frac{b_2^2}{2} \ddot{\theta}_7\right) + K_{sz} \left(\frac{b_2^2}{2} \theta_7\right)\right\} - (F_{cn} - F_{c(n+1)})h_4 = 0 \quad (22)$$

여기서  $F_1, F_2, F_5, F_6$ 은 바퀴에 작용하는 외부 토크에 의하여 바퀴의 병진방향으로 작용하는 힘이고,  $\tau_1, \tau_2, \tau_5, \tau_6$ 은 바퀴에 작용하는 외부 토크와 바퀴에 병진방향으로 작용하는 일차현가장치의 힘에 의해 발생한 토크의 합이다.  $F_1, F_2, F_5, F_6$  및  $\tau_1, \tau_2, \tau_5, \tau_6$ 은 식(1)~(5)에 의하여 계산이 가능하다. 식(12)와 (22)의  $F_{cn}, F_{c(n+1)}$ 은 각각  $n$ 번째 연결기와  $(n+1)$ 번째 연결기에 의한 힘을 의미하며 차량이 두 대 이상일 경우에만 모델링이 필요하다.

### 3. 제동시 발생하는 철도차량의 동적거동 모의실험

본 장에서는 2장에서 구한 동역학적 모델을 바탕으로 제동시에 발생하는 철도차량의 동적거동에 대한 모의시험을 수행하였다. 17자유도 운동방정식은 컴퓨터를 이용하여 수치적분을 통하여 해를 구하였으며 계산 시간상 하나의 차량만을 고려하였다. 따라서 연결기에서 발생하는 힘은 없다고 가정하였다.

모의실험은 한량의 철도차량이 100km/h로 주행하다가 미끄러짐이 발생하지 않는 정도의 제동토크가 4개의 휠셋에 각각 가해졌을 때와 미끄러짐이 발생할 정도로 큰 제동토크가 가해졌을 때를 비교하였고 300km/h의 속도로 주행하다가 100km/h 주행시와 같은 제동토크를 가했을 때에 대한 동적거동 모의 실험도 수행하였다. 제동 토크는 속도에 따라 변하는 Reizfeld의 실험식[4]을 따른다고 가정하였다. 휠셋과 레일간의 정지마찰계수 또한 속도에 따라 변하며 이는 참고문헌 [2]에 나타나 있는 식을 사용하였다. 스틱(stick)구간과 슬립(slip)구간사이의 천이구간은 존재하지 않는다고 가정하였으며 운동마찰계수는 0.01~0.02 사이에 있다고 가정하였다 [5]. 상기한 내용을 포함한 모의실험을 수행하기 위하여 사용된 파라미터 값들은 도표 1과 같다. 이 값들은 전동차의 파라미터 값과 비슷하게 임의로 정한 값이나 제동시의 동적거동을 정성적으로 파악하는 데에는 무리 없이 사용될 수 있다.

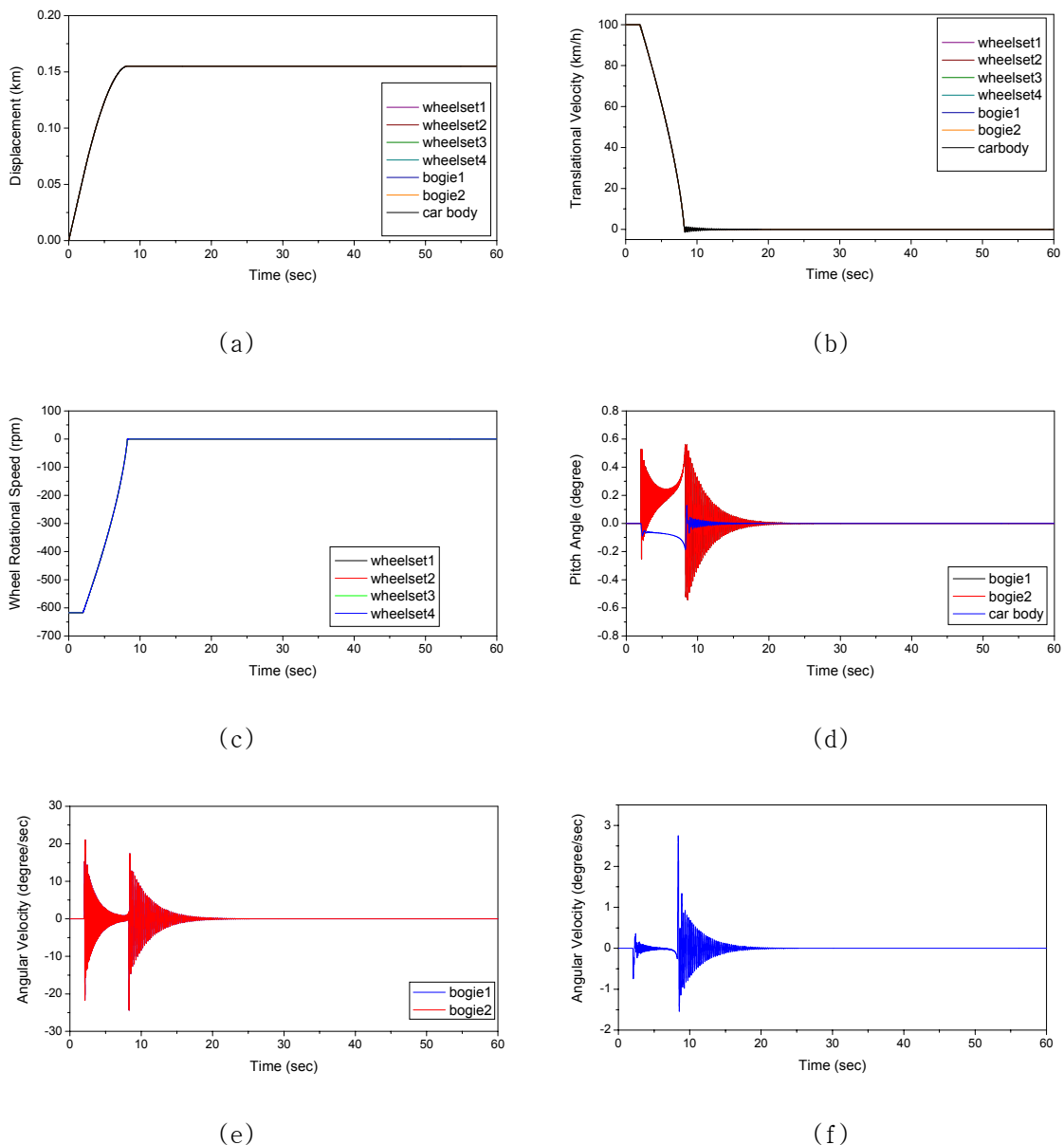
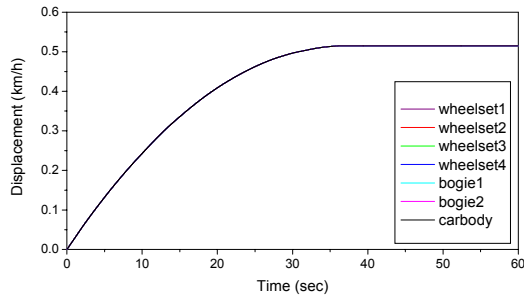
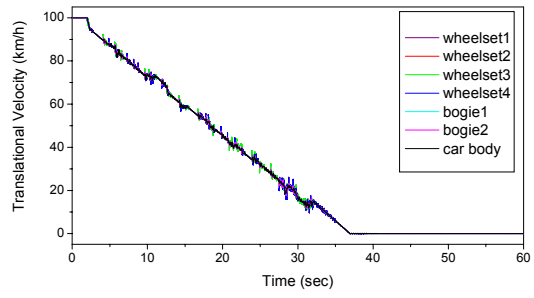


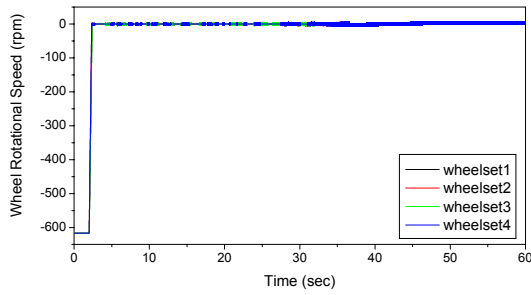
그림3. 100km/h주행차량의 제동시 동적거동: (a) 이동거리, (b) 속도 분포, (c) 휠셋 회전속도, (d) 대차 및 차체의 피치(pitch)각, (e) 대차의 피치 각속도, (f) 차체의 피치 각속도



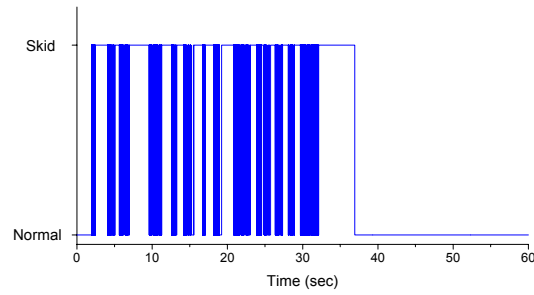
(a)



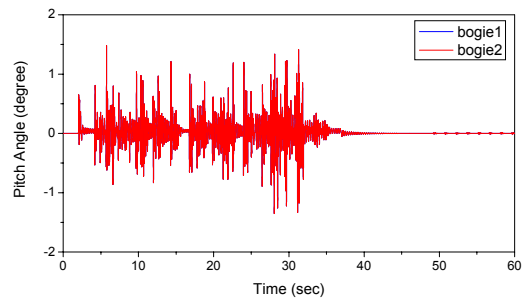
(b)



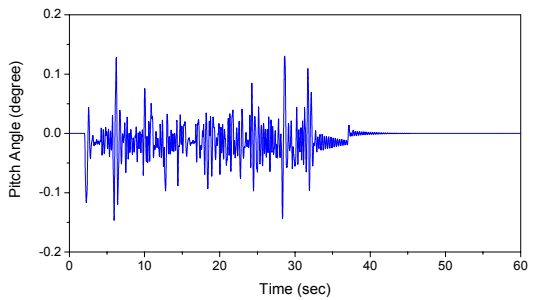
(c)



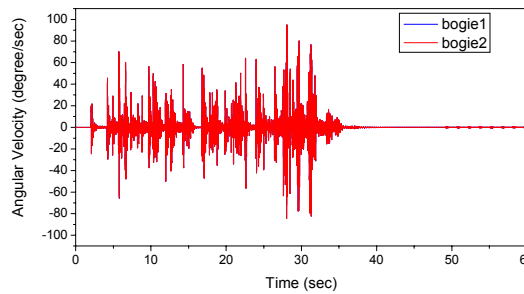
(d)



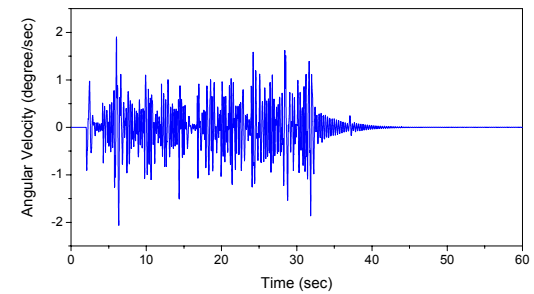
(e)



(f)



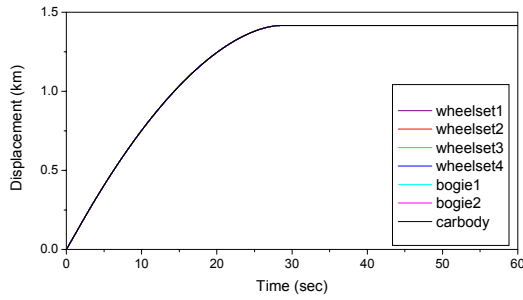
(g)



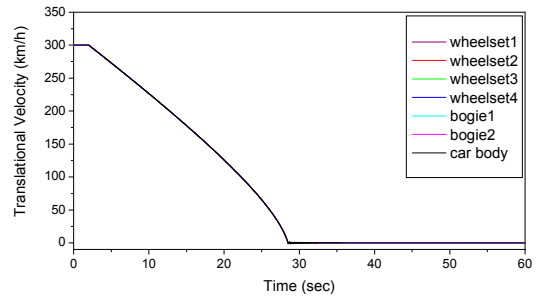
(h)

그림4. 100km/h주행차량의 제동시 동적거동: (a) 이동거리, (b) 속도 분포, (c) 휠셋 회전속도, (d) 스키드(skid) 분포, (e) 대차의 피치각, (f) 차체의 피치각, (g) 대차의 피치 각속도, (h) 차체의 피치 각속도

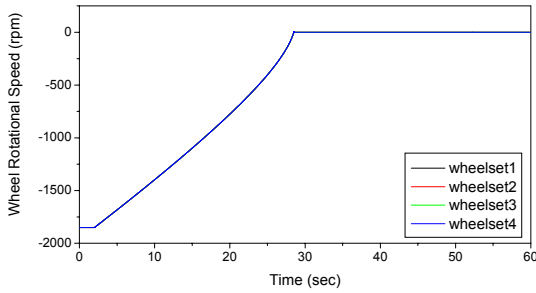
그림3은 한량의 철도차량이 시속 100km로 주행하다가 미끄러짐 없이 제동되는 상황에 대한 모의실험이다. 제동 토크는 2초부터 각 휠셋에 작용된다. 그림3(a)에서 볼 수 있는 바와 같이 제동거리는 약



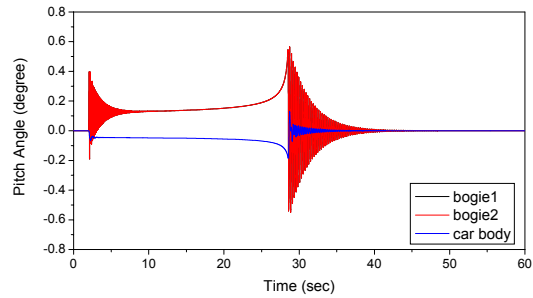
(a)



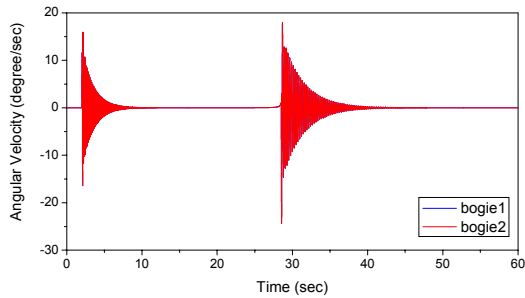
(b)



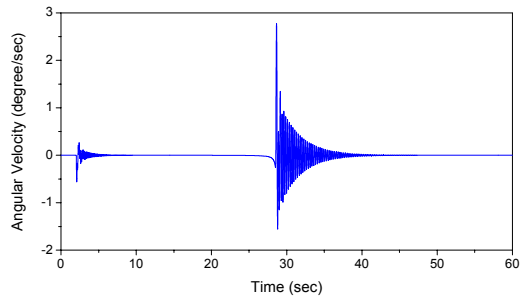
(c)



(d)



(e)



(f)

그림5. 300km/h주행차량의 제동시 동적거동: (a) 이동거리, (b) 속도 분포, (c) 휠셋 회전속도, (d) 대차 및 차체의 피치(pitch)각, (e) 대차의 피치 각속도, (f) 차체의 피치 각속도

120m정도이며 그림3(b)와 (c)에서 주행 속도가 영이 되는 시간과 휠셋의 회전속도가 영이 되는 시간이 일치하므로 제동이 휠셋의 미끄러짐 없이 원활히 잘 이루어진 것을 알 수 있다. 차체는 제동이 시작되는 순간 약 0.1도 앞쪽으로 기울어지다가 차량이 완전히 멈추는 순간에 최대 약 1.8도 기울어지고 원상태로 복귀하는 것을 볼 수 있다. 대차는 이와는 반대로 뒤로 기울어지는 것을 그림3(d)에서 확인할 수 있으며 차체 보다 진동이 심한 것을 알 수 있다.

그림4는 그림3과 같은 조건에서 제동 토크가 커서 미끄러짐이 발생하는 경우에 대한 모의실험 결과이다. 그림4(a)에서 보는 바와 같이 제동 토크가 더 커졌음에도 불구하고 오히려 제동거리가 늘어나서 약 500m가 되었다. 이는 그림4(b)와 (c)에서 볼 수 있는 바와 같이 휠셋에 작용하는 외력이 정지마찰력보다 더 커져서 미끄러짐이 발생했기 때문이다. 특히 제동이 시작된 직후 휠셋의 회전속도는 영이 되지만 차량의 관성에 의하여 차량이 미끄러지게 되어 제동시작 직후부터 활주가 발생하는 것을 볼 수 있다. 미끄러짐 현상은 그림 4(d)에서 보다 명확히 확인할 수 있다. 제동이 시작된 직후부터 차량이 미끄러지기 시작하여 미끄러짐과 구름을 반복하다가 20km/h 아래의 속도에서 즉, 32초부터 37초까지는 활주만 일어난다. 이는 Reizfeld의 실험식에 의한 제동 토크는 속도에 반비례해서 속도가 낮을수록 제

동 토크가 커지기 때문이다. 고속에서의 활주는 큰 제동력에 의한 급제동으로 인해 대차 및 차체에 큰 진동이 발생하게 되어 급격한 관성력을 휠셋이 받게 되고 또한 변화된 동하중에 의해 정지마찰력의 크기가 변하기 때문에 발생하는 것으로 판단된다. 이러한 미끄러짐은 그림4에서 보는 바와 같이 제동거리를 늘릴 뿐만 아니라 휠셋과 레일에 손상을 가져오며 철도차량을 제어불능의 상태로 만들게 되므로 제동시에 반드시 피해야할 부분이다.

그림5는 주행속도 300km/h에서 미끄러짐 없이 제동될 때의 모의실험 결과이다. 제동거리는 약 1.2km이며 미끄러짐 없이 원활히 제동이 되는 것을 확인할 수 있다. 제동이 되는 동안에 발생하는 차체의 피치각은 100km/h 주행속도의 경우와 큰 차이가 없는 것으로 나타났으며 제동초속도가 높음에 따라 Reizfeld의 실험식에 의하여 제동초기토크가 더 작으므로 제동이 시작될 때의 대차 및 차체 동적 거동은 오히려 100km/h 보다 약간 좋아진 것을 알 수 있다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 제동시에 나타나는 철도차량의 동적거동을 해석하였다. 이를 위하여 하나의 차량은 휠셋 4개, 대차 2대, 차체 1대로 이루어져 17자유도 운동을 한다고 가정하였고 17자유도에 대한 운동 방정식을 수립하였다. 따라서 철도차량의 각 주요 파트가 제동시에 받는 동적힘(dynamic force)에 대한 예측이 가능해 졌으며 이를 통해 여러 제동 토크에 대한 차량의 동적거동에 대한 모의실험을 수행하였다. 모의실험을 통해 미끄러짐 없이 제동이 되는 경우와 과도한 제동력에 의해 차량이 미끄러지는 경우에 대하여 비교하였고 미끄러짐이 발생하는 경우 제동거리가 늘어날 뿐만 아니라 대차 및 차체에 과도한 진동이 발생하여 승차감이 악화되는 것을 확인하였다. 이러한 미끄러짐은 휠셋과 레일의 마모에도 큰 문제를 야기하므로 제동제어에 있어 반드시 피해야할 현상이다.

향후에는 본 연구 결과를 바탕으로 두 차량이상의 동적 거동에 대한 모의실험을 수행하여 결과를 분석하고 보다 정확하고 엄밀한 동적 모델을 수립하여 제동제어를 위한 HILS 시스템 구축에 활용할 예정이다. 또한 관절대차로 이루어진 차량에 대한 동역학 모델도 수행할 예정이다.

#### 참고문헌

1. 황원주, 강철구(2001), “고속전철 제동시스템의 HILS”, 제어·자동화·시스템공학 논문지, 제7권 5호, pp.432-436.
2. 이남진, 강철구(2002), “동적 모델에 의한 고속전철의 제동력 시뮬레이션”, 제어·자동화·시스템공학 논문지, 제8권 1호, pp. 46-53.
3. 정재봉, 강철구(2004), “한국형 고속전철의 제동 특성 해석”, 제어·자동화·시스템공학 논문지, 제10권, 3호, pp. 232-238.
4. 박광복(1999), “철도차량공학”, 삼성종합출판.B5(182×257mm).
5. Simon Iwnicki(2006), “Handbook of Railway Vehicle Dynamics”, CRC Press.B5(182×257mm).