

진동특성을 이용한 케이블의 인장력 산정

Estimation of a tensile force in a cable using dynamic characteristics

최상현*
Choi, Sanghyun

남동호**
Nam, Dongho

ABSTRACT

Exact application of the tensile force is critical to high-tension members in civil engineering structures, and thus actual tensile forces have often been estimated in field. To date, a few methodologies have been presented utilizing static and/or dynamic responses of tension members. Each of these methods has its disadvantages as well as advantages in its procedures, accuracy, and equipment requirements. In this paper, the feasibility of a sensitivity based methodology, based on the relationship between the natural frequencies and the applied tensile force, developed by the authors, is verified using the measured data from a cable-stayed bridge structure. From the results, it is shown that the proposed method can be utilized in estimating the tensile force in tension member of a real structure.

1. 서 론

토목구조물에 적용되는 타이바, 케이블, 행거와 같은 인장부재의 경우 설계인장력을 정확히 적용하고 유지하는 것이 상당히 중요하다. 특히 사장교와 같은 구조물의 건설 시 케이블장력과 교량의 기하학적 형상을 최적화하기 위하여 케이블장력이 적절히 조정되어야 하며, 건설 후에도 케이블장력의 변화가 교량의 내부응력 분포를 변화시킬 수 있으므로 설계 케이블장력이 적절히 유지되어야 한다. 일례로 스페인에 위치한 사장교인 Alamillo교의 경우, 케이블장력의 10% 변화가 주탑의 최대모멘트를 280%까지 증가시킬 수 있음이 보고된 바 있다 (Casas, 1994). 그러므로 인장재가 구조시스템에 중요한 역할을 하는 구조물의 경우 부재 내 인장력을 신속하고 정확하게 산정할 수 있는 방법의 적용을 통해 지속적으로 인장력을 확인하고 구조적 건전성 유지할 수 있도록 하는 것이 필수적이다.

현재까지 국내·외에서 제안된 바 있는 인장력 측정 방법은 다음과 같다. Croci 등(1988)은 부재축에 수직(연직) 방향의 정적 변위와 변형률을 이용하는 방법을 제안한 바 있다. 그러나 이 방법은 부재의 여러 위치에서 측정된 변위를 이용하므로 정적하중을 여러번 재하해야 하는 단점이 있다. Shinke 등(1980)은 고유진동수를 이용하여 케이블의 장력을 측정하는 방법을 제안한 바 있다. 이 방법은 간편하고 신속하게 장력을 산정할 수 있는 장점이 있으나, 부재의 세장비가 작거나 충분한 인장력이 가해지지 않았을 경우 정확도가 떨어지는 단점이 있다. 후일 Hiroshi 등(1996)은 세장비가 작은 부재에 대한

* 한국철도대학, 철도시설토목과 조교수, 정회원

E-mail : schoi@krc.ac.kr

TEL : (031)460-4262 FAX : (031)462-2944

** Mustang Engineering(US), Structural Engineer

보완식을 제시하였다. Kyska 등(1991)은 현의 진동공식을 이용하여 케이블의 장력을 산정하는 공식을 제안하고, 간단한 정착장치로 고정된 비교적 짧은 케이블에 적용한 바 있다. Bati와 Tonietti(2001)은 석재건물 내에 설치된 강재 타이바의 인장력을 산정할 수 있는 정적인 방법을 제안하였다. 이외에 정적인 변위와 동적 계측값 또는 실험에서 측정된 값을 조합하는 방법들도 제안된 바 있다. Blasi와 Sorace(1994)는 연직방향 변위와 고유진동수를 이용하여 부재의 인장력과 정착단의 강성을 산정할 수 있는 방법을, Casas(1994)는 최소자승법을 바탕으로 고유진동수와 변형률 및 인장력의 유압 측정값을 이용한 방법을 제안한 바 있다.

그러나 이러한 방법들은 (1) 정착장치로 인한 영향을 고려할 수 없거나 (Shinke 등 1980; Hiroshi 등 1996; Kyska 등 1991), (2) 두가지 이상의 측정자료를 이용하여 적용성이 떨어지거나 (Blasi and Sorace 1994; Casas 1994), (3) 적용과정이 복잡하여 실구조물에 적용시 불편한 (Bati and Tonietti 2001) 단점이 있다. 이러한 단점을 극복하기 위해 Park 등(2006)은 진동수와 인장력 및 구속조건의 민감도 관계에 기초한 역해석기법을 이용하여 부재의 인장력을 산정하는 방법을 제안한 바 있다. 이 방법은 한번의 측정으로 필요한 자료를 얻을 수 있어 적용이 간편하고, 다수의 진동수 측정값을 이용하여 부재의 인장력 뿐 아니라 정착단의 구속효과도 산정할 수 있는 장점이 있으나, 실제 구조물에서 측정된 자료를 이용한 적용성 검토가 이뤄지지 못하였다. 이 논문에서는 Park 등(2006)이 제안한 동적 민감도 기반 방법을 소개하고 실제구조물에서 계측된 자료를 이용하여 방법의 적용성을 검토하였다. 실제구조물의 계측자료는 Casas(1995)가 Alamillo교에서 측정한 동적 계측자료를 이용하였다.

2. 민감도 이론

그림1과 같은 축방향력이 도입된 인장부재가 r개의 요소와 q개의 이산화질량으로 구성되었다고 가정한다. 부재의 고유치를 λ_i ($i = 1, \dots, n$), m_n 을 n번째 이산화질량, k_j 를 j번째 요소의 강성이라고 가정하면 다음의 관계식이 성립한다.

$$\lambda_i = \lambda_i(k_1, \dots, k_r; m_1, \dots, m_q; P) \quad (1)$$

이산화질량의 변화를 무시하면,

$$\delta\lambda_i = \sum_{j=1}^r \frac{\partial\lambda_i}{\partial k_j} \delta k_j + \frac{\partial\lambda_i}{\partial P} \delta P \quad (2)$$

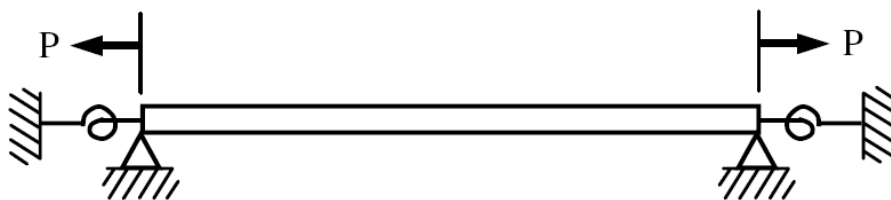


그림 1. 인장력이 도입된 부재

식(2)의 양변을 λ_i 로 나누고 $Z_i = \delta\lambda_i / \lambda_i$ 라고하면,

$$Z_i = \frac{\delta\lambda_i}{\lambda_i} = \sum_{j=1}^r \frac{1}{\lambda_i} \frac{\partial\lambda_i}{\partial k_j} \delta k_j + \frac{1}{\lambda_i} \frac{\partial\lambda_i}{\partial P} \delta P = \sum_{j=1}^r \frac{k_j}{\lambda_i} \frac{\partial\lambda_i}{\partial k_j} \frac{\delta k_j}{k_j} + \frac{P}{\lambda_i} \frac{\partial\lambda_i}{\partial P} \frac{\delta P}{P} \quad (3)$$

i번째 모우달강성 및 모우달질량 K_i 와 M_i 그리고 $\lambda_i = K_i / M_i$ 를 식(3)에 대입하고 간략화하면,

$$Z_i = \frac{\delta\lambda_i}{\lambda_i} = \sum_{j=1}^r F_{ij} \alpha_j + H_i \psi \quad (4)$$

여기서, $F_{ij} = \frac{k_j}{K_i} \frac{\partial K_i}{\partial k_j}$, $H_i = \frac{P}{K_i} \frac{\partial K_i}{\partial P}$, $\alpha_j = \frac{\delta k_j}{k_j}$, $\psi = \frac{\delta P}{P}$ 이다.

식(4)를 행렬식으로 다시 표현하기 위해 다음관계를 정의하면,

$$Z = \{z_1, z_2, \dots, z_n\}, \quad \alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r\}, \quad \psi = \{\psi_1\} \quad (5)$$

$$F = [F_{ij}], \quad H = \{H_1, H_2, \dots, H_n\} \quad (6)$$

여기서 F 는 $n \times r$, H 는 $n \times 1$ 행렬이다. 식(5), (6)을 이용하여 식(4)를 다음과 같은 민감도식으로 표현할 수 있다.

$$Z = F\alpha + H\psi \quad (7)$$

식(7)을 분할행렬식으로 표현하면

$$Z = F\alpha + H\psi = \left[F \mid H \right] \begin{Bmatrix} \alpha \\ \psi \end{Bmatrix} = A\gamma \quad (8)$$

식(8)에서 행렬 Z 는 고유치 측정결과를 이용하여 구할 수 있으며, A 행렬은 다음 과정을 통해 산정할 수 있다.

- (1) 대상 부재를 모델링하고 고유치 λ_i 를 계산한다.
- (2) γ 의 값 중 k 번째 열에 초기값 γ_k 를 부여하고 나머지 $\gamma_j = 0$ 으로 한다. ($j \neq k$)
- (3) 대상 부재에서 λ_i^* ($i = 1, \dots, n$) 를 측정한다.
- (4) 고유치의 민감도 $Z_i = \delta\lambda_i / \lambda_i$ ($i = 1, \dots, n$) 를 계산한다. ($\delta\lambda_i = \lambda_i^* - \lambda_i$)
- (5) 민감도행렬 A 의 ik 번째 요소를 $A_{ik} = Z_i / \gamma_k$ 식을 이용하여 계산한다.
- (6) 위 과정을 $k = 1, \dots, r + 1$ 까지 반복한다.

위 과정을 이용하여 민감도행렬 A 를 산정하면 다음식을 이용하여 γ 를 구할 수 있다.

$$\gamma = \begin{Bmatrix} \alpha \\ \psi \end{Bmatrix} = A^{-1}Z \quad (9)$$

부재의 인장력 및 강성 정보를 갖는 행렬 γ 는 다음의 반복 과정을 이용하여 결정한다.

- (1) 대상부재에 대한 유한요소모형을 작성한다.
- (2) 유한요소모형을 이용하여 민감도행렬 A 를 산정한다.
- (3) 대상부재에서 측정된 측정값과 유한요소모형을 이용하여 Z 행렬을 산정한다.
- (4) 식(9)를 이용하여 γ 를 산정한다.
- (5) 계산된 γ 를 이용하여 강성과 인장력을 계산한다.

$$k_j^* = k_j(1 + \alpha_j), \quad P^* = P(1 + \psi)$$

- (6) (2)-(5)의 과정을 수렴($\alpha_j \cong 0$ and $\psi \cong 0$)할 때까지 반복한다.

3. 실측값을 이용한 검증

Casas(1995)는 Alamillo교의 동적 거동 특성을 조사하기 위하여 동적실험을 수행한 바 있다. 사장교 형식의 Alamillo 교량은 스페인의 Sevilla에 위치하고 있으며 1992년 완공되었다 (그림 2). 교량의 길이는 200m이고 32도 기울어져있는 높이 134m의 주탑은 13쌍의 케이블로 교량 상판과 연결되어 하프모양을 이루고 있다. 교량 상판과 주탑을 연결하는 13쌍의 케이블 중 12쌍은 15.24mm 직경의 60개의 강선으로 이루어져 있으며, 마지막 케이블은 15.24mm 직경의 45개의 강선으로 이루어져 있다.

교량의 케이블에서 측정된 고유진동수와 감쇠기(damper) 사이의 거리는 표 1에 수록하였다. 케이블의 고유진동수와 민감도방법을 이용하여 케이블의 인장력을 계산하였다. 고유진동수는 좌·우측 케이블의 평균값을 이용하였다. 또한 케이블 양단에 장착된 감쇠기의 구속효과를 회전스프링의 강성으로 산정하였다. 역해석은 초기 인장력을 5,000kN으로 설정하였으며, 케이블의 단위 질량은 7.83 kg/m^3 , 탄성계수는 $1.9 \times 10^5 \text{ MPa}$ 을 적용하였다. 역해석은 고유진동수 3개를 이용하여 수행하였다.



그림 2. Alamillo 교 (www.sevilla5.com)

Park 등(2006)이 제안한 민감도기법을 이용하여 산정한 인장력 및 정착단 강성은 표 2와 같다. 또한 표 2에 현이론(Wire theory)을 이용한 산정한 예측 결과(Casas 1994)와 장력 재하시 측정된 값을 같이 제시하였다. 4번째와 6번째 열은 측정값(7열)을 근거로 산정한 상대오차이며, 7%에서 25% 사이의 값을 보이고 있다. 표에서 두 이론 모두 유사한 결과를 보이거나 민감도기법이 측정값에 보다 가까운 결과를 주는 것을 볼 수 있었다. 또한 상대오차의 표준편차에서 민감도기법으로 산정한 인장력의 오차가 보다 일관성이 있는 것으로 나타났다. 두 방법으로 구한 결과를 그림 3에 도식화하였다. 그림 3에서 측정값과 예측값 간의 상호관계가 존재함을 알 수 있었다. 즉 케이블의 길이가 길어지거나 짧아질수록 오차가 커짐을 알 수 있었다. 두 방법 모두 케이블장력을 과소평가하고 있었으며 이러한 결과는 (1) 케이블의 고유진동수 측정값의 오류이거나 (2) 케이블의 거리(케이블 노드(진동이 없는 점) 간의 거리)의 산정 오류 (3) 진동특성에 영향을 미치는 감쇠기의 영향 산정 시의 오류 (4) 질량, 탄성계수 등 다른 물리변수 산정 오류 등에 기인할 수 있다. 표 2에서 감쇠기에 의한 구속효과는 케이블의 길이가 길어지거나 짧아

표 1. Alamillo 교 케이블의 고유진동수 ($\Delta\omega$ = 진동수의 정도(resolution))

케이블	길이 (m)	$\Delta\omega$	모우드 1		모우드 2		모우드 3	
			좌측 케이블	우측 케이블	좌측 케이블	우측 케이블	좌측 케이블	우측 케이블
1	50.7	0.050	2.20	2.29	4.34	4.55	-	6.73
2	68.6	0.026	1.69	1.71	3.38	3.42	5.04	5.16
3	85.7	0.015	1.42	1.43	2.83	2.86	4.23	4.29
4	102.4	0.020	1.13	1.12	2.26	2.25	3.34	3.35
5	119.1	0.015	0.99	0.96	1.97	1.93	2.95	2.87
6	135.8	0.020	0.84	0.86	1.70	1.69	2.54	2.54
7	152.4	0.015	0.77	0.77	1.54	1.52	2.32	2.27
8	169.2	0.015	0.69	0.69	1.38	1.38	2.07	2.07
9	186.0	0.015	0.63	0.64	1.25	1.23	1.86	1.87
10	202.6	0.015	0.56	0.55	1.11	1.11	1.66	1.66
11	219.5	0.015	0.52	0.52	1.02	0.98	1.52	1.50
12	236.1	0.015	0.46	0.47	0.91	0.91	1.36	1.35
13	253.0	0.015	0.50	0.50	0.99	0.99	1.49	1.49

표 2. 산정된 케이블장력 (k_s = 회전스프링의 강성)

케이블	k_s (Pa)	케이블장력 (kN)				
		민감도방법	(상대오차)	현이론 (wire theory)	(상대오차)	측정값
1	703	4,350	(0.25)	4,091	(0.30)	5,817
2	627	4,636	(0.22)	4,503	(0.24)	5,955
3	519	5,060	(0.17)	4,944	(0.19)	6,112
4	590	4,493	(0.13)	4,434	(0.15)	5,189
5	334	4,581	(0.14)	4,630	(0.13)	5,297
6	318	4,522	(0.11)	4,434	(0.13)	5,072
7	119	4,651	(0.09)	4,630	(0.09)	5,111
8	9	4,665	(0.08)	4,581	(0.10)	5,072
9	229	4,587	(0.07)	4,532	(0.09)	4,954
10	253	4,319	(0.07)	4,228	(0.09)	4,650
11	324	4,151	(0.07)	4,189	(0.06)	4,473
12	439	3,894	(0.11)	3,875	(0.11)	4,356
13	361	4,001	(0.15)	4,061	(0.13)	4,689
평균			0.128		0.139	
표준편차			0.058		0.068	

질수록 커짐을 알 수 있었다. 이러한 관계는 그림 4에서 보다 잘 관찰할 수 있다.

3. 결 론

이 논문에서는 실측 자료를 이용하여 케이블과 같은 인장부재의 인장력을 산정할 수 있는 민감도에 기반한 역해석기법의 적용성을 검토하였다. 역해석기법은 고유진동수, 인장력 및 구속효과의 상호 민감도 관계를 이용하여 개발된 바 있으며, 수치해석 및 실험실에서의 소규모 실험을 통해 검증된 바 있다. 실제 사장교의 케이블에서 계측된 자료를 이용한 검토결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) 케이블 인장 시 측정된 장력과 비교한 결과 민감도방법은 7% ~ 25% 정도의 오차를 갖는 것으로 나타났다.
- (2) 민감도방법은 현이론을 이용하여 산정한 결과와 유사한 결과를 나타내었으나, 대체로 작은 상대오차

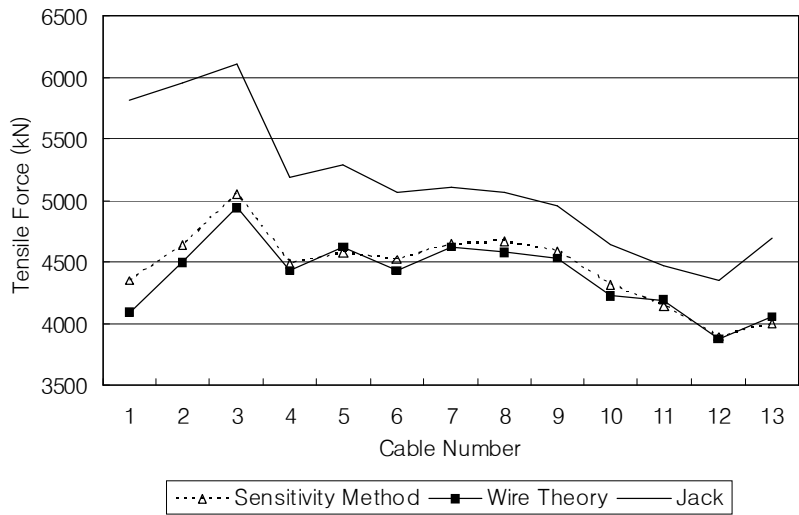


그림 3. 민감도방법과 현이론방법을 이용하여 산정된 케이블장력 비교

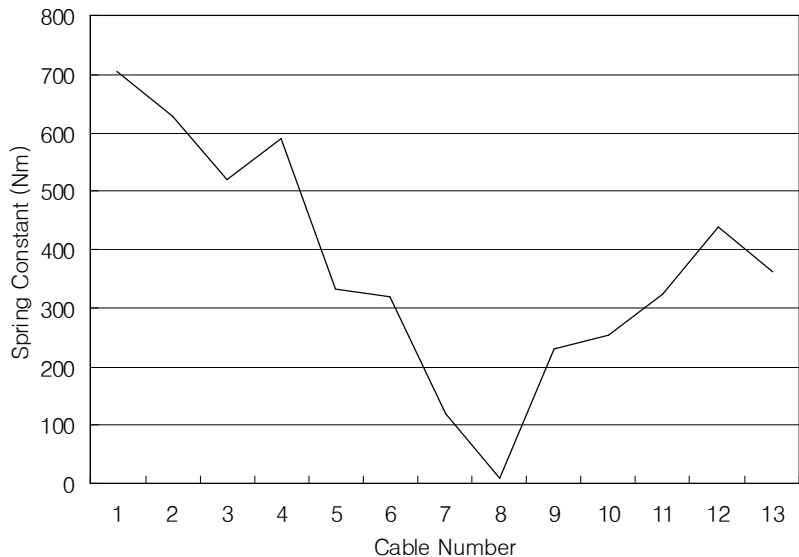


그림 4. 감쇠기에 의한 구속효과의 변화

를 보였다.

(3) 케이블장력 산정값의 상대오차는 케이블의 길이가 길어지거나 짧아질수록 커지는 것으로 나타났으며, 감쇠기의 단부 구속효과도 커지는 것으로 나타났다.

참고문헌

1. J.R. Casas (1994), "A combined method for measuring cable forces: the cable-stayed Alamillo Bridge, Spain," *Structural Engineering International*, Vol. 4, No. 4, pp. 235-240.
2. G. Croci, G. Buliani, G. Ascensig (1988), "Studies and experimentation on the Ludovisi Cloister in Rome," *Third Congress of the Italoan Association for Restoration and Strengthening of Constructions*, Cataia, Italy, pp. 305-315.
3. T. Shinke, K. Hironaka, H. Zui, H. Nishimura (1980), "Practical formulas for estimation of cable tension by vibration methods," *Proceedings of JSCE*, Vol. 294, pp. 25-34.
4. Z. Hiroshi, T. Shinke, Y. Namita (1996), "Practical formulas for estimation of cable tension by vibration methods," *Journal of Structural Engineering*, Vol. 122, No. 6, pp. 651-656.
5. R. Kyska, V. Koutny, P. Rosko (1991), "Tension measurement in cable of cable-stayed bridges and in free cables," *Proceedings of the Second Conference on Traffic Effects on Structures and Environment*, Zilina, Slovakia, pp. 190-194.
6. S.B. Bati and U. Toniatti (2001), "Experimental methods for estimating in situ tensile force in tie-rods," *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 127, No. 12, pp. 1275-1283.
7. C. Blasi and S. Sorace (1994), "Determining the axial force in metallic rods," *Structural Engineering International*, Vol. 4, No. 4, pp. 241-246.
8. S. Park, S. Choi, S-T. Oh, N. Stubbs, H-C. Song (2006), "Identification of the tensile force in high-tension bars using modal sensitivities," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, pp. 3185-3196.
9. J.R. Casas (1995), "Full-scale dynamic testing of the Alamillo Cable-stayed Bridge in Sevilla (Spain)," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 24, pp. 35-51.