

연속적인 횡방향 바닥형상을 갖는
폭이 넓은 개수로 흐름의 부유사 농도분포 수치모의
Numerical Simulations of Suspended Sediment Concentration
of Wide Open-Channel Flow with Longitudinal Bedforms

최성욱* · 박문형** · 강형식***
Sung-Uk Choi · Moonhyeong Park · Hyeongsik Kang

요 지

바닥이 언덕과 저면으로 이루어진 연속적인 횡방향 바닥형상을 갖는 개수로 흐름의 부유사 농도분포를 수치모의 하였다. 비선형 $k-\epsilon$ 모형을 이용하여 흐름의 지배방정식인 곡선 직교좌표계에 대한 Navier-Stokes 방정식을 해석하였으며, 와점성계수 개념을 이용하여 부유사 수송 방정식을 해석하였다. 기존의 실험결과와 비교하여 모형이 격자형 이차흐름을 비교적 잘 예측하는 것을 확인하였으며, 동일한 흐름에 대하여 부유사 농도 분포를 계산하였다. 부유사량의 계산 결과 언덕 위의 부유사 농도분포가 저면 위의 농도분포보다 크게 나타났다.

핵심용어 : 격자형 이차흐름, 횡방향 바닥형상을 갖는 개수로 흐름, 직교곡선좌표변환, 비선형 $k-\epsilon$ 모형

1. 서 론

고정상의 개수로 흐름에서는 수심과 폭의 비(aspect ratio: AR)가 5~6이상인 폭이 넓은 사각 수로의 중앙부분에서 이차 흐름이 발생하지 않는 것으로 알려져 있다. 그러나 이동상의 개수로 흐름에서는 수로의 중앙부분에서도 이차 흐름이 발생하는 것이 현장 관측 및 실험을 통하여 관찰되어 왔다. 그림 1은 이동상의 개수로 흐름에서 발생하는 이차 흐름의 모식도이다. 그림에서 나타낸 것과 같이 언덕(ridge)과 저면(trough)에서 각각 매끈한 입경과 거친 입경이 모이게 되며 상향류와 하향류가 발생하여 이차류가 형성되는데 이러한 흐름을 격자형 이차흐름(cellular secondary currents)라고 한다. 격자형 이차흐름은 하천의 3차원적인 하상형상과 유사 이송을 결정하기 때문에 공학적으로 중요한 의미를 갖는다. 그러나 수치해석 및 실험의 어려움 때문에 현재까지 연구가 활발하게 진행되지 못하고 있다.

격자형 이차흐름은 하천의 3차원적인 하상형상과 유사 이송을 결정하기 때문에 공학적으로 중요한 의미를 갖는다. 그러나 수치해석 및 실험의 어려움 때문에 현재까지 수행된 연구는 얼마 되지 않는다. Nezu와 Nakagawa(1984)는 이동상의 측벽과 바다 부근의 경계에서 발생하는 corner vortex가 횡방향으로 발달하면서 격자형 이차흐름이 발생한다고 추론한 바 있다. Colombini(1993)는 대수응력모형을 이용한 안정성 해석을 통하여 cellular secondary currents의 초기 형성은 corner vortex에 기인하지만 이동상 자체의 불안정성이 더 큰 영향을 미친다고 밝힌바 있다. 최성

* 연세대학교 사회환경시스템공학부 교수 (E-mail: schoi@yonsei.ac.kr)

** 한국건설기술연구원 박사후연수생 (E-mail: moon@kict.re.kr)

*** 연세대학교 사회환경시스템공학부 연구교수 (E-mail: kanghs@yonsei.ac.kr)

육 등(2006)은 레이놀즈응력모형을 이용하여 바닥에 매끈한 입자와 거친 입자가 교대로 있는 개수로 흐름의 격자형 이차흐름을 포함한 평균 흐름 특성 및 난류 특성을 연구한 바 있으며, Choi 등(2007)은 동일한 모형을 이용하여 부유사 농도 분포를 예측한 바 있다. 그러나 바닥에 언덕과 저면이 형성되 개수로 흐름에 대한 부유사 농도 분포에 대한 연구는 아직 없는 실정이다.

본 연구에서는 바닥이 언덕과 저면으로 이루어진 개수로 흐름의 부유사 농도분포를 수치모의하고자 한다. 흐름의 지배 방정식인 Navier-Stokes 방정식은 비선형 $k-\epsilon$ 모형을 이용하여 해석하였으며 와점성계수 개념을 이용하여 부유사 수송 방정식을 해석하였다. 흐름 모형에 대하여 Nezu과 Nakagawa (1984)의 실험결과와 비교하여 검증하였으며, 동일한 흐름 조건에 대하여 수치모의 결과를 이용하여 바닥이 언덕과 저면으로 이루어진 개수로 흐름에서의 부유사 농도 분포의 특징을 연구하였다.

2. 수치 모형의 구성

2.1 지배방정식

레이놀즈수가 충분히 크고, 흐름이 등류상태일 경우 Navier-Stokes 방정식을 시간 평균하여 유도된 곡선 직교좌표계에 대한 연속방정식 및 운동량 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial \xi} (h_2 v^c) + \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 w^c) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{v^c}{h_1} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{w^c}{h_2} \frac{\partial u}{\partial \eta} = -g S_0 - \frac{1}{J} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (h_2 \overline{u'v'}) + \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 \overline{u'w'}) \right] \quad (2)$$

$$\frac{v^c}{h_1} \frac{\partial v^c}{\partial \xi} + \frac{w^c}{h_2} \frac{\partial v^c}{\partial \eta} + \frac{v^c w^c}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{(w^c)^2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \quad (3)$$

$$= -\frac{1}{\rho h_1} \frac{\partial p}{\partial \xi} - \frac{1}{J} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (h_2 \overline{v'v'}) + \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 \overline{v'w'}) \right] - \frac{\overline{v'w'}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + \frac{\overline{w'w'}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi}$$

$$\frac{v^c}{h_1} \frac{\partial w^c}{\partial \xi} + \frac{w^c}{h_2} \frac{\partial w^c}{\partial \eta} + \frac{v^c w^c}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \xi} - \frac{(v^c)^2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \eta} \quad (4)$$

$$= -\frac{1}{\rho h_1} \frac{\partial p}{\partial \eta} - \frac{1}{J} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (h_2 \overline{v'w'}) + \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 \overline{w'w'}) \right] - \frac{\overline{v'w'}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + \frac{\overline{v'v'}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \xi}$$

여기서 u, v, w 는 각각 직교좌표계에서의 흐름방향, 횡방향, 그리고 수심방향의 평균유속, ρ 는 유체의 밀도, p 는 시간평균된 압력, $-\overline{u'_i u'_j}$ 는 레이놀즈응력, g 는 중력가속도, 그리고 S_0 는 바닥경사, J 는 자코비안 행렬, h_1 과 h_2 는 Lami 계수, 그리고 위첨자 c 는 곡선직교좌표계로 변환된 유속이다. 식(2)-(4)의 운동량방정식에서 레이놀즈응력의 계산은 Speziale(1987)가 제안한 다음의 비선형 $k-\epsilon$ 모형을 이용하여 해석하였다.

$$-\overline{u'_i u'_j} = -\frac{2}{3} k \delta_{ij} + \frac{k^{5/2}}{\epsilon} D_{ij} + C_D \frac{k^3}{\epsilon^2} \left(D_{im} D_{mi} - \frac{1}{3} D_{nn} D_{nm} \delta_{ij} \right) + C_E \frac{k^3}{\epsilon^2} \left(\dot{D}_{ij} - \frac{1}{3} \dot{D}_{ij} \right) \quad (5)$$

여기서 k 와 ϵ 은 각각 난류운동에너지와 난류운동에너지 소산율이다. C_D 와 C_E 는 경험 상수로서 Speziale(1987)는 1.68을 제안하였으며, Shino와 Lin (1992), Shao 등은 (2003) 개수로흐름에 이 값을 적용하여 적용성을 확인한 바 있다. 그리고 D_{ij} 와 \dot{D}_{ij} 는 다음 식과 같다.

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (6)$$

$$\dot{D}_{ij} = \frac{\partial D_{ij}}{\partial t} + U \cdot \nabla D_{ij} - \frac{\partial u_i}{\partial x_k} D_{kj} - \frac{\partial u_j}{\partial x_k} D_{ki} \quad (7)$$

지배방정식을 유한체적법(finite volume method)에 의해 수치해석 하였다. 또한 Power-Law 기법

을 이용하여 지배방정식을 이산화하였으며, 압력장 모의를 위해 SIMPLER 방법을 적용하였다. 벽 경계조건은 일반성을 갖는 경험공식인 벽 법칙(law of the wall)을 사용하였으며, 자유수면의 경계 조건은 난류운동에너지의 소산률을 제외한 모든 변수에 대하여 대칭평면조건을 적용하였으며, 난류운동에너지의 소산률에 대해서는 Hossain과 Rodi(1980)가 제시한 자유수면 경계조건을 이용하였다.

2.2 부유사 수송방정식

부유사 농도 분포는 다음과 같은 부유사 수송방정식을 이용하여 해석하였다.

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \frac{v^c}{h_1} \frac{\partial \bar{c}}{\partial \xi} + \frac{w^c}{h_2} \frac{\partial \bar{c}}{\partial \eta} - \frac{\partial w_s \bar{c}}{\partial \eta} = \frac{1}{J} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{h_2}{h_1} \frac{\nu_t}{\sigma_c} \partial \frac{\bar{c}}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{h_1}{h_2} \frac{\nu_t}{\sigma_c} \partial \frac{\bar{c}}{\partial \eta} \right) \right] \quad (8)$$

여기서 \bar{c} 는 시간 평균된 부유사 농도, w_s 는 유사입자의 침강속도, ν_t 는 와점성계수, 그리고 σ_c 는 Schmidt 수로서 1.0을 이용하였다. w_s 는 Dietrich(1982)가 제안한 식을 이용하였다.

3. 모형의 검증

수치모형의 검증을 위하여 Nezu와 Nakagawa(1984)의 실험조건을 이용하였다. 이들의 실험조건은 수심 0.04 m, 수로폭 0.3 m로서 수심에 대한 수로폭의 비 AR = 7.5이고, 바닥경사는 0.00152이고, 프루드수는 0.6이다. 수로 바닥의 형상은 그림2와 같다. 수치모형에 언덕과 저면의 형상을 반영하기 위하여 격자를 곡선직교좌표계로 변환하였다. 좌표변환은 Poisson 방정식을 이용하였다.

그림3은 수로 중앙 부근에서 발생한 격자형 이차흐름을 나타낸 것이다. 그림3(a), (b)는 각각 계산된 결과와 Nezu와 Nakagawa(1984)의 실험 결과이다. 그림에서 수치모형이 언덕과 저면에서 각각 상향류와 하향류를 비교적 잘 모의하는 것을 확인할 수 있었으며, 수치모의에 의하여 계산된 이차흐름의 최대값은 흐름방향 최대 유속의 2.7%로 산정되어 Nezu와 Nakagawa(1984)의 실험결과인 3.0%와 유사하게 나타났다. 그러나 실험결과와 비교하여 볼 때, 수치모의 결과는 하향류를 과소산정 하는 것으로 나타났다.

그림4는 바닥 전단속도의 횡방향 분포를 나타낸 것이다. 그림에서 전단속도는 횡단면에 대하여 평균된 전단속도로 무차원하였으며, Nezu와 Nakagawa(1984)의 실험결과를 함께 도시하였다. 수치모의에 의하여 계산된 결과는 실험결과에 의하여 다소 작게 산정되었으나 전반적으로 잘 일치하는 것으로 나타났다. 그림에서 하향류가 발생하는 저면에서 바닥 전단속도가 크게 나타나는 것을 확인할 수 있다. 이것은 하향류에 의하여 자유수면 부근의 높은 운동량이 바닥부근으로 전달되어 바닥 부근의 속도경사가 크기 때문인 것으로 알려져 있다(Nezu와 Nakagawa, 1993)

4. 부유사 농도분포

바닥 형상을 갖는 개수로 흐름에 대하여 부유사 농도분포를 수치모의 하였다. 흐름과 부유사 농도가 상호 영향을 주지만 본 연구에서는 이러한 영향을 배제 하였다. 즉 즉 식(1)-(4)로부터 계산된 흐름을 이용하여 부유사 수송방정식을 해석하였다. 그리고 바닥 유사의 부상 및 부유사의 침강에 의한 하상변동 역시 무시하였다. 부유사 수송방정식의 자유수면 및 측벽에서의 경계조건으로는 흐름율이 0이라고 설정하였다. 바닥의 경계조건으로 매끈한 하상과 거친 하상에 대하여 각각 Garcia와 Parker(1991)가 제안한 평형상태 농도식과 흐름을 0을 부여하였다. 수치모의에서 부유사는 80 μ 의 단일 입경을 갖는 것으로 가정하였으며, Nezu와 Nakagawa(1984)의 실험 조건에서 하상의 조도높이 k_s 를 0 μ 에서 80 μ 으로 변경하였다.

그림5는 부유사 농도분포를 나타낸 것이다. 그림에서 언덕 위의 부유사 농도가 저면 위의 부유

사 농도보다 크게 나타나는 것을 확인할 수 있다. 이러한 결과는 격자형 이차흐름의 영향인 것으로 판단된다.

5. 결 론

본 연구에서는 組·細粒床의 帶狀연속구조를 갖는 개수로 흐름과 부유사 농도 분포를 수치모의하였다. 비선형 $k-\epsilon$ 모형을 이용하여 곡선직교좌표계에 대한 Navier-Stokes을 해석하였다. 흐름을 수치모의하는데 사용한 모형을 Nezu와 Nakagawa(1984)의 실험결과를 이용하여 제안한 모형을 검증하였다. 계산된 결과는 실험 결과와 비교적 잘 일치하는 것으로 나타났다. 그리고 제안한 모형을 이용하여 부유사 농도분포를 예측하였다. 언덕 위의 부유사 농도분포가 저면 위의 농도분포보다 크게 나타났는데, 이러한 양상은 격자형 이차흐름의 영향으로 보인다.

감 사 의 글

본 연구는 21세기 프론티어연구개발사업인 수자원의 지속적 확보기술개발사업단의 연구비지원(과제번호: 2-3-2)에 의해 수행되었습니다.

참 고 문 헌

1. 최성욱, 박문형, 강형식 (2006). "매끄러운 하상-거친 하상의 횡방향 연속구조를 갖는 개수로 흐름의 3차원 수치모의" 大韓土木學會 論文集, 대한토목학회, 26(6B), 573-581.
2. Choi, S-U, Park, M, and Kang, H (2007). "Numerical simulations of cellular secondary currents and suspended sediment transport in open-channel flows over smooth-rough bed strips." *Journal of Hydraulic Research*, IAHR, accepted.
3. Colombini, M. (1993). "Turbulence-driven secondary flows and formation of sand ridges." *Journal of Fluid Mechanics*, 254, 701-719.
4. Dietrich, W.E. (1982). "Settling velocity of natural particles." *Water Resource Research*, AGU, 18(6), 1615-1626
5. Garcia, M. and Parker, G.. (1991). "Entrainment of bed sediment into suspension." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 117(4), 414-435.
6. Hossain, M.S. and Rodi, W. (1980). "Mathematical modeling of vertical mixing in in stratified channel flow." *Proceedings of the 2nd Symposium on Stratified Flows*.
7. Nezu, I. and Nakagawa, H. (1984). "Cellular secondary currents in straight conduit." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 110(2), 173-193.
8. Nezu, I. and Nakagawa, H. (1993). *Turbulence in Open-Channel Flows*. IAHR Monograph, Balkema, Rotterdam, The Netherlands.
9. Speziale, C.G. (1987). "On non-linear $k-l$ and $k-\epsilon$ models of turbulence." *Journal of Fluid Mechanics*, 178, 459-475.
10. Wang, Z.-Q. And Cheng, N.-S. (2005). "Secondary flows over artificial bed strips." *Advances in Water Resources*, 28, 441-450.

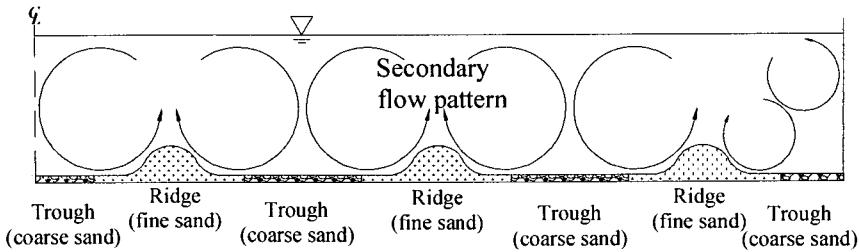


Figure 1. Schematic Sketch of Cellular Secondary Currents in a Wide Open-Channel

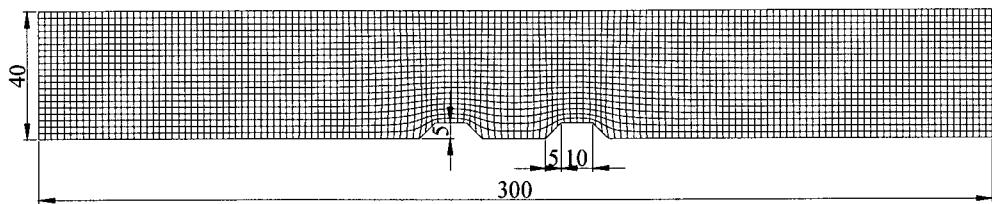


Figure 2. Solution Domain and Grid for Numerical Simulations

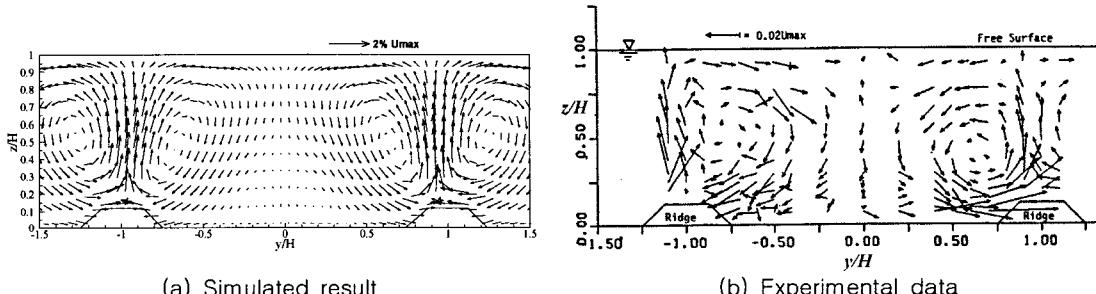


Figure 3. Cellular Secondary Current Vectors

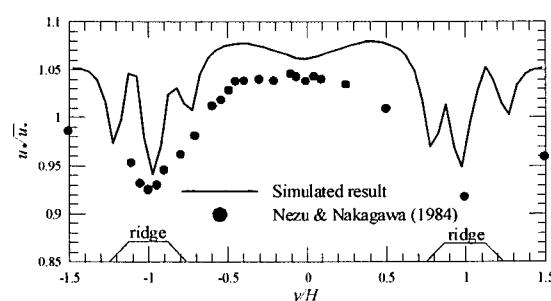


Figure 4. Transverse Distribution of Bottom Shear Velocity

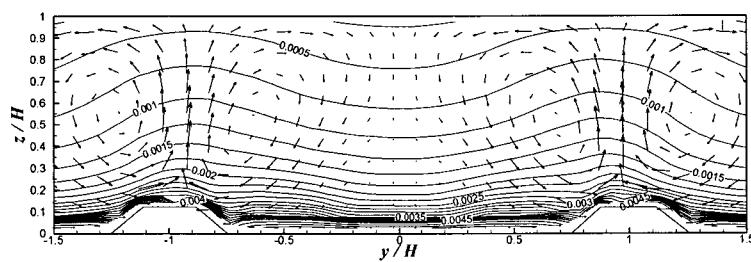


Figure 5. Contour Plot of Suspended Sediment Concentration