

# 완난류 개수로 흐름의 마찰계수

## Friction Factor of Smooth Turbulent Open Channel Flow

유동훈\*, 이태희\*\*

Dong Hoon Yoo, Tae Hee Lee

### 요지

개수로 흐름에 대한 연구는 1700년대 중엽 Chezy에 의해 이론적인 기초를 다졌으며, 광범위하고 조직적인 관측연구는 Darcy(1803-1858)에 의해 약 150년 전에 폭 2m, 길이 600m에 이르는 수로에서 실험관측을 수행하고자 시도하였다. Darcy의 동료이자 후계자인 Bazin은 제한된 조건의 현장관측뿐 아니라 다양한 조건의 수로를 제작하여 실험관측을 수행하였으며 그의 실험자료는 Bazin 자신 뿐만 아니라 Manning이나 Ganguillet와 Kutter 등 여러 연구자들의 경험식 개발에도 이용되었다.

Nikuradse(1933)의 균일조도 원형관수로 실험결과로부터 관로 흐름은 층류, 천이층류, 완난류, 천이난류, 전난류 등 다섯 종류의 흐름특성을 가지고 있음을 확인하였고 Bazin(1829-1917)과 Varwick(1945)의 실험결과로부터 개수로 흐름에서도 관로 흐름과 마찬가지로 층류, 천이층류, 완난류, 천이난류, 전난류 등 다섯가지의 흐름특성이 존재함을 알 수 있다.

본 연구에서는 기존의 지수형 마찰계수 산정식에서 단순히 조고반의 함수였던  $\alpha$ 에 물의 기본적인 성질인 표면장력, 접성력, 밀도와 자연 하천의 경사, 수심, 수면 폭, 조고의 영향을 고려한 수심에 관한 무차원수  $Y_h$ , 수면 폭에 관한 무차원수  $Y_b$ , 조고에 관한 무차원수  $Y_k$ 를 도입하였다. 따라서 개수로 흐름 해석에 있어서 기존의 마찰계수 산정치보다 여러 영향을 반영하여 정확한 값을 산정할 수 있을 것으로 판단된다.

**핵심용어:** 층류, 천이층류, 완난류, 천이난류, 전난류, 무차원수  $Y_h$ , 무차원수  $Y_b$ , 무차원수  $Y_k$

### 1. 서론

개수로 흐름에 대한 마찰계수 또는 등류수로 평균유속을 산정하고자 하는 노력은 원형관수로에 대한 연구보다 먼저 시작되었다. 그러나 수로형상의 복잡성과 이차류 존재 등의 이유로 원형관수로보다 이론적인 접근이 늦어졌다. Bazin(1829-1917)과 Varwick(1945)의 실험결과로부터 개수로 흐름에서도 관로 흐름과 마찬가지로 층류, 천이층류, 완난류, 천이난류, 전난류 등 다섯가지의 흐름특성이 존재함을 알 수 있다.

레이놀즈수대 개수로 흐름 마찰계수 분포도인 그림 1에 도시된 바와 같이 Varwick 실험결과와 Bazin의 실험자료를 주의 깊게 관찰하면 개수로 흐름 마찰계수의 분포도 원형관로 마찰계수의 분포와 유사한 것을 확인할 수 있다. Varwick의 실험자료를 살펴보면 다섯 개의 흐름특성구간이 개수로 흐름에서도 발견되고 있다. 단지 조고가 커짐에 따라 마찰계수 분포선이 평행 이동하여 상향조정됨을 알 수 있는데 특히 완난류 조건에서 상향 이동특성이 분명히 나타나고 있다. 일반적으로 관로나 개수로 흐름의 전난

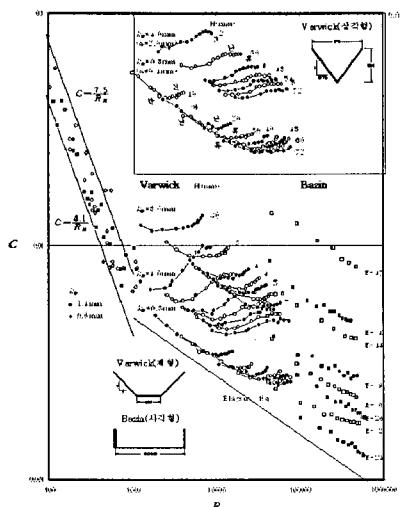


그림 1. 개수로 흐름의 마찰계수 분포

\* 정회원 · 아주대학교 건설시스템공학과 정교수 · E-mail: [dhyoo@ajou.ac.kr](mailto:dhyoo@ajou.ac.kr)

\*\* 정회원 · 아주대학교 건설교통공학과 박사과정 · E-mail: [rokmc828@ajou.ac.kr](mailto:rokmc828@ajou.ac.kr)

류 조건에서 마찰계수는 동수반경에 대한 조고비의 증가에 따라 상승하는데, Varwick의 실험결과를 살펴보면 개수로 흐름에서는 조도 또는 조고 자체의 증가에 따라 추가로 상승하는 경향을 보임을 확인할 수 있다. 마찬가지로 개수로 흐름 중 완난류 조건에서는 흐름의 형상과 조도에 따라 마찰계수 분포가 Prandtl-Nikuradse의 원형관로 완난류 마찰계수 산정식으로 주어지는 분포곡선으로부터 상향 평행 이동하는 특성이 발견된다.

## 2. 지수형 산정식

유동훈(2003)은 Hicks and Mason(1991)의 흐름자료를 이용하여 지수형 완난류 마찰계수 산정식을 개발하였다. 지수형 개수로 마찰계수 산정식은 등류수심의 산정 등 개수로 설계에 유용한 마찰계수 산정식이다. 조고에 따라 변이하는 계수  $\alpha$ 와 동수반경레이놀즈수  $R_H$ 의 지수승  $\beta$ 의 함수로 다음과 같이 표현된다(유동훈, 이민호, 2000).

$$C = \alpha R_H^\beta \quad (1)$$

여기서  $\alpha$ 는 조고에 따라 변하는 계수이며,  $\beta$ 는 흐름특성 또는 각 변수의 크기에 따라 변이하는 계수이다.

### 2.1 새로운 무차원수 $Y$ 의 정의

무차원수  $Y$ 는 아래의  $W-F$ 수와  $R-W$ 수의 조합무차원수로 개수로 흐름에 있어서 중요시되는 표면장력, 점성력, 경사, 조고의 영향을 모두 고려한 무차원수로 기존의 무차원수에 비해 개수로의 수리특성을 해석하는데 있어서 보다 합리적일 것으로 판단된다.

$$Y_h = \frac{W_{F_i}}{R_{W_h}} = \frac{\rho \nu k_w}{\sigma} \sqrt{\frac{g i}{h}}, \quad Y_b = \frac{W_{F_i}}{R_{W_b}} = \frac{\rho \nu k_w}{\sigma} \sqrt{\frac{g i}{b_s}}, \quad Y_k = \frac{W}{F} = \frac{k_w}{\sqrt{\sigma/\rho g}} \quad (2)$$

본 연구에서는 수로의 수심과 수로폭의 영향이 중요하다고 판단되어 이중 무차원수  $Y_h$ 과  $Y_b$ 를 선택하여 자료의 분석에 도입하였다.

## 3 관측자료의 재분석

개수로 마찰흐름에 관한 실험 또는 현장관측은 많은 연구자에 의해 수행되었으며, 본 연구에서는 국외의 Varwick(1945), Kirkgöz(1989), Jarrett(1984), Colosimo, Copertino, and Veltre(1988) 등의 실험 자료와 현장관측 자료 및 아주대학교(2006)의 실험 자료를 가지고 기존의 개수로 마찰계수 산정식인 식 (1)에서의 비례상수  $\alpha$ 를 재정립하였다.

### 3.1 Varwick 자료의 분석

Varwick 자료는 그림 2에서 보는 바와 같이 마찰계수는 0.0024에서 0.013의 범위이고 레이놀즈수의 범위는  $1,000 < R_H < 90,000$ 의 범위로 완난류I 구간에서 천이난류구간으로 가정하여 분석하였다. 조고 및 동수반경에 따라 평행이동하며 상승하는 것을 볼 수 있다. 지수형 마찰계수 산정식인 식 (1)에서 완난류I 구간일 경우  $\beta = -0.25$ 로 하여 분석한 결과 비례상수  $\alpha$ 는 0.033에서 0.073의 범위로 나타났으며 표 1에서와 같이 비례상수  $\alpha$ 를 무차원수  $Y_h$ ,  $Y_b$ ,  $Y_k$ 에 대하여 나타낼 수 있다.

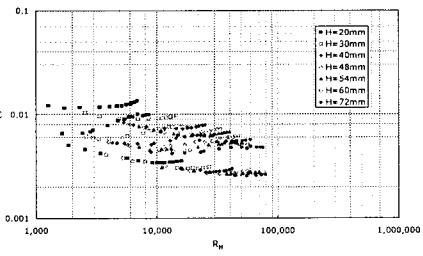


그림 2. 레이놀즈수에 대한  
마찰계수 분포

그림 3에 도시된 바와 같이  $Y_h$ 과  $Y_b$ 에 관계없이 단지 조고만의 함수로 비례상수  $\alpha$ 가 조고가 0.8 mm일 경우 0.033, 4 mm일 경우 0.044, 8 mm일 경우  $Y_h$ 에서 0.071,  $Y_b$ 에서 0.073으로 근소한 차이를 보이고 있다. Varwick의 실험수로의 경우 수로의 바닥뿐 아니라 벽면에 조고를 부착하여 수심과 수로폭에 관한 무

차원수  $Y_h$ 과  $Y_b$ 수에 관계없이 일정하고 조고에 관한 무차원수  $Y_k$ 에 의하여 변하는걸 볼 수 있다.

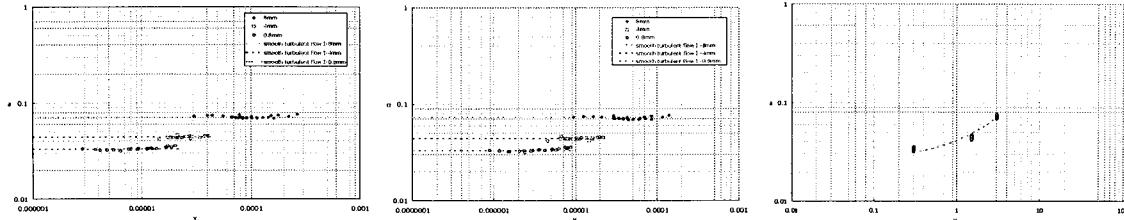


그림 3. 완난류I 구간에서의  $\alpha$ 와  $Y_h$ ,  $Y_b$ ,  $Y_k$ 의 관계

### 3.2 Kirkgoz 자료의 분석

Kirkgoz 자료는 그림 4에서 보는 바와 같이 마찰계수는 0.002에서 0.009의 범위이고 레이놀즈수의 범위는  $5,000 < R_h < 50,000$ 의 범위로 완난류I 구간으로 가정하여 분석하였다. 조고에 따라 평행이동하며 상승하는 것을 볼 수 있으나 어느 이상 상승하면 Rough한 조고끼리 모이는 것을 알 수 있다. 따라서, 어느 정도 조고가 커지면 마찰계수의 영향에 조고가 크게 작용하지 않는 것으로 나타났다. 지수형 마찰계수 산정식인 식 (1)에서 완난류I 구간일 경우  $\beta = -0.25$ 으로 하여 그림 5에 보인 바와 같이 비례상수  $\alpha$ 와 새로운 무차원수  $Y$ 수에 관하여 분석한 결과 비례상수  $\alpha$ 의 범위가 0.03에서 0.06의 범위로 표 1에서와 같이 비례상수  $\alpha$ 를 무차원수  $Y_h$ ,  $Y_b$ ,  $Y_k$ 에 대하여 나타낼 수 있다.

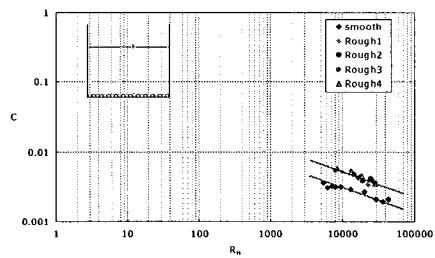


그림 4. 레이놀즈수에 대한  
마찰계수 분포 및 수로형상

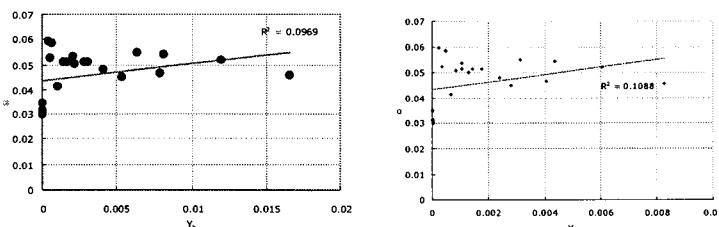


그림 5. 완난류I 구간에서의  $\alpha$ 와  $Y_h$ ,  $Y_b$ ,  $Y_k$ 의 관계

### 3.3 Jarrett 자료의 분석

Jarrett 자료는 그림 6에서 보는 바와 같이 마찰계수는 0.008에서 0.04의 범위로 실험관측 자료보다 매우 큰 범위이고 레이놀즈수의 범위는  $30,000 < R_h < 5,000,000$ 의 범위로 완난류II 구간과 완난류III 구간으로 나누어 분석하였다. 조고에 따라 평행이동하며 상승하는 것을 볼 수 있으나 산지하천인 조건과 21개의 다른 하천에서의 관측 자료로 분포가 산개되는 경향을 나타낸다.

지수형 마찰계수 산정식인 식 (1)에서 완난류II 구간일 경우  $\beta = -0.17$ , 완난류III 구간일 경우  $\beta = -0.11$ 으로 하였다. 그림 7과 8에 나타낸 바와 같이 완난류II 구간과 완난류III 구간인 경우에 비례상수  $\alpha$ 와 새로운 무차원수  $Y$ 수에 관하여 분석한 결과 자연하천에서의 비례상수  $\alpha$  범위가 0.2에서 2.8의 범위로 크게 나타났으며 표 1에서와 같이 비례상수  $\alpha$ 를 무차원수  $Y_h$ ,  $Y_b$ ,  $Y_k$ 에 대하여 나타낼 수 있다.

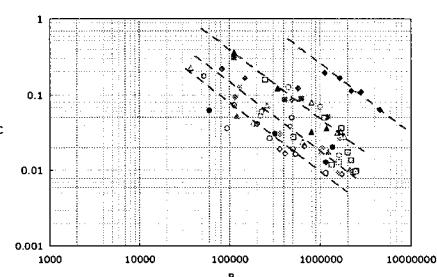


그림 6. 레이놀즈수에 대한  
마찰계수 분포

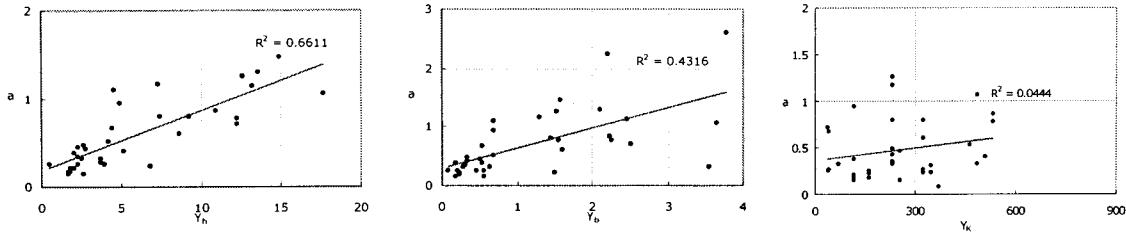


그림 7. 완난류II 구간에서의  $\alpha$ 와  $Y_h$ ,  $Y_b$ ,  $Y_k$ 의 관계

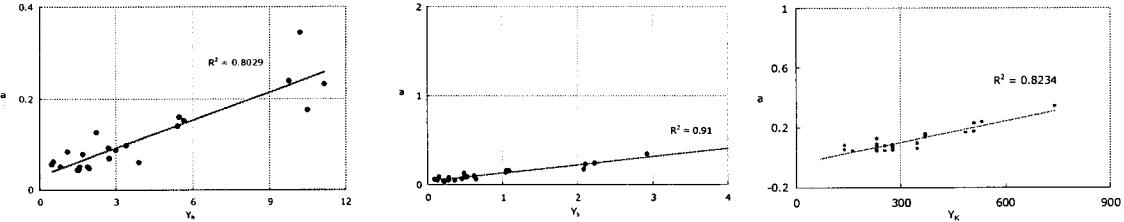


그림 8. 완난류III 구간에서의  $\alpha$ 와  $Y_h$ ,  $Y_b$ ,  $Y_k$ 의 관계

### 3.4 Colosimo, Copertino and Veltri 자료의 분석

Colosimo, Copertino and Veltri 자료는 그림 9에서 보는 바와 같이 마찰계수는 0.004에서 0.06의 범위로 실험관측 자료보다 매우 큰 범위이고 레이놀즈수의 범위는  $90,000 < R_H < 1,100,000$ 의 범위로 완난류II 구간으로 가정하여 분석하였다. 지수형 마찰계수 산정식인 식 (1)에서 완난류II 구간일 경우  $\beta = -0.17$ 으로 하였다. 그림 10에 나타낸 바와 같이 완난류II 구간인 경우에 비례상수  $\alpha$ 와 새로운 무차원수  $Y$ 수에 관하여 분석한 결과 자연하천에서의 비례상수  $\alpha$  범위가 0.06에서 0.5의 범위로 크게 나타났으며 표 1에서와 같이 비례상수  $\alpha$ 를 무차원수  $Y_h$ ,  $Y_b$ ,  $Y_k$ 에 대하여 나타낼 수 있다.

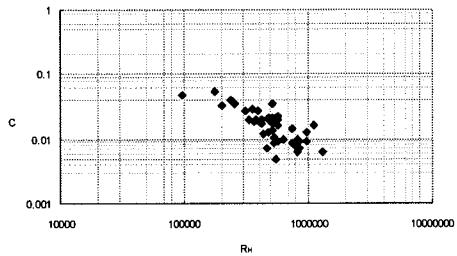


그림 9. 레이놀즈수에 대한 마찰계수 분포

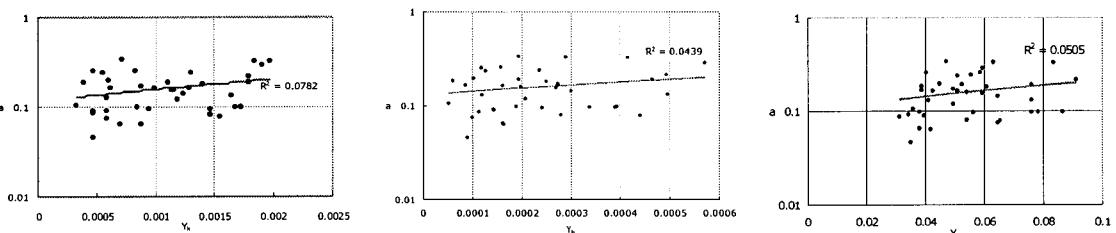


그림 10. 완난류II 구간에서의  $\alpha$ 와  $Y_h$ ,  $Y_b$ ,  $Y_k$ 의 관계

### 3.5 아주대학교 실험 자료의 분석

아주대학교 실험 자료는 그림 11에서 보는 바와 같이 마찰계수는 0.007에서 0.011의 범위이고 레이놀즈수의 범위는 일반 상수도물의 경우  $4,000 < R_H < 7,000$ 의 범위로 완난류I 구간이며 설탕물의 경우  $900 < R_H < 1,500$ 의 범위로 층류 구간에서 완난류I 구간으로 바뀌는 구간으로 완난류I 구간으로 가정하여 분석하였다. 조고 및 수로경사에 따라 평행이동하며 상승하는 것을 볼 수 있다. 표 1에서와 같이 비례상수  $\alpha$ 를 무차원수  $Y_h$ ,  $Y_b$ ,  $Y_k$ 에 대하여 나타낼 수 있다.

비례상수  $\alpha$ 와 새로운 무차원수  $Y$ 의 관계는 일반 상수도물과 설탕물에서 완난류I 구간으로 그래프를 그려보았는데 일반 상수도물에서의 경우 어느 정도 자료들이 산개된 경향을 나타내지만 설탕물에서의 자료의 경우 비례관계를 나타내는 것을 알 수 있다. 정밀한 실험을 통해 얻어진 자료들이 아니어서 몇몇의 자료들이

예상과는 다르게 큰 차이를 나타냈지만 자료 분석을 통해  $C$ 와  $R_H$ ,  $\alpha$ 와  $Y$ 의 관계를 어느 정도 추정할 수는 있다.

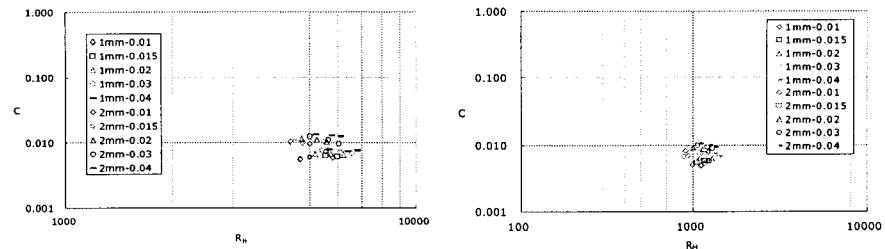


그림 11. 레이놀즈수에 대한 마찰계수 분포 좌(일반 상수도물), 우(설탕물)

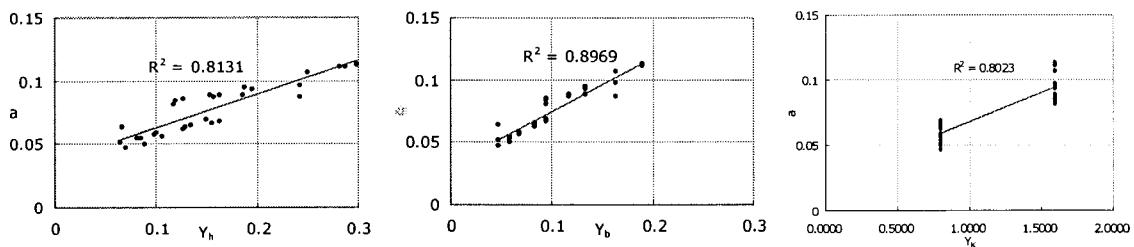


그림 12. 완난류 I구간에서의  $\alpha$ 와  $Y_h$ ,  $Y_b$ ,  $Y_k$ 의 관계(상수도물)

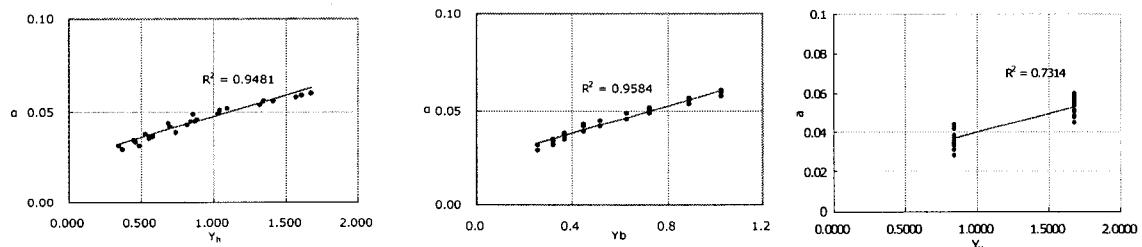


그림 13. 완난류 I구간에서의  $\alpha$ 와  $Y_h$ ,  $Y_b$ ,  $Y_k$ 의 관계(설탕물)

#### 4. 결 론

본 연구에서 국내외 자연하천 및 실험수로에서 관측된 개수로 흐름 자료를 분석한 결과 완난류 흐름특성을 보였고 레이놀즈수가 증가함에 따라 마찰계수가 점차적으로 감소하는 경향이 나타났다. 기존의 지수형 마찰계수 산정식에서 단순히 조고만의 함수였던  $\alpha$ 에 물의 기본적인 성질과 자연 하천의 수심, 수면 폭 그리고 조고의 영향을 고려한 수심에 관한 무차원수  $Y_h$ 와 수면 폭에 관한 무차원수  $Y_b$ , 그리고 조고에 관한 무차원수  $Y_k$ 를 도입하였다. 따라서 개수로 흐름 해석에 있어서 기존의 마찰계수 산정치보다 여러 영향을 반영하여 정확한 값을 산정할 수 있을 것으로 판단된다.

#### 감 사 의 글

본 연구는 건설교통부가 출연하고 한국건설교통기술평가원에서 위탁시행한 2003년도 건설핵심기술연구개발사업(03-산학연C03-01)에 의한 도시홍수재해관리기술연구사업단의 연구성과입니다.

표 1. 각 실험자별 무차원수  $Y$ 에 관한 비례상수  $\alpha$  산정식

연구자	흐름구분	$R_h$ 구간	$\alpha$ 범위	$\alpha$			$\beta$	$\zeta$	
Varwick	완난류I	1,000~90,000	0.033~0.073	0.8mm Y <sub>h</sub>	0.033	-0.25	0		
				4 mm Y <sub>b</sub>	0.044	-0.25	0		
				8 mm Y <sub>h</sub>	0.071	-0.25	0		
				Y <sub>b</sub>	0.073	-0.25	0		
				$0.027 + 0.0142Y_k$			-0.25	0	
				$0.044 + 0.69Y_h$			-0.25	0	
Kirkgoz	완난류I	5,000~50,000	0.03~0.06	$0.044 + 1.46Y_b$			-0.25	0	
				$0.041 + 0.001Y_k$			-0.25	0	
				$0.044 + 0.69Y_h$			-0.25	0	
Jarrett	완난류II	50,000~1,000,000	0.2~2.8	$0.28 + 0.35Y_b$			-0.17	0	
				$0.37 + 0.0004Y_k$			-0.17	0	
				$0.03 + 0.021Y_h$			-0.11	0	
	완난류III	1,000,000~3,000,000		$0.04 + 0.092Y_b$			-0.11	0	
				$-0.044 + 0.0005Y_k$			-0.11	0	
				$0.11 + 44Y_h$			-0.17	0	
Colosimo, Copertino, Veltri	완난류II	200,000~1,000,000	0.006~0.5	$0.13 + 123Y_b$			-0.17	0	
				$0.098 + 1.12Y_k$			-0.17	0	
				$0.03 + 0.27Y_h$			-0.25	0	
				$0.03 + 0.43Y_b$			-0.25	0	
				$0.024 + 0.044Y_k$			-0.25	0	
				$0.024 + 0.023Y_h$			-0.25	0	
Ajou Univ.	완난류I	상수도물	4,000~7,000	0.05~0.12	$0.024 + 0.363Y_b$			-0.25	
					$0.021 + 0.020Y_k$			-0.25	
					$0.024 + 0.023Y_h$			-0.25	
		설탕물	900~1,500	0.03~0.06	$0.024 + 0.020Y_k$			-0.25	
					$0.024 + 0.023Y_h$			-0.25	
					$0.024 + 0.020Y_k$			-0.25	

### 참 고 문 헌

- 유동훈, 이민호(2000). "지수형 개수로 마찰계수 산정식." 대한토목학회 논문집, 대한토목학회, 제20권, 제 1-B호, pp.1-10.
- 이태희(2007). "하수 흐름의 마찰계수" 아주대학교 석사학위 논문.
- Bazin, H.E.(1865). "Recherches experimentales sur lecoulement de leau dans les canaux decouverts." Memories presents par divers savants al Academie des Sciences, Paris, Vol. 19.
- Colosimo, Carld, Copertino, Vito A. and Veltri, Massino(1988). "Friction Factor Evaluation in Gravel-Bed Rivers", Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 114, No. 8, pp. 861-875.
- Hicks, D. M., and Mason, P. D.(1991). Roughness Characteristics of New Zealand rivers, Water Resources Survey, Dsir Marine and Freshwater, Wellington.
- Jarrett, Robert D.(1984). "Hydraulics of High-Gradient Streams", Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 110, No. 11.
- Kirkgoz, Salih M.(1989). "Turbulent Velocity Profiles for Smooth and Rough Open Channel Flow", Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 15, No. 11, pp. 1543-1561.
- Manning, R. (1889). "On the flow of water in open channels and pipes." Trans. Inst. Civil Eng. Ireland, 20, pp. 161-195.
- Manning, R, (1895). "On the flow of water in open channels and pipes." Supplement to 1889 paper, Trans. Inst, Civil Eng. Ireland, 24, pp.179-207.
- Nikuradse,(1933). "Stroemungsgesetze in rauhen Rohren." Ver. Dtsch Ing. Forsch, No. 361.
- Varwick, F.(1945). "Zur Fliess formel fur offene Kunstliche Gerinne." These inedite, Dresden University.