

2차원 수리 해석을 위한 범용 Mesh Generator의 개발(III)

Development of Mesh Generator for 2D Hydraulic Analysis(III)

김도현*, 장형상**, 고태진***, 김홍식****

Do Hun Kim, Hyung Sang Jang, Tae Jin Goh, Hong Sik Kim

요 지

본 연구에서는 삼각 요소망을 구성하는데 사용되는 기존의 Delaunay Triangulation 기법 외에 Advanced Front Technique 알고리즘을 적용하여 하천의 경계가 중요시되는 해석 모델에 적합한 삼각 요소망을 생성하고자 한다.

Advanced Front Technique 알고리즘은 외부 경계를 따라 삼각 요소를 형성하기 시작하여 전체 해석 영역으로 요소를 채워가는 방법이다. 이 방법은 위에서 언급한 Delaunay Triangulation 기법의 단점인 해석 영역의 경계에서 요소의 형질이 좋지 못한 문제를 극복할 수 있을 뿐만 아니라, 미리 절점을 생성하지 않으므로 메모리를 절약하는 효과도 얻게 된다.

Advanced Front Technique 알고리즘은 외부 경계의 노드(i)와 노드(i+1)을 Front로 하고, 이동 변삼각형을 이루기 위해 해석 영역 내부의 적절한 위치에 새로운 절점(C)을 생성한다. 이렇게 Front와 새로운 절점(C)으로 이루어진 이동변 삼각형 요소가 생성된 후에, Front는 다음 Front로 전진하면서 점차 해석 영역의 내부로 삼각형 요소를 채우게 된다. 이와 같은 방법에 의해서 해석 영역의 경계에서는 비교적 이동변 삼각형에 가까운 삼각 요소가 생성된다.

핵심용어 : Mesh, Advanced Front Technique, 유한요소망

1. 서 론

2차원 Unstructured triangular mesh를 구성하는 방법으로는 크게 Voronoi-tessellation에 기반을 둔 Delaunay Triangulation방법과 Advanced Front Technique이 있다.

Delaunay Triangulation은 해석 영역의 경계와 내부에 적절한 절점을 생성하고 난 후, 반복적으로 생성된 절점들 중 3개의 절점을 선택하여 삼각형을 구성하는 방법으로 비교적 빠르고 안정된 삼각 요소망을 구성할 수 있다. 하지만, 내부 절점 생성 시 해석 영역의 경계를 고려하기 힘들기 때문에 해석 영역의 경계 주변에서 요소의 형질이 저하되는 문제점을 가지고 있다.

반면, Advanced Front Technique은 해석 영역의 경계를 따라 절점과 요소를 동시에 생성하면서 점차 내부 영역을 채워 나가는 방법이다. 따라서, 내부 영역에 절점을 미리 만들지 않으므로 Delaunay Triangulation에 비해 메모리의 효율이 좋고, Boundary-Sensitive한 요소망을 얻을 수 있다. 본 연구에서는 Advanced Front Technique을 이용하여 하천의 경계가 중요시되는 해석 모델에서 삼각 요소망을 구성하였다.

* 정회원 · (주)웹솔루스 시스템사업부 대리 · E-mail : dhkim@websolus.co.kr

** 정회원 · (주)웹솔루스 시스템사업부 과장 · E-mail : hsjang@websolus.co.kr

*** 정회원 · (주)웹솔루스 시스템사업부 대리 · E-mail : tjaoh@websolus.co.kr

**** 정회원 · (주)웹솔루스 이사 공학박사 · E-mail : hotae@websolus.co.kr

2. Advanced Front Technique

2.1 외부 경계 분할

그림 1과 같이 입력된 해석 영역의 외부 경계는 반시계 방향으로 그리고 내부 경계는 시계방향으로 정렬되어 저장한다. 이와 같이 저장함으로써 내부 절점 생성과정에서 생성해야 할 점 C가 내부에 있는지 혹은 외부에 있는지 쉽게 판단할 수 있다.

그림 2와 같이 입력 받은 요소의 크기를 기준으로 외부 및 내부 경계의 절점을 식(1)에 의한 방법으로 생성하게 된다.

$$d' = \frac{l}{INT(\frac{l}{d})} \quad (1)$$

(d' : 분할할 크기, l : 경계 선분의 길이, d : 입력 받은 요소의 크기, $INT()$: 정수화 함수)

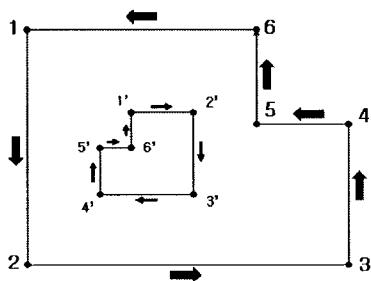


그림 1. 해석 영역 생성

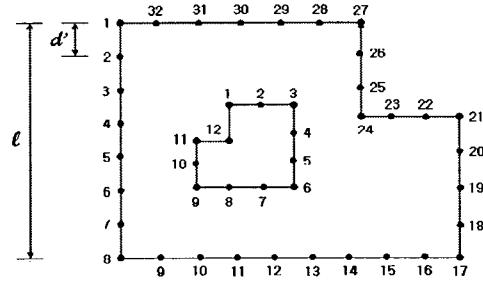


그림 2. 외부 및 내부 경계 절점 생성

2.2 내부 절점 생성

해석 영역의 외부 및 내부 경계에서 절점이 생성되어지면, 아래 그림 3과 같이 해석 영역의 경계를 모두 Front 배열로 구성하고, 임의의 Front를 선택한다. 선택된 Front에서 삼각 요소를 생성하기 시작하는데, 생성해야 할 삼각 요소의 세 번째 절점을 구성하기 위해서 해석 영역의 내부에 점 C의 위치를 정하게 된다. 점 C의 위치는 삼각 요소의 형질을 고려하여 삼각형 ABC가 이등변 삼각형이 될 수 있도록 정해야 하며, 한 변의 길이는 입력된 요소의 크기로 한다.

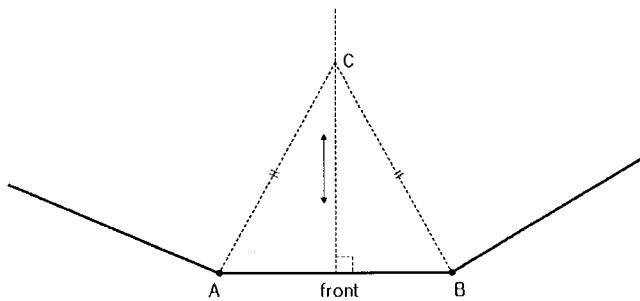


그림 3. 내부 절점 생성

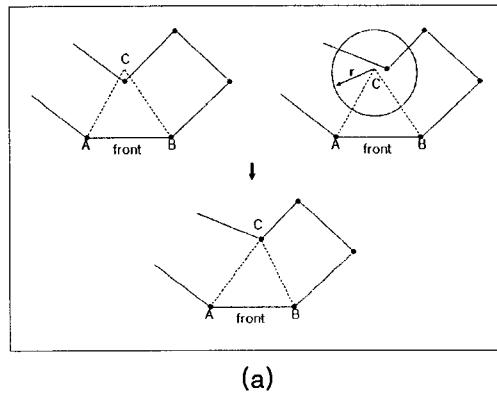
2.3 내부 절점 선택

위의 그림 3과 같이 새롭게 생성된 점 C 주위에 기존의 절점이 없고, 선분 BC와 선분CA도 다른 경계(Front)와 교차되지 않는다면 점 C를 세 번째 절점으로 취하여 삼각 요소를 구성하게 된다.

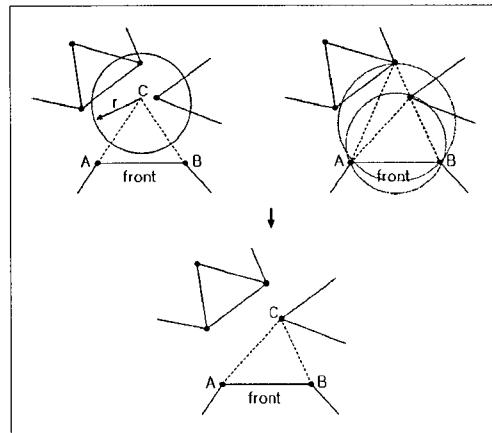
하지만, 그림 4(a)와 같이 새롭게 생성된 점 C가 해석 영역의 외부에 위치하거나 다른 경계(Front)와 교차되는 경우 그리고 주위에 기존 노드가 인접해 있는 경우에는 점 C는 삼각 요소의 세 번째 요소로 선택되지 않는다. 이러한 경우 점 C 주위의 기존 절점이 선택되고 선택된 기존 절점이 다른 경계(Front)와 교차하지 않는다면, 기존의 절점이 삼각 요소의 세 번째 절점으로 선택된다.

또한, 그림 4(b)와 같이 점 C 주위의 기존 절점으로 삼각 요소를 구성해 보았을 때 교차가 일어나지 않는 기존의 절점이 다수일 경우에는 그림 4(b)와 같이 외접원을 구성하여 외접원의 크기가 가장 작은 기존의 절점이 삼각 요소의 세 번째 절점이 되어 삼각 요소를 구성하게 된다.

이러한 절점 선택의 과정에서 다른 경계(Front)와의 교차 검사를 수행할 때, 모든 경계(Front)를 전부 검사하지 않고 점 C에 인접한 경계(Front)만을 교차 검사 대상으로 하는 Neighbor search 알고리즘을 도입하여 교차 검사의 시간을 단축하였다.



(a)



(b)

그림 4. 절점 선택 방법

2.3 Advancing Front

표 1과 그림 5에서와 같이 초기에 Front 배열은 해석 영역의 모든 경계이지만, 삼각 요소를 생성하면서 계속해서 새롭게 갱신하게 된다.

임의의 Front를 선택하고 삼각 요소를 구성하게 되면 선택된 Front는 Front 배열에서 제거되고, 생성된 삼각 요소의 다른 두 변을 각각 Front로 구성하여 기존의 Front들과 중복되지 않는 Front가 Front 배열에 새롭게 추가된다.

Front 배열의 갱신에 의해서 새롭게 생성되어지는 삼각 요소는 점차 해석 영역의 내부를 채워나가게 되며, Front 배열의 개수가 0이 될 때까지 계속해서 삼각화 과정을 수행하게 된다.

해석 영역의 내부에 삼각 요소가 채워짐에 따라 Front 배열의 개수는 점차 감소하게 되어, 내부 절점 생성 과정의 점 C 선택 과정에서 삼각 요소와 Front와의 교차 검사 시간도 점차 줄어들게 된다.

표 1. Front List

단계	Front 연결 정보	Front 개수
(a)	1 → 2 → 3 → ... 18 → 19 → 20	20
(b)	20 → 2 → 3 → ... 18 → 19 → 20	19
(d)	21 → 2 → 3 → ... 19 → 20 → 21	20
(e)	32 → 22 → 23 → ... 30 → 31 → 32	11

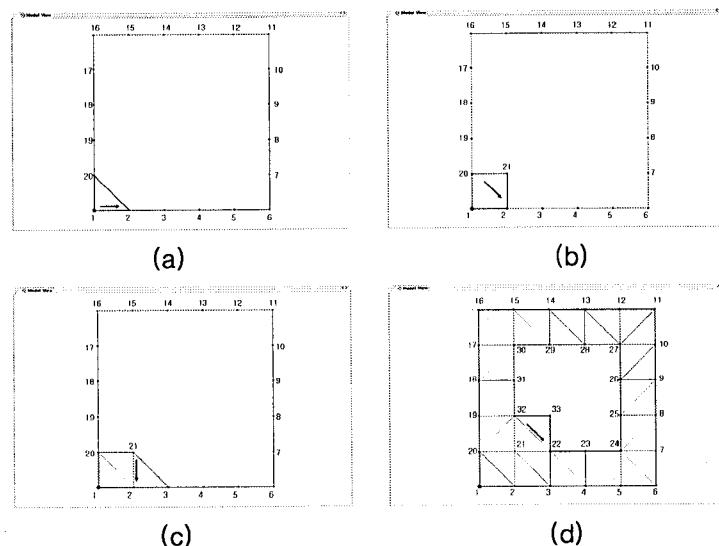
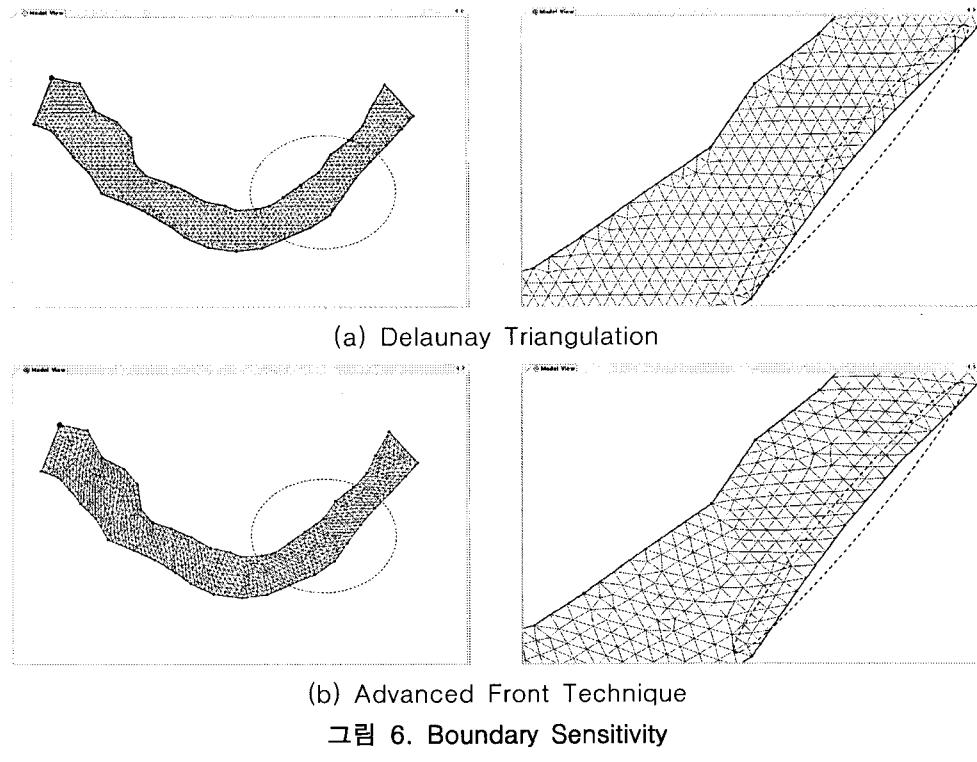


그림 5. Advancing front

2.4 Boundary Sensitivity

본 연구 방법에 의해 형성된 삼각 요소망은 외부 경계를 따라가면서 내부 영역으로 삼각 요소를 채워가는 방식이므로, 그림 6. 과 같이 내부 절점을 미리 만들어 놓는 방법(Delaunay Triangulation)보다 해석 영역의 경계에서 삼각 요소의 형질이 우수함을 알 수 있다.



(b) Advanced Front Technique

그림 6. Boundary Sensitivity

3. 결 론

본 연구를 통해서 Advancing Front Technique의 알고리즘을 구현하였으며, Delaunay Triangulation 보다 해석 영역의 경계에서 비교적 형질이 좋은 삼각 요소망을 얻을 수 있었다. 따라서, 하천 해석에 있어서 하천의 경계가 중요한 해석 모델의 경우 Advancing Front Technique를 적용하여 해석 결과의 신뢰도를 높일 수 있다.

감 사 의 글

본 연구는 21세기 프론티어 연구개발사업인 수자원의 지속적 확보기술개발사업단의 연구비지원 (과제번호 : 2-3-2)에 의해 수행되었습니다.

참 고 문 헌

1. S. H. LO(1985). A NEW MESH GENERATION SCHEME ARBITRARY PLANAR DOMAINS, INTERNATIONAL JOURNAL FOR NUMERICAL METHODS IN ENGINEERING, VOL. 21, 1403-1428.
2. PAUL LOUIS GEORGE AND ERIC SEVENO(1994). THE ADVANCING-FRONT MESH GENERATION METHOD REVISITED, INTERNATIONAL JOURNAL FOR NUMERICAL METHODS IN ENGINEERING, VOL. 37, 3605-3619.
3. DIMITRI J. MAVRIPLIS(1995). An Advancing Front Delaunay Triangulation Algorithm Designed for Robustness, JOURNAL FOR COMPUTATIONAL PHYSICS 117, 90-101